

542.9
525

LECCIONES
DE
CRISTALOGRAFIA
Y DE
MINERALOGIA OPTICA



DICTADAS EN LA ESCUELA SUPERIOR DE MINAS
DE CUENCA POR EL DIRECTOR-PROFESOR
DE ESTE INSTITUTO

P. ALBERTO D. SEMANATE O. P.



00128

1942
QUITO—ECUADOR S. A.
Talleres Gráficos de Educación.

00125



Reg. 128



INTRODUCCION

Las lecciones de **Cristalografía** y de **Mineralogía óptica** que hoy presentamos al público, son el resultado de las clases dictadas en la Escuela Superior de Minas de Cuenca en los años 1936 y 1937 y que fueron dedicadas a los alumnos de este Instituto técnico, quienes se preparaban al estudio de la Petrografía.

En los primeros capítulos abordamos el estudio de los conjuntos reticulares partiendo como de una base primordial de la hipótesis de Bravais, y de sus propiedades analíticas, para luego pasar al de la clasificación racional de los siete sistemas cristalinos con la distinción de cristales holoédricos y meriédricos, según los diferentes órdenes de simetría. Hemos dedicado un capítulo especial al problema de la proyección estereográfica, tan fecundo en sus aplicaciones a la Cristalografía, lamentando no tener espacio para tratar de la proyección gnomónica. Un capítulo dedicado a su discusión habría recargado demasiado este curso ya bastante extenso para la finalidad que se propone.

Especial interés tiene para la Petrografía microscópica el empleo del microscopio polarizante, de ayuda poderosa para el estudio de las rocas. Por este motivo damos una extensión notable a aquella parte cuya finalidad es la distinción de cristales isótropos y anisótropos y en la que nos ocupamos igualmente con el estudio del elipsoide de los índices; con el de los fenómenos de la luz polarizante; con la demostración de la

fórmula de la intensidad de la luz emergente, la discusión de las láminas auxiliares, etc.

En el último capítulo de la Primera Parte, hacemos un estudio sucinto de la estructura de los cristales cuyos planos atómicos nos son revelados por los Rayos X, gracias a los cuales nos es posible descubrir y calcular el valor de la longitud de onda de los predichos rayos, el valor de las distancias de los planos atómicos reticulares inmediatos y la estructura del núcleo cristalino.

En una Segunda Parte, dedicamos un estudio sumario a los minerales de las rocas desde el punto de vista óptico. Al hacerlo, hemos creído llenar un vacío en la literatura petrográfica castellana, pues no existen trabajos en español consagrados al estudio de las rocas con el microscopio polarizante. A efectuar esta publicación nos ha estimulado igualmente el convencimiento de que mediante la descripción óptica de los minerales sometidos al estudio, será más fácil entender las teorías un tanto abstractas de la Cristalografía, las relativas a las refringencias, pleocroísmo, láminas auxiliares, birrefringencias, ángulos de extinción, etc. En esta segunda parte, hacemos numerosas alusiones a los minerales esenciales de las rocas ecuatorianas, pero lamentando no disponer de más espacio para dar una ampliación mayor a estas referencias.

Quizás algún lector eche de menos la presentación de microfotografías de las rocas y de sus minerales, que generalmente ilustran textos de esta índole. Relativamente a este punto debemos expresar una convicción personal. Tales microfotografías no ofrecen gran utilidad a la mayoría de los estudiantes y jamás pueden substituir a la visión directa de los minerales bajo el ocular de un microscopio petrográfico. Es una grave ilusión creer que la vista de láminas micrográficas pueda dar alguna habilidad a un estudiante para separar, por ejemplo, un andesina de una oligoclasa. Jamás podrán los alumnos hacer la diagnosis de un mineral sino bajo la dirección inmediata del Profesor de Petrografía micrográfica.



PRIMERA PARTE

Lecciones de Cristalografía



INDICE DE MATERIAS

PRIMERA PARTE

Capítulo	I Introducción.—El sistema reticular.—Propiedades analíticas de los sistemas reticulares	1
Capítulo	II Estudio de la simetría.—Elementos y operaciones de simetría.—Teoremas generales sobre la simetría de poliedros y de los sistemas reticulares	12
Capítulo	III Clasificación sistemática de los sistemas reticulares..	27
Capítulo	IV Leyes de d' Haüy y de Weiss.—Parámetros de Weiss y de Miller.—Símbolos cristalográficos de las facetas y de los ejes de zona	36
Capítulo	V El problema de la proyección estereográfica y de sus aplicaciones a la Cristalografía	52
Capítulo	VI Formas cristalinas.—Formas meriédricas.—Nociones sobre la hemiedría cristalina	73
Capítulo	VII El sistema cúbico o tercuaternario	82
Capítulo	VIII El sistema hexagonal	99
Capítulo	IX El sistema ternario o romboédrico	116
Capítulo	X Los sistemas cuadrático, ortorrómbico, monoclinico y triclinico	134
Capítulo	XI Las agrupaciones cristalinas o maclas	154
Capítulo	XII Fenómenos luminosos en los cristales.—Algunas enseñanzas de Optica aquí utilizadas	163
Capítulo	XIII El elipsoide de los índices.—Sus propiedades cristalográficas	179
Capítulo	XIV La superficie de los índices según la teoría electromagnética de la luz.—El elipsoide de los índices.—Ondas y planos de onda.—Los fenómenos luminosos en los cristales uniáxicos y biáxicos	186
Capítulo	XV El microscopio polarizante.—Observaciones con la luz natural	205

Se reserva el autor sus derechos sobre este libro, así como sobre la traducción de él y de cualquiera de sus partes a otros idiomas.



De venta en la Editorial de Sto. Domingo, Quito Ecuador y en las principales librerías de la Capital.

VIII

Capítulo	XVI Investigaciones con luz polarizada o sea, con nicoles cruzados.—Intensidad de la luz emergente	213
Capítulo	XVII Investigaciones con luz polarizada paralela.—Escala cromática de Newton.—Birrefringencia.—Estudio de algunas láminas auxiliares.—Los ángulos de extinción en luz polarizada paralela	223
Capítulo	XVIII Observaciones con luz convergente y cristales uniaxiales.—Carácter óptico de éstos	246
Capítulo	XIX Observaciones con luz convergente y cristales biaxiales.—Carácter óptico de éstos	257
Capítulo	XX Mirada retrospectiva.—La experiencia fundamental.—Retículos de refracción y difracción de tres dimensiones.—Los Lauegramas y su interpretación.—Los valores de λ y de las distancias de los planos moleculares inmediatos.—La estructura cristalina.—Modelos del sistema cúbico	267

SEGUNDA PARTE

Capítulo	XXI La sílice y sus minerales	285
Capítulo	XXII Los feldespatos.—Caracteres comunes	289
Capítulo	XXIII Los feldespatoideos	313
Capítulo	XXIV Las micas y las cloritas	218
Capítulo	XXV Los piróxenos	325
Capítulo	XXVI El grupo de las anfíbolos y de la olvina	340
Capítulo	XXVII Los silicatos de metamorfismo	357
Capítulo	XXVIII Los minerales accesorios	363
Capítulo	XXIX Los minerales de origen secundario	373
Capítulo	XXX Los carbonatos y los sulfatos	382
	INDICE ALFABETICO	399



CAPITULO PRIMERO

INTRODUCCION.—EL SISTEMA RETICULAR.—DEFINICIONES.—

PROPIEDADES ANALITICAS DE LOS SISTEMAS RETICULARES.

La cristalografía es la ciencia que trata de la materia cristalina. Esta definición exige que se explique qué se entiende con la palabra *materia cristalina*.

Desde el punto de vista de la estructura molecular, los minerales pueden presentarse en dos estados diferentes: en el *estado amorfo* en el cual las moléculas están orientadas de una manera cualquiera; y en el *estado cristalino*, en el cual ellas se encuentran orientadas de un modo particular. La orientación de las moléculas cristalinas, como punto de discernimiento de las moléculas de los cuerpos amorfos, exigiría que las primeras sean concebidas cual *figuras geométricas*.

El físico y cristalógrafo Bravais -1.811, 1863- observó que en los minerales constituidos por materia cristalina, dos direcciones paralelas *poseían* las mismas propiedades; es decir, al examinarles y verificar medidas con respecto a la propagación de la luz, del calor, del magnetismo y electricidad; al medir las propiedades de elasticidad de los mismos, etc., en direcciones o planos paralelos, los efectos eran idénticos; y que, por el contrario, de un modo general, dos direcciones no paralelas ofrecían propiedades diferentes y medidas divergentes.

Tal observación condujo a Bravais a definir lo que él llama *puntos homólogos de dos moléculas*. Las moléculas de un cuerpo son *geométricamente* iguales; de modo que, al ser *cuerpos geométricos*, se las podría hacer coincidir. Si, pues, el punto A_0 de una molécula coincide, o puede coincidir con el

punto A_1 de otra molécula, los puntos A_0 y A_1 son *puntos homólogos*. Si la coincidencia de A_0 puede hacerse con otros puntos A_2, A_3, \dots , etc., todos estos puntos serán homólogos (Fig. 1)

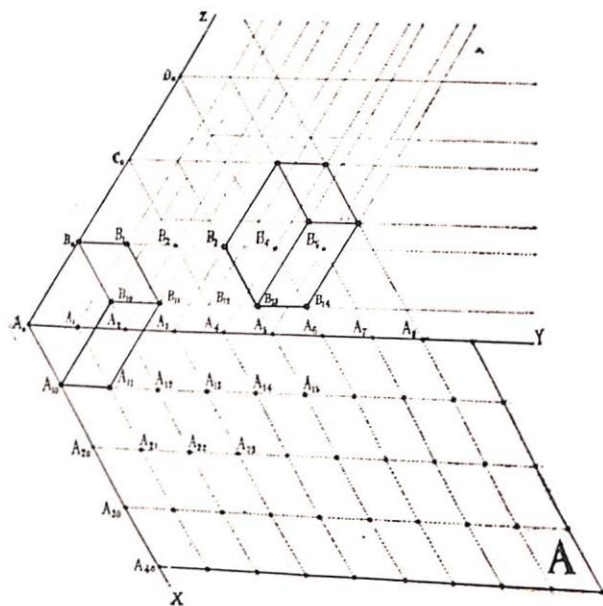


FIG. 1 Sistema reticular de Bravais

en un cuerpo de materia cristalizada.

Sea A_1 un punto homólogo de A_0 a tal distancia de A_0 que entre uno y otro no exista otro punto homólogo. En esta recta A_0A_1 tomemos otro punto de modo que obedezca a la condición $A_0A_1 = A_1A_2$, el punto A_2 será entonces un homólogo de A_0 . Si los puntos A_3, A_4, A_5, \dots , etc., obedecen a la misma condición anterior - cual sucede en la figura - todos ellos serán homólogos de A_0 . Vemos así que, si el cuerpo cristalino es de magnitudes ilimitadas, hay en la recta A_0A_1 una infinidad de puntos A_i homólogos de A_0 . Es evidente que entre un punto P de rango i y otro R de rango $(i+1)$ no existe ningún otro punto homólogo ya que la distancia P_iR_{i+1} es igual a A_0A_1 y es tal que entre A_0 y A_1 no hay ningún punto homólogo, según la primitiva hipótesis.

Sean dos puntos homólogos A_0 y A_1 en dos moléculas M_0 y M_1 .

Si en ellas hay otros dos puntos B_0, B_1 de tal modo situados que la recta A_0B_0 en la primera sea paralela, igual en magnitud y dirección a la recta A_1B_1 de la segunda, entonces los puntos B_0 y B_1 son también homólogos. Sobre la base de estas definiciones, vamos a estudiar todos los puntos homólogos de A_0 .

La recta que pasa por los puntos $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots$, se llama *fila*. La distancia $A_0A_1 = A_1A_2 = \dots$ es lo que se llama *parámetro de la fila*.

Consideremos ahora un plano A que pasa por la recta A_0A_1 y por otro punto homólogo de A_0 . Traslademos esta recta A_0A_1 *paralelamente* a sí misma y de modo que se encuentre totalm nte aplicada al plano A . Supongamos que en este plano y en la dirección A_0A_1 , haya un punto A_{10} homólogo de A_0 y entre A_0 y A_{10} no haya ningún otro homólogo intermedio. La recta A_0A_1 va a encontrar una infinidad de puntos $A_{10}, A_{20}, A_{30}, \dots$, etc., homólogos en la recta A_0X , todos ellos a una distancia igual a A_0A_{10} . La recta A_0X constituye otra fila. De este modo en el plano A tendremos una serie de paralelogramos formados por las líneas paralelas a A_0A_1 , por una parte, y a A_0X por ótra. Puesto que, por ejemplo $A_{12}A_{13} = A_0A_1$; $A_{12}A_{22} = A_0A_{10}$; los vértices del paralelogramo $A_{12}A_{13}A_{22}A_{23}$ están ocupados por puntos homólogos a A_0 . El conjunto de líneas paralelas a A_0X, A_0A_1 se llama *mallá o red* del sistema cristalino, y al plano A que contiene esta mallá o red se le apellida *plano reticular*. *Nudos* de la red son los puntos de intersección de las rectas de ambos sistemas. Estrictamente con el nombre de *mallá* se entiende el paralelogramo construido con dos parámetros de dos filas de un sistema y dos filas del otro; así la figura $A_{12}A_{13}A_{22}A_{23}$ es una *mallá*. Por lo tanto, los puntos homólogos de A_0 situados en un plano, coinciden con los nudos de la red.

Consideramos ahora un plano A , u otro plano π que coincidiese primitivamente con A . Hagámosle desplazarse *paralelamente* a sí mismo y que encuentre en B un primer homólogo de A_0 . La recta A_0B , prolongada indefinidamente, va a encontrar una infinidad de puntos C, D, E, F, \dots , todos homólogos de A_0 , distantes unos de otros con una distancia igual a A_0B . Si por cada uno de esos puntos hacemos pasar planos paralelos a A , todos esos planos, al igual de A , serán *planos reticulares*.

Si ahora hacemos pasar por los puntos $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ planos paralelos al plano XA_0Z ; y por los puntos $A_{10}, A_{20}, A_{30}, A_{40}, \dots$ otros planos paralelos a YA_0Z , todos ellos serán planos reticulares que contendrán el conjunto de todos los homólogos de A_0 ; y determinarán en los espacios, infinitos parale-

lipípedos iguales a $A_0 B_0 B_1 B_{11} B_{10} A_{10} A_1 A_{11}$. Todos los puntos homólogos se hallan en los vértices de esos infinitos paralelipípedos.

Sistema reticular es el conjunto de los tres sistemas de planos. Los paralelos a XA_Y ; los paralelos a XA_Z ; los paralelos YA_Z . *Nudos del sistema* son los puntos de intersección de los tres planos, o lo que es lo mismo, los puntos vértices de los paralelipípedos. También se da el nombre de *mallá del sistema* al paralelipípedo construido con los parámetros de tres filas. Por lo expuesto anteriormente vemos, pues, que si se llega a conocer el sistema reticular de un cuerpo cristalino, se sabrá la posición de las moléculas del mismo. Es, por consiguiente, de todo punto necesario el estudio de los diferentes sistemas reticulares.

Los descubrimientos de Laue y de los Bragg en la Cristalografía aplicada a los rayos X, vinieron a dar una base real a la hipótesis de Bravais, como veremos a su debido tiempo. (Véase Cap. XX)

DEFINICIONES.— Dos filas paralelas de una red se llaman *límtrofes* cuando entre las dos no existe ni un solo nudo de la red. Se dice, así mismo, que dos planos paralelos de un sistema reticular son *límtrofes* cuando entre ellos no existe ni un solo nudo del sistema.

Se dice que en una red dos filas son *conjugadas* cuando la red construida, teniendo por base esas dos filas, contiene todos los nudos de la red. Ejemplos, las filas $A_0 A_7$ y $A_1 A_{10}$

son *conjugadas* porque la red construida sobre ellas contiene todos los nudos del sistema; no así las filas $A_1 A_{21}$ y $A_{10} A_{31}$, pues, fuera de ellas hay una infinidad de puntos de la red. (Fig. 2) Se dice igualmente que un plano π es *conjugado* de una fila A_Z , cuando el sistema construido sobre el plano y la fila contienen todos los nudos del sistema reticular.

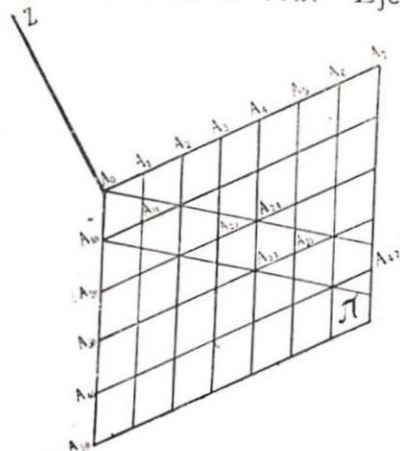


Fig. 2 Plano reticular conjugado de la fila $A_0 Z$

Cuando se desee tener tres filas conjugadas, se tomarán primero dos filas conjugadas en un plano π y luego la tercera fila conjugada al plano.

Establecidas estas definiciones, tomemos ahora por origen de coordenadas un nudo O y por ejes *tres filas conjugadas* que pasen por este punto. Vamos a buscar las coordenadas de un nudo M cualquiera (X, Y, Z) . Fig. 3.

Si por el punto M hacemos pasar tres planos, el primero paralelo a XOZ , el segundo a XOY , y el tercero a YOZ , los tres planos cortarían al eje de las X en A , al eje de las Y en B , al eje de Z en C ; estos tres puntos A, B, C , son también nudos de las filas conjugadas, según vimos ya antes — los nudos ocupan los vértices del paralelipípedo del sistema reticular.

Sean a, b, c los parámetros del sistema reticular. Puesto que A, B, C ocupan los sitios de nudos, tendremos:

$$\begin{aligned} OA = X &= ma \\ OB = Y &= nb \\ OC = Z &= pc \end{aligned} \quad (1)$$

en las que los números m, n, p son *números enteros* positivos o negativos. Las relaciones (1) nos dan las coordenadas de un punto M cualquiera.

(*) **ECUACIÓN DE UNA FILA.**— La suponemos, desde luego, que pasa por el origen O . Trazamos la recta ONM que pasa por O . En ella tomamos dos puntos $N(X, Y, Z)$ y $M(ma, nb, pc)$. (Fig. 4).— Las figuras semejantes $OA_1 S_1, OA_2 S_2; ONS_1, OMS_2; OB_1 S_1, OB_2 S_2$; nos dan las siguientes relaciones:

$$\frac{S_1 N}{S_2 M} = \frac{OS_1}{OS_2} = \frac{OB_1}{OB_2} = \frac{OA_1}{OA_2} \quad (2)$$

(*) En los párrafos sucesivos de este Capítulo, supondremos que el lector conoce los elementos de Geometría Analítica.

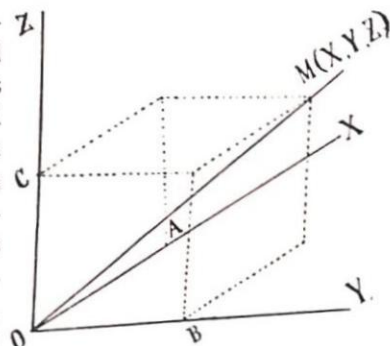
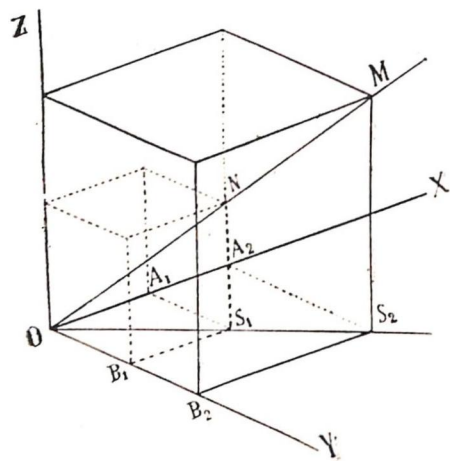


Fig. 3 Los vértices del paralelipípedo coinciden con los nudos de las filas conjugadas



De las cuales, teniendo en cuenta el valor de los segmentos utilizados, pasamos a:

$$\frac{Z}{pc} = \frac{Y}{nb} = \frac{X}{ma} \quad (3)$$

Las ecuaciones que definen a la recta o fila OM son, pues,

$$\begin{aligned} pcY - nbZ &= 0 \\ nbX - maY &= 0 \\ maZ - pcX &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Si el punto N tiene por coordenadas $m'a$, $n'b$, $p'c$, entre éstas y las coordenadas de M existirán las relaciones:

$$\frac{m'}{m} = \frac{n'}{n} = \frac{p'}{p} = \text{constante} \frac{1}{\delta} \quad (5)$$

$$\text{o bien; } m' = \frac{m}{\delta}; n' = \frac{n}{\delta}; p' = \frac{p}{\delta}$$

el parámetro δ es tal que el cociente $\frac{m}{\delta}$, $\frac{n}{\delta}$, $\frac{p}{\delta}$ es un número entero positivo o negativo. Toda fila está, pues, caracterizada por tres números enteros (m , n , p).

Las ecuaciones (4) podemos escribir del siguiente modo:

$$\begin{aligned} p \frac{Y}{b} - n \frac{Z}{c} &= 0 \\ n \frac{X}{a} - m \frac{Y}{b} &= 0 \\ p \frac{X}{a} - m \frac{Z}{c} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

FIG. 4 Relaciones entre las coordenadas de dos puntos que pertenecen a una fila

La ecuación de la fila (4) podemos escribirla en forma de una suma de determinantes, después de haber sumado las tres ecuaciones miembro por miembro. Tendremos:

$$X \begin{vmatrix} b & c \\ n & p \end{vmatrix} + Y \begin{vmatrix} c & a \\ m & p \end{vmatrix} + Z \begin{vmatrix} a & b \\ n & m \end{vmatrix} = 0$$

Por consiguiente una fila paralela a (4) y que no pasa por el origen; tendrá por ecuaciones las siguientes:

$$\begin{aligned} n \frac{Z}{c} - p \frac{Y}{b} &= k_1 \\ p \frac{X}{a} - m \frac{Z}{c} &= k_2 \\ m \frac{Y}{b} - n \frac{X}{a} &= k_3 \end{aligned} \quad (5)$$

deducidas de (4) con una alteración insignificante del orden de los términos. Sabemos, en efecto, por la Geometría Analítica que la ecuación de una recta que no pasa por el origen y la de su paralela que pasa por él, no se diferencian entre sí sino por un término constante.

Pidamos ahora que la recta (5) pase por un nudo de coordenadas numéricas m' , n' , p' ; es condición necesaria que éstas satisfagan a las ecuaciones (5). Por lo tanto

$$\begin{aligned} np' - pn' &= k_1 \\ pm' - mp' &= k_2 \\ mn' - nm' &= k_3 \end{aligned} \quad (6)$$

ecuaciones que nos pueden dar a conocer los valores de k_1 , k_2 , k_3 . Entre m , n , p , k_1 , k_2 , k_3 , debe existir la condición:

$$mk_1 + nk_2 + pk_3 = 0 \quad (7)$$

Para verificarlo, multipliquemos ambos miembros de la primera de (5) por m , la segunda por n , la tercera por p , y sumemos, miembro por miembro, todas tres, obtendremos la ecuación (7).

PROBLEMA: Conocida la *mall*a de un sistema, dar la ecuación de la *fila límite* de otra *fila* dada.

Tomemos como plano de las X, Y, la *mall*a dada y como eje de las Z una *fila* conjugada (Fig. 5). Si la recta Δ que pasa por el origen tiene la ecuación o sistema de ecuaciones (4'), la recta d, paralela a ella, y que pasa por el primer nudo A_1 no se diferenciará de la ecuación de Δ sino en el término constante. La ecuación de Δ , despejada de las fórmulas (4) es:

$$X(pc-nb) + Y(ma-pc) + Z(nb-ma) = 0 \quad (4 \text{ bis.})$$

La ecuación de d será por su parte

$$X(pc-nb) + Y(ma-pc) + Z(nb-ma) = k \quad (8)$$

Esta recta d pasa por el punto A_1 (0, 0, 1): por lo tanto

$$nb - ma = k$$

con lo cual se tendría un valor de k. Pero más vale, raciocinar de otro modo.

En las ecuaciones (8) están contenidas una infinidad de rectas paralelas a Δ ; para tener las más próximas basta dar a k los valores ± 1 . Luego, la ecuación de las *filas* paralelas a Δ , de las *más próximas* a ella, será:

$$X(pc-nb) + Y(ma-pc) + Z(nb-ma) = \pm 1 \quad (9)$$

La fórmula (9) es la ecuación de las *filas límite* de Δ

TEOREMA.—Si muchas *filas* pasan por un mismo nudo O, y si en cada una de ellas se toman longitudes OA, OB, OC, . . . etc. múltiples de sus respectivos parámetros a, b, c, . . . etc., la resultante OR de todas estas longitudes *es también una fila*.

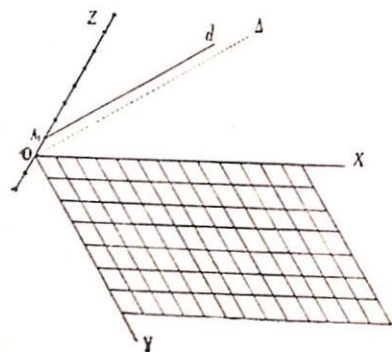


FIG. 5 Relaciones analíticas de dos *filas* paralelas, una de las cuales pasa por el origen O

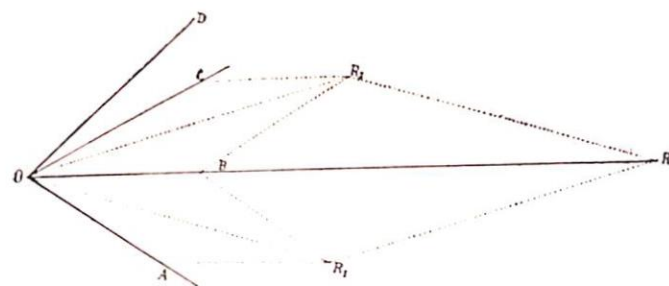


FIG. 6 La resultante de varias *filas* es también una nueva *fila*

Sean las *filas* OA, OB, OC, OD, (Fig. 6) concurrentes en O. En virtud del supuesto, los puntos A, B, C, D, . . . etc., ocupan el sitio de *un nudo* respectivamente de la *mall*a. Trazamos por A una paralela a OB y por B una paralela a OA. En la figura $OB = AR_1$; $OA = BR_1$, en magnitud y dirección. Por lo tanto R_1 es un nudo de la *mall*a y la resultante OR_1 , que pasa por dos nudos, tiene que pasar por una *infinidad*. Luego OR_1 es también una *fila*.

Igual raciocinio puede y debe aplicarse a la resultante OR_2 , resultante de OB y de OC.

Siendo OR_1 y OR_2 *filas* de la *mall*a, tendrán OR, por resultante, la que será igualmente otra *fila*.

Vemos, pues, que la resultante de dos, de tres, de cuatro *filas*, es una *fila*, por lo tanto, la resultante R de un número n de *filas* será también otra *fila*.

PLANOS RÉTICULARES.—Ecuaciones de ellos.

Un plano que pasa por el origen tiene por ecuación

$$AX + BY + CZ = 0 \quad (10)$$

Si pasa por otros dos nudos más P (ma, nb, pc) y R (m'a, n'b, p'c), la ecuación (10) del plano tomará las formas concretas:

$$\frac{A}{C} ma + \frac{B}{C} nb + pc = 0$$

$$\frac{A}{C} m'a + \frac{B}{C} n'b + p'c = 0$$

de las cuales deduzco los valores de las relaciones $\frac{A}{C}$, $\frac{B}{C}$

$$\frac{A}{C} = \frac{c(np' - pn')}{a(mn' - nm')} ; \frac{B}{C} = \frac{c(pm' - mp')}{b(mn' - nm')} \quad (11)$$

la ecuación (10) queda así con todos sus coeficientes bien determinados

$$(np' - pn') \frac{X}{a} + (pm' - mp') \frac{Y}{b} + (mn' - nm') \frac{Z}{c} = 0 \quad (12)$$

En la cual los *coeficientes* de $\frac{X}{a}$; $\frac{Y}{b}$; $\frac{Z}{c}$ no sólo son racionales sino también números enteros. Llamemos q , r , s , a estos coeficientes. La ecuación (12) pasa a (13)

$$q \frac{X}{a} + r \frac{Y}{b} + s \frac{Z}{c} = 0 \quad (13)$$

Los números (q , r , s) son y se llaman las *características del plano*. (*)

Todo plano, que no pasa por el origen, pero que es paralelo al plano (13), no se diferenciará de éste sino por la cantidad constante k ; por lo tanto:

$$q \frac{X}{a} + r \frac{Y}{b} + s \frac{Z}{c} = k \quad (14)$$

La ecuación (14) es la del plano paralelo a (13).

Si damos a k el valor particular $k = \pm 1$, la ecuación (14) será en este caso (15) la de los *dos planos limítrofes*:

$$q \frac{X}{a} + r \frac{Y}{b} + s \frac{Z}{c} = \pm 1 \quad (15)$$

TEOREMA. — Dos planos reticulares π y π' interceptan en una *fila* cualquiera segmentos que guardan entre sí una relación racional.

(*) Los **signos** negativos de las características del plano, si acaso los tienen, se colocan así: $(\bar{q}, \bar{r}, \bar{s})$, (q, \bar{r}, \bar{s}) , (\bar{q}, r, s) etc.

Sean, pues, las ecuaciones de π y de π'

$$\pi) \quad q \frac{X}{a} + r \frac{Y}{b} + s \frac{Z}{c} = k$$

$$\pi') \quad q' \frac{X}{a} + r' \frac{Y}{b} + s' \frac{Z}{c} = k'$$

Para facilitar la solución, y puesto que no hay en contra ninguna objeción, tomemos a la fila dada como eje de las X . — (Fig. 7) —

El plano π corta al eje OX en el punto $P(8, 0, 0)$ y π' en el punto $P'(10, 0, 0)$ Por consiguiente:

$$q \cdot 8 = k \quad ; \quad q' \cdot 10 = k'$$

La relación de estas longitudes son:

$$\frac{8}{10} = \frac{k}{q} \cdot \frac{q'}{k'}$$

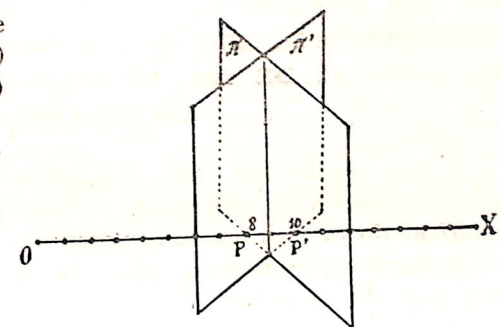


FIG. 7 Dos planos reticulares interceptan en una fila, segmentos que guardan entre sí una proporción racional

que son una relación racional. Fácil será de aquí pasar a la demostración general.

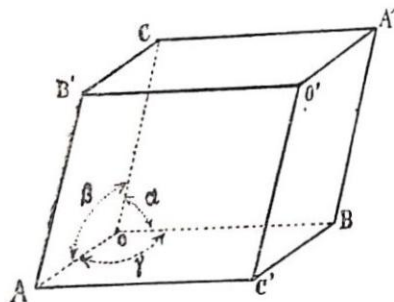
CAPITULO SEGUNDO

ESTUDIO ELEMENTAL DE LA SIMETRIA.—ELEMENTOS Y OPERACIONES DE SIMETRIA.—TEOREMAS GENERALES SOBRE LA SIMETRIA DE LOS POLIEDROS Y DE LOS SISTEMAS RETICULARES.

En el capítulo anterior estudiamos algunos teoremas generales relativos a los sistemas, planos y filas reticulares. Antes de entrar en el estudio de la *simetría cristalina* respondamos a esta pregunta preliminar: ¿cuántas especies de sistemas reticulares hay, diversos unos de otros?

Un sistema reticular está bien definido por el *paralelepípedo fundamental*. En este intervienen: tres ángulos, los de los ejes, y tres parámetros, a los que hemos llamado a, b, c. Según la combinación entre unos y otros, nacerán los diversos sistemas reticulares.

En el paralelepípedo fundamental (Fig. 8) los planos axiales son:



$A'O'C'$, $A'O'B'$, $B'O'C'$

Los ejes cristalográficos OC, OB, OA, tienen la siguiente denominación:

- OA, eje antero-posterior
- OB, eje traveso
- OC, eje vertical

El plano $B'C'O'$ se denomina *primer pinacoide* (derivado del griego pinax, tabla).

FIG 8 Ejes cristalográficos, planos axiales y ángulos en el paralelepípedo fundamental

El plano $A'O'C'$, pinacoide lateral.

El plano $A'O'B'$, pinacoide basal.

Establecidas estas denominaciones, podemos caracterizar a los sistemas cristalinos por los diferentes valores de a, b, c, α , β , γ , del siguiente modo:

$$\left. \begin{matrix} a = b = c \\ \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ \end{matrix} \right\} \text{Sistema cúbico o isométrico}$$

$$\left. \begin{matrix} a = b \neq c \\ \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ \end{matrix} \right\} \text{Sistema tetragonal o cuadrático.}$$

$$\left. \begin{matrix} a \neq b \neq c \\ \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ \end{matrix} \right\} \text{Sistema ortorómbico}$$

$$\left. \begin{matrix} a \neq b \neq c \\ \alpha = \gamma = 90^\circ; \beta \neq 90^\circ \end{matrix} \right\} \text{Sistema monoclinico}$$

$$\left. \begin{matrix} a \neq b \neq c \\ \alpha \neq \beta \neq \gamma \end{matrix} \right\} \text{Sistema triclinico}$$

A estos hay que añadir el hexagonal caracterizado por la existencia de cuatro ejes.

$$\left. \begin{matrix} a_1 = a_2 = a_3 \neq c \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 60^\circ \\ \beta = 90^\circ \end{matrix} \right\} \text{Sistema hexagonal}$$

Al sistema trigonal o romboédrico, no le incluimos aquí como *sistema independiente*, por ser derivado del hexagonal, lo cual no obstará para que se lo estudie en párrafo especial por razones pedagógicas.

PUNTO DE PARTIDA DE LA SIMETRIA EN LOS CRISTALES

Un cristal es un agregado de partículas sometido a la ley de la disposición reticular. Si, pues, se desea saber en cuantas variedades puede cristalizar la materia cristalina, bastará investigar cuantas clases posibles hay de disposición reticular; y como en ésta la *simetría* es una propiedad esencial, es de todo punto necesario estudiar las leyes de ella.

Supongamos, en efecto, que dos planos paralelos o no, puedan nacer el uno del otro por una operación llamada de simetría, y que luego definiremos; entonces esos planos o caras tienen, unos y otros, gran probabilidad de nacer o producirse en la cristalización. Por lo tanto, mientras más rica sea una forma en elementos de simetría, más rica será, o podrá ser, en el número de facetas.

LOS ELEMENTOS DE SIMETRÍA. — La simetría en los poliedros se define con la ayuda de la noción de centros, de planos y de ejes los que pueden ser de rotación o de reflexión.

El centro de simetría es un punto de tal naturaleza que todos los vértices del poliedro se hallan en una misma recta, que pasa por el centro, y a igual distancia el uno del otro, al tomarlos de dos en dos.

Plano de simetría es aquel que divide al poliedro de tal modo que los vértices de él, tomados de dos en dos, se hallan en una misma perpendicular a dicho plano y a una distancia igual del mismo, por un lado y por el opuesto.

Eje de simetría es una línea de tal naturaleza que si se da al poliedro una rotación de ángulo determinado $\frac{2\pi}{n}$, unos vértices vienen a ocupar los sitios de otros vértices, unos planos la posición de otros planos, de modo que después de la rotación, parece que el poliedro ha quedado inmóvil. El eje de simetría en este caso es de orden n .

A más de estos elementos de simetría por rotación, hay otros que son los de simetría por reflexión. Tipo de esta clase de simetría es la de una figura reflejada por un espejo, el que sería, en el caso actual, un plano de simetría por reflexión.

Si la rotación se hace al rededor de un eje, y si ésta se halla asociada a un plano de reflexión perpendicular al eje, éste toma el nombre de eje de reflexión.

OPERACIONES DE SIMETRÍA. — Se dice también que un objeto es simétrico o varios objetos son simétricos cuando proceden unos de otros en virtud de operaciones de simetría.

Una condición esencial, o propiedad, tienen las operaciones de simetría: ellas no modifican las distancias recíprocas existentes entre todos los puntos A, B, C, D ... de la figura.

De modo que si después de las operaciones de simetría se tiene una nueva figura compuesta de puntos A', B', C', D', ... Las distancias mutuas entre la serie de los puntos primeros se han conservado sin mutación en la serie de los puntos segundos.

Se conocen dos clases de operaciones de simetría, las unas apellidadas de primera especie; las otras de segunda especie

Las operaciones de primera especie son simplemente las de desplazamiento de la figura S la que, verificada esta clase de operación de simetría, pasa a la figura S'.

La figura ABCD ocupa la posición S; la figura A'B'C'D' ocupa la posición S'. S ha pasado a S' con dos operaciones: un deslizamiento (o traslación) AA', BB', ... etc., y una rotación del eje AB de un ángulo θ . (Fig. 9).

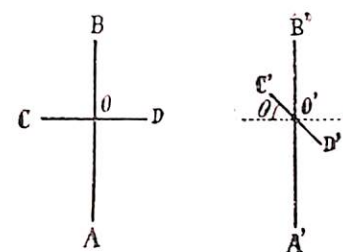


Fig 9 Operaciones de simetría de primera especie

En el estudio de la simetría de los cristales haremos caso omiso de la traslación, ya que los suponemos homogéneos; una traslación no cambia en nada las direcciones mutuas de los vértices, por ejemplo. Por lo tanto, la operación de simetría de primera especie será sólo la rotación.

Para las operaciones de segunda especie, observemos que entre las figuras S y S' (Fig. 10) hay la misma relación que entre un objeto y su imagen reflejada por un espejo, como entre la mano derecha y la izquierda. Las figuras S y S' llevan entonces el nombre de enantiomorfos (del griego ἐναντίος recíproco, opuesto; μορφή, forma). La figura 10 va a explicarlo con más claridad. El plano π , perpendicular a la hoja de dibujo, es el plano de reflexión; S' nace de S gracias a la reflexión suministrada por el plano π .

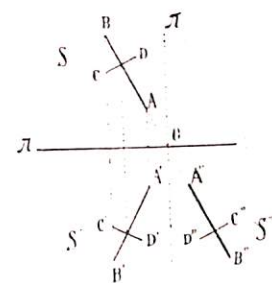


Fig 10 Dos reflexiones son equivalentes a una rotación de 180 grados

Notemos ahora que la figura S'' es simétrica de S con respecto al punto O . Notemos también que S' y S'' son simétricas con respecto a un plano de reflexión imaginario π' perpendicular a π y que pasaría por O . Este punto O se llama *centro de inversión*. De estas observaciones concluimos:

1º S'' se origina de S en virtud de una rotación de 180° al rededor de un eje -cuya traza estará en O - perpendicular al plano que contiene a la figura, plano $ABCD$.

2º S'' se origina S pasando por S' y reflejándose esta en otro espejo o plano perpendicular al primer plano de reflexión.

3º Por lo tanto, *dos reflexiones* han sido iguales a *una rotación* de 180° o lo que es lo mismo, el centro de inversión equivale a *dos reflexiones*.

TEOREMA I.—Si un poliedro tiene muchos ejes, muchos planos de simetría, estos ejes y planos se cortan en un solo punto, que es el centro del poliedro.

La demostración de este teorema se apoya en la siguiente ley para los cristales homogéneos, derivada de los sistemas reticulares:

“Todas las propiedades cristalográficas de la materia son idénticas para las direcciones paralelas; siendo, generalmente, diferentes para las no paralelas”. (véase p. 1)

I y II en la (Fig. 11) son las trazas de dos planos, perpendiculares a la hoja del dibujo, y que se los supone *planos de simetría*; III es otro plano de simetría que se supone no pasar por la intersección O de I y de II. Si trazamos por O un plano paralelo a III, sea el plano IV, éste será también un plano de simetría, en virtud de la ley anterior, ya que la simetría es una propiedad cristalográfica de la materia, con lo cual queda justificado el teorema I.

FIG. 11 Los ejes y planos de simetría de un poliedro reticular se cortan en un solo punto

NOTA: idéntico raciocinio, para demostrar que los ejes de simetría pasan por un solo punto de intersección. Evidentemente, la ley empírica es aplicable a toda especie de simetría ya sea ésta nacida por rotación, ya por reflexión.

TEOREMA II.—Cuando un poliedro posee un centro de simetría, la existencia de un plano de simetría implica la de un eje de orden par. Y recíprocamente.

En la (Fig. 12), π es el plano de simetría y O el centro. Es claro que si el centro O no se hallara contenido en π daríamos a éste un movimiento de traslación y haríamos pasar por O el plano π' paralelo a π y, por lo tanto, dictado de todas las propiedades de π .

Combinando las hipótesis del teorema II y los resultados anteriores tenemos,

C punto simétrico de D
 A' punto simétrico de A
 B' punto simétrico de B
 $CO=AE$; $OD=EB$

Luego: B punto simétrico de A con respecto al punto E .

Idéntica conclusión con respecto a los puntos A' y B'

B' punto simétrico de A' con respecto a E'

Consecuentemente, *todos los puntos* de las rectas AA' y BB' son simétricos con respecto a *todos los puntos* de la recta EE' : la recta LL' es un eje de simetría *binario*, siendo el ángulo de giro $\alpha = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

Tracemos ahora otro plano P' perpendicular al plano $ABA'B'$ y que pase por el eje LL' . Luego de razonar con respecto a P' del modo hecho con el plano $ABO'B'$ se desprenderán idénticas conclusiones, tras las que se deducirá que LL' es también *binario*.

El eje LL' , binario con respecto al plano P , también binario con respecto a P' , será o habrá llegado a ser, en definitiva, *cuaternario*.

No necesitamos más para demostrar el teorema. Porque si de *dos* hemos pasado a *cuatro* planos, de cuatro podemos

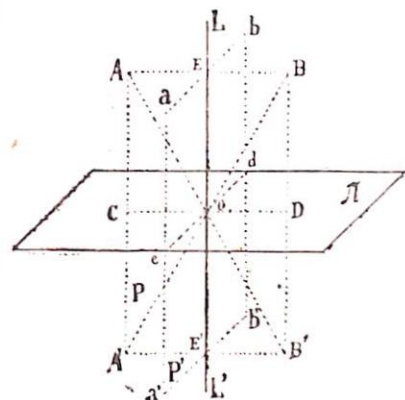


FIG. 12 La coexistencia de un centro y plano de simetría implica la presencia de un eje de orden par

pasar a ocho y así sucesivamente. Por lo tanto el eje LL' es de orden *par*.

Recíprocamente: si un poliedro posee un eje de orden par, este poliedro posee necesariamente un centro y un plano π de simetría que pasa por el centro. Para no ser muy prolijos nos contentamos con el enunciado del teorema recíproco sin demostrarlo.

TEOREMA III.— Si un poliedro posee n ejes binarios, y solamente n , situados en un plano P , dos ejes consecutivos L y L' hacen entre sí un ángulo igual a $\frac{\pi}{n}$.

Retrocedamos a la (Fig. 12). Los ejes binarios en el plano π son las rectas CD y cd . Son, pues, dos; y el ángulo COc es $\frac{\pi}{2}$ como se comprenderá inmediatamente. Queda, pues, demostrado el teorema en un caso particular.

Demostración general.— OL_1, OL_2, OL_3 , son tres ejes binarios. El eje OL_2 se encuentra entre OL_1 y OL_3 , y es el solo que se encuentra. Decimos: 1º OL_2 es bisector del ángulo L_1OL_3 .

Supongamos, en efecto, que OL_2 no fuese una recta bisectora del ángulo θ , y que, por ejemplo: $\beta > \alpha$ (Fig. 13)

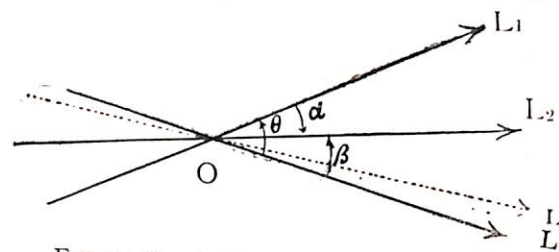


FIG. 13 Un eje binario OL_1 es bisector del ángulo θ formado por otros dos ejes binarios

Tomemos ahora nuestro poliedro y hagámoste girar al rededor del eje binario OL_2 . En virtud de la desigualdad *supuesta* $\alpha < \beta$, OL_1 vendrá a coincidir con OL'_1 ; de este modo al

interior del ángulo β , es decir, entre OL_2 y OL_3 se encontraría un

eje binario lo cual es contrario a la hipótesis. Por consiguiente, OL_2 tiene que ser bisector del ángulo θ .

Decimos 2º: el ángulo elemental de giro entre dos ejes consecutivos es de $\alpha = \frac{\pi}{n}$

eje binario lo cual es contrario a la hipótesis. Por consiguiente, OL_2 tiene que ser bisector del ángulo θ .

Decimos 2º: el ángulo elemental de giro entre dos ejes consecutivos es de $\alpha = \frac{\pi}{n}$

En efecto, si n es el número de ejes binarios, los ángulos formados a la derecha de O , son n en número; y a la izquierda de O también son en número n ; luego el total de ángulos es $2n$. Pero esta suma de ángulos es igual a 2π ; luego un ángulo entre dos ejes consecutivos será:

$$\alpha = \frac{2\pi}{2n} = \frac{\pi}{n}$$

TEOREMA IV.— Si un poliedro tiene n ejes binarios, situados en un mismo plano P , tiene igualmente un eje λ de orden n , perpendicular al plano de los ejes binarios.

DEMOSTRACIÓN.— Un punto R de la figura o poliedro colocado delante del plano P , que coincide con la hoja del dibujo, tiene su simétrico R' con respecto al eje binario L_1 , detrás del mismo plano. (*) Sean, pues, M y M' las proyecciones respectivas de R y R' en el plano P . (Fig. 14). Por otra parte, R' tiene su punto simétrico R'' con respecto a L_2 , subsiguiente eje binario, estando R'' sobre el plano P . Sea, pues, M'' el punto de proyección de R'' en el plano P .

Demostremos que para pasar el punto R a R'' —o lo que es lo mismo, el punto M a M'' — se ha descrito un ángulo

$$\alpha = \frac{2\pi}{n}$$

El ángulo de dos ejes binarios consecutivos es $\frac{\pi}{n}$, cuando el número de estos es n , según queda ya demostrado en el teorema III.

Pero $\frac{\pi}{n} = \frac{\alpha}{2} = \frac{\beta}{2}$. Luego

$$\alpha + \beta = \text{ángulo } MOM'' = \frac{2\pi}{n}$$

Por consiguiente cada vez que el poliedro gira al rededor del eje λ , cuya proyección es el punto O , de un ángulo

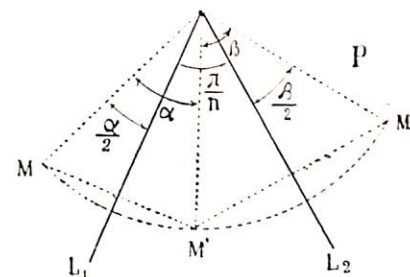


FIG. 14 Relación entre n ejes binarios y el eje L de orden n

(*) Los valores de las cotas de R y R' referentes al plano P , son idénticas.

$\frac{2\pi}{n}$, el vértice M viene a encontrar otro vértice M' del mismo poliedro.

Conclusión: el eje λ es un eje de orden n .

RECÍPROCO: Si un poliedro posee n planos de simetría que se cortan según una recta λ , la recta λ es un eje de simetría de orden n .

OBSERVACIÓN.—En cuanto al valor de n , dos casos pueden presentarse. 1.^o n es un número *impar*—por ejemplo 3.—Siendo el ángulo elemental de giro entre dos ejes consecutivos $\frac{\pi}{n}$, y siendo el giro al rededor de O el *doble* de este ángulo —

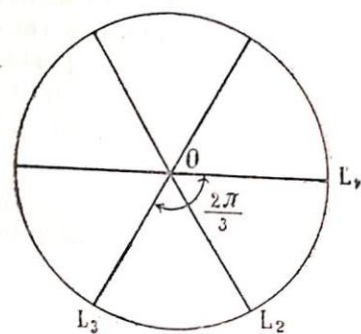


FIG 15 Los ejes binarios pueden ser de dos especies

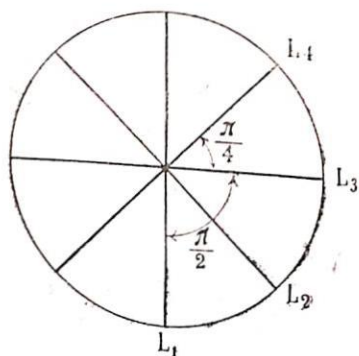


FIG. 16 Caso particular, cuando los ejes binarios son cuatro

(Fig. 15)— L_1 va a coincidir con L_3 , luego con L_5 ,, luego con L_n ; luego con L_2 ; luego con L_4 ,, luego con L_{n-1} . Es decir L_1 ha llegado a coincidir con todos los ejes binarios. Todos ellos son, pues, *equivalentes* o de la *misma especie*.

2.^o n es un número *par*—por ejemplo 4.—

En el caso presente, L_1 va a coincidir con L_3 , con L_5 ,, con L_{n-1} y finalmente con L_1 .—(Fig. 16).—

Los ejes de un número *impar* coincidirán con los de número *impar*; y los ejes de número *par*, sólo con los de número *par*. Aquí no puede decirse que todos los ejes sean de la misma especie; los tenemos ahora de *dos especies*: los ejes de número *impar* constituyen la una y los de número *par* la otra.

SIMETRÍA EN LOS SISTEMAS RETICULARES

LEMA.—Antes de entrar en la demostración de los teoremas generales sobre la simetría de los sistemas reticulares establecemos que: todo *nudo* de un sistema reticular es un *centro de simetría*. Para cerciorarnos de ello basta examinar, aún ligeramente, la figura 1.

TEOREMA V.—Si por un nudo se traza un plano perpendicular a un eje de simetría, este plano es un plano reticular.

Consideremos, en primer lugar, un eje de simetría superior a 2, sea por el ejemplo de orden 3. En el plano P, A_1 es un nudo cualquiera (Fig. 17). Decir que LL' es un eje de orden 3 equivale a decir que si se hace girar al rededor de LO el punto A_1 un ángulo $\frac{2\pi}{3}$, necesariamente va a encontrar otro

nudo A_2 , es decir, otro vértice del poliedro, a la distancia $OA_2 = OA_1$. Si luego le hacemos girar un *nuevo* ángulo $\frac{2\pi}{3}$, A_1 va a encontrar otro nudo A_3 , situado con respecto a O a la distancia $OA_3 = OA_1$. Por lo tanto en el plano $A_1 A_2 A_3$, perpendicular a LL' , habiendo tres nudos, hay una infinidad de ellos; o lo que es lo mismo, $A_1 A_2 A_3$ definen perfectamente un plano P; este contiene tres nudos; cada nudo es un nuevo centro de simetría; consiguientemente tendremos otro nudo A_4 simétrico de A_3 con respecto a A_1 ; y así sucesivamente. El plano P, conteniendo un sinnúmero de nudos, es un plano reticular.

Al ser LL' un eje de orden 4, 6, podríamos raciocinar de manera análoga.

Supongamos ahora que el eje LL' sea *binario* (fig. 18). Quiere decir que si tomamos un punto A_1 en el plano P perpendicular a LL' , existe otro nudo A_2 simétrico, con respecto a O, y situado a la izquierda de O, a la distancia

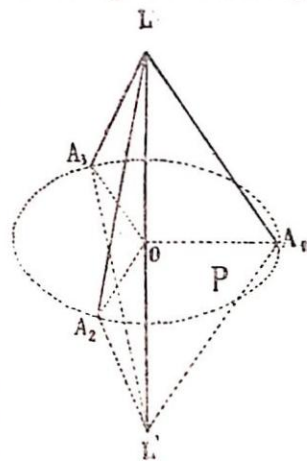


FIG 17 Plano reticular perpendicular a un eje de simetría

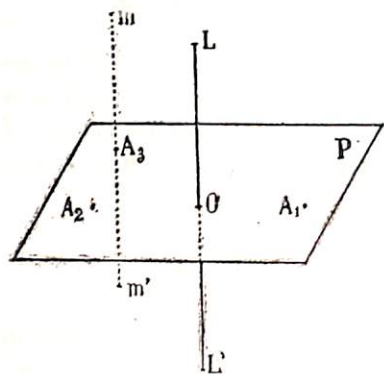


FIG. 18 Plano reticular perpendicular a un eje binario

$A_2 O = A_1 O$

Los nudos A_1 y A_2 se hallan en el plano P. Por otra parte P es también un plano de simetría (teorema II). Un punto cualquiera A_3 de P posee puntos simétricos m m' . Por lo tanto A_3 es un nudo. El plano P tiene 3 nudos, luego tiene una infinidad de ellos. El plano P es un plano reticular.

TEOREMA VI.—Si por un nudo N_1 se traza una recta paralela a un eje de orden n , esta recta es a su vez, un eje de orden n .

Para fijar las ideas tomamos un eje de orden 3 $L L'$ que pasa por un nudo O.—(Figura 19).

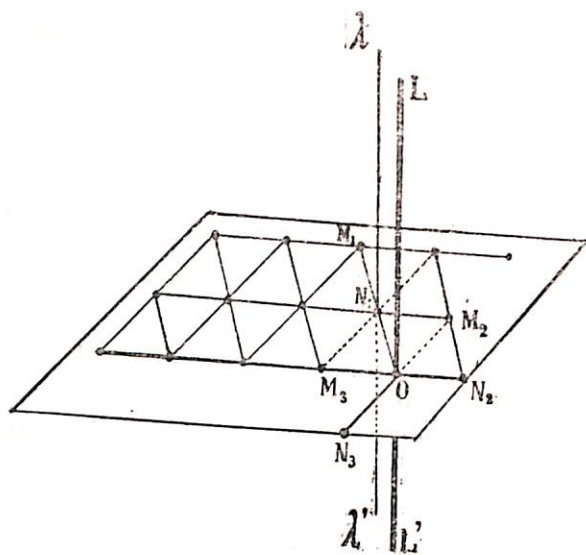


FIG. 19 La recta paralela a un eje y que pasa por un nudo del sistema, es también nudo de simetría

En gracia de nuestra hipótesis $N_1 N_2 N_3$ están en una circunferencia de centro O y a la distancia angular $\frac{2\pi}{3}$. Estos puntos $N_1 N_2 N_3$ son nudos del sistema reticular.

Tomemos ahora N_1 como centro y hagamos pasar por él el eje $\lambda \lambda'$ paralelo a $L L'$. Siendo N_1 un nudo de sistema, será centro de simetría con respecto a O y M_1 , - del modo que

O fue centro de simetría con respecto a N_3 y M_2 . - Pero $N_1 M_3$ es igual y paralelo a $O M_2$. La distancia angular entre M_2 y M_3 es de $\frac{2\pi}{3}$, la misma que entre M_3 y M_1 . Es evidente que si hacemos girar al sistema al rededor de $\lambda \lambda'$ imponiéndole un ángulo de giro igual a $\frac{2\pi}{3}$, el nudo M_2 va a coincidir con M_3 ; M_3 con M_1 y éste con M_2 . Por consiguiente la recta $\lambda \lambda'$ paralela a $L L'$ y que pasa por el nudo N_1 es también un eje de simetría de orden 3.

Idéntico raciocinio es aplicable a todo otro eje de orden 4, 6.

TEOREMA VII.—Los sistemas reticulares no pueden tener sino ejes de orden 2, 3, 4, 6

1º.—Sea el punto O un nudo del sistema por el que pasa, perpendicularmente a la hoja de dibujo, el eje $L L'$ de orden n . (Fig. 20).

En primer lugar para que N_1 , nudo del sistema, coincida con N_2 , otro nudo del sistema, después del ángulo elemental de giro igual a $\frac{2\pi}{n}$, es necesario que

$$O N_1 = O N_2 \quad (1)$$

Pero siendo tanto N_1 como N_2 , nudos del sistema, es decir, pudiendo por su parte llegar a ser centros de simetría, será preciso que

$$N_1 N_2 = O N_1 \quad (2)$$

de otro modo, girando en torno de N_1 , jamás podría coincidir con O.

De aquí se desprende la conclusión que

$$O N_1 = O N_2 = N_1 N_2$$

El triángulo $O N_1 N_2$ es un triángulo equilateral y por lo tanto el ángulo

$$\frac{2\pi}{n} = \frac{2\pi}{6} = 60^\circ$$

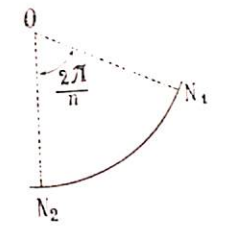


FIG. 20 Condiciones para que N_1 y N_2 sean nudos del sistema

El eje LL' es de orden 6: es el mayor orden que puede tener LL' .

2^o. Demostremos luego que LL' no puede ser un eje quinario, o lo que es lo mismo, que el ángulo elemental de giro no puede ser $\frac{2\pi}{5}$.

Tracemos en el plano de la hoja de dibujo un centro de simetría O - es decir, un nudo; y por él un eje de simetría quinario. El valor del ángulo elemental de giro α , en el caso particular que nos ocupa, será igual a $\frac{2\pi}{5}$.

$$\alpha = \frac{2\pi}{5}$$

aplicación de la fórmula general $\frac{2\pi}{n}$, que ya conocemos. Este ángulo elemental de giro pasa, pues, sucesivamente del nudo N_1 , al nudo N_2, N_3, N_4, N_5 , girando la figura en torno de λ_5 con un ángulo igual a 72° . La figura que obtenemos de este modo es una estrella pentagonal. - (Fig. 21).

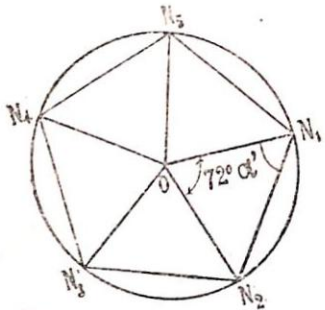


FIG. 21 Un eje de simetría no puede ser quinario

$$\alpha' = \frac{2\pi}{5} = 72^\circ \quad ; \quad N_1 N_2 = N_1 O$$

En tal virtud, y recogiendo las consideraciones de uno y otro caso, llegamos a la conclusión de que la suma de los ángulos interiores del triángulo ON_1N_2 es $72^\circ + 72^\circ + 72^\circ = 216^\circ$, resultado totalmente absurdo. Y es lo que pretendíamos demostrar.

Por otra parte, los nudos aquí encontrados N_1, N_2, \dots, N_5 deben ser también centros de simetría, y por consiguiente pasar por ellos el eje de simetría λ_5 . Tomemos, pues, N_1 como nuevo centro de simetría. Cuando λ_5 pasaba por O nos impuso la condición $ON_1 = ON_2 = ON_3 = ON_4 = ON_5$

Cuando λ_5 pasa por N_1 nos impone estas otras condiciones

3^o. Examinemos ahora el caso del eje cuaternario. Con éste el ángulo elemental de giro es de $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$. O , centro por el cual pasa perpendicularmente a la hoja de dibujo el eje cuaternario LL' , es al mismo tiempo un nudo del sistema $N_1 N_2 N_3 N_4$ son nudos del sistema cuaternario y de tal modo dispuestos que $ON_1 = ON_2 = ON_3 = ON_4$ y hay entre ellos la distancia angular $\frac{\pi}{2}$. (Fig. 22).

No sólo O es un centro por el cual puede pasar el eje cuaternario, sino todos los demás nudos N_1, M_1, X, Y, Z , etc., como se puede ver por la figura.

4^o. Caso del eje ternario.

Sea O_1 un centro por el cual pasa perpendicularmente un eje ternario; y sea N_1 un nudo del sistema. Un tal eje puede que los nudos N_2 y N_3 estén a una distancia angular unos de

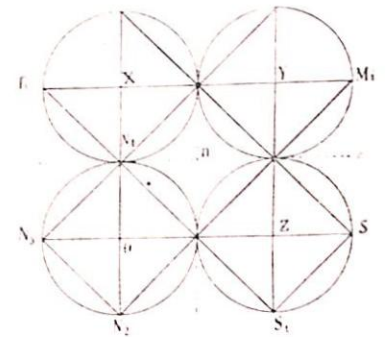


FIG. 22 Caso del eje cuaternario

otros, igual a $\frac{2\pi}{3}$ o sea 120° . Quiere decir que si $O_1 N_1$ gira 120° al rededor de O_1 , vendrá primero a coincidir con $O_1 N_2$ y luego con $O_1 N_3$.

Tal propiedad no es solo peculiar de O_1 ; lo es de todos los O_i , de N_1, M_1, \dots etc. Todos estos puntos son, pues, nudos del sistema; y este se halla compuesto por rombos colocados los unos junto a los otros: el rombo es la *mallá* de este sistema reticular. (Fig. 23).

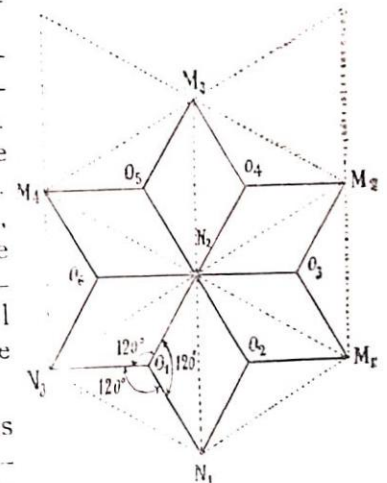


FIG. 23 Caso del eje ternario

5^o. Caso del eje binario. O es el punto por donde pasa el eje binario LL' perpendicularmente a la hoja del dibujo; N_1 es un nudo del sistema.

La existencia del eje binario I_2 exige que el menor ángulo de

$$\text{giro sea } \alpha = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

Por lo tanto, existe a la derecha de O otro nudo N_2 , simétrico de N_1 con respecto a O (Fig. 23 A) de modo que

$$N_1 O = O N_2$$

Como por otra parte, por cada nudo puede pasar el eje binario I_2 — teorema VI —, más arriba de N_2 habrá otro nudo N_3 , simétrico de O con respecto a N_2 ; y así sucesivamente, la recta que pasa por N_1, O, N_2, N_3, \dots etc., será una *fila*. Es la única condición que exige el eje binario sin precisar nada con respecto a la *mallá*.

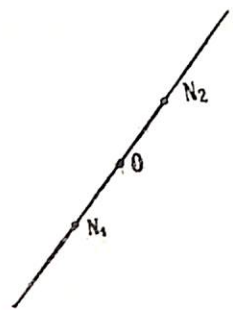


FIG. 23 A Caso del eje binario. Un eje binario pasa por una fila

CONCLUSIONES IMPORTANTES.—El teorema IV y su recíproco nos enseñan que la intersección L_n de n planos de simetría es un eje de simetría de orden n , y que las intersecciones de estos planos con otro plano perpendicular a L_n dan n ejes binarios.

10. Como en los conjuntos *reticulares* no pueden presentarse sino ejes de orden 2, 3, 4 y 6, los planos de simetría que se corten en una misma línea o eje no podrán ser sino en número de 2, 3, 4 y 6.

20. El número de los ejes binarios no podrán ser sino 2, 3, 4 o 6.

CAPITULO TERCERO

CLASIFICACION SISTEMATICA DE LOS CONJUNTOS RETICULARES

1. — Para que un conjunto reticular sea un poliedro simétrico, debe poseer *por lo menos* un centro de simetría. Llamemos P al plano de simetría, L al eje y C al centro de simetría. Un poliedro simétrico que carece de ejes y de planos de simetría, pero que posee un centro C, lleva a los símbolos

$$O L, C, O P$$

es decir, ningún eje, ningún plano y sólo un centro de simetría.

Tal sistema reticular es conocido con el nombre de *asimétrico* o *triclínico*.

En la (Fig. 24), C es el centro de simetría; los puntos A A', B B', E E' y D D' son simétricos con respecto a C. En tal paralelepípedo los ángulos α, β, γ , son diferentes de 90° .

Los parámetros D' A', D' B', D' E' son también *diferentes* entre sí. — Véase p 7-.

2. — Supongamos ahora que el poliedro tenga dos elementos de simetría, el centro C y un eje binario I_2 . La presencia del eje binario exige la existencia de un plano de simetría P que le sea (véase teorema II p 9) perpendicular. El símbolo que caracterice tal conjunto reticular será

$$I_2, C, P$$

es decir, un eje binario, un centro y un plano de simetría. Tales

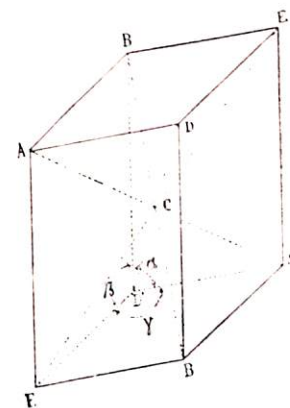


FIG. 24 Elementos de simetría en el sistema o singonía triclínico

caracteres se hallan representados en la (Fig. 25), el centro C, el eje binario L L' y el plano de simetría P es A A' E E'.

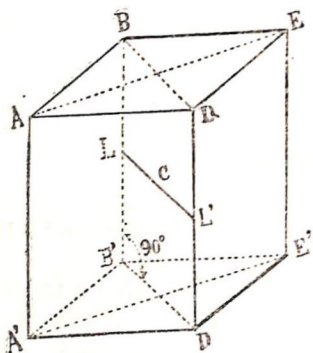


Fig. 25 Elementos de simetría en la singonía terbinaria

Este poliedro representa el sistema reticular binario o monoclinico en el cual el plano B B' D D' que contiene al eje binario es un rectángulo.

3. — Consideremos ahora un sistema dotado de dos ejes binarios. Estos deben cruzarse en un mismo punto y hallarse situados en un mismo plano π y ser perpendiculares entre sí — teorema IV —. Pero la existencia de ejes binarios en un plano, no va sola; va acompañada de la presencia de otro eje, también binario, perpendicular al plano π — Teorema II —. Si los

tomamos dos a dos, vienen a formar un sistema trirectangular de ejes y de planos. Además, siendo estos ejes, tomados dos a dos, de orden par, no son semejantes, son de dos especies — véase la observación de la página —. Estos tres ejes son L_2, L'_2 y L''_2 . El símbolo de este sistema será entonces

$$L_2, L'_2, L''_2, C, P, P', P''$$

Es el sistema terbinario u ortorrómbico, representado en la (Fig. 26). En ella los ejes binarios están figurados en la línea continua en el interior del poliedro, estando, cada uno de ellos, contenido en un plano; por ejemplo L se halla comprendido en el plano A E A' E'; y teniendo a los otros dos perpendiculares a sí mismo.

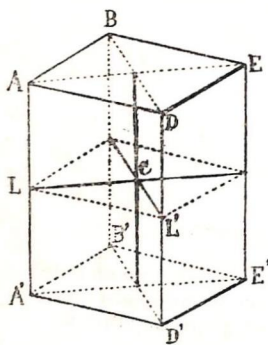


Fig. 26 Elementos de simetría en la singonía terbinaria

4. — Admitamos ahora que no son dos sino tres los ejes binarios que se hallan en un mismo plano.

El ángulo entre dos ejes consecutivos será de 120° , o de 60° si se mide el que forma un eje con la prolongación de otro eje. Perpendicularmente al plano π_3 que contiene los tres ejes binarios, habrá un eje de orden 3, λ_3 , que será al mismo tiempo la

línea de intersección de los tres planos P_i que pasan por los ejes binarios L_2 , los que, por ser impares, son de la misma especie. El plano π_3 no es un plano de simetría. El símbolo de este sistema será por lo tanto,

$$\lambda_3, 3L_2, C, 3P$$

La (Fig. 27) es la representación gráfica de este sistema. L, L', L'' se hallan en el plano π_3 .

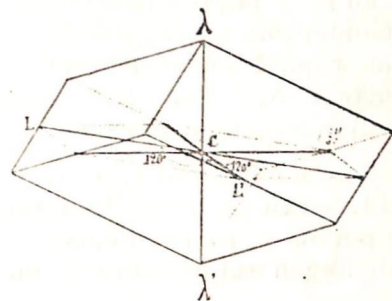


Fig. 27 Elementos de simetría en el sistema romboédrico

5. — Si son cuatro los ejes binarios, el ángulo entre dos ejes consecutivos será $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$

Como son ejes pares, dos serán de una especie, y los otros dos de otra especie — véase pag.

Los designaremos por $2L, 2L'$, con ellos deberá coexistir un eje cuaternario λ_4 perpendicular al plano L y L'. Será al mismo tiempo λ_4 la línea de intersección común de los cuatro planos portadores de los ejes binarios L y L'; los planos P contendrán a los ejes L; los planos P' a los ejes L'. Siendo λ_4 un eje de orden par, exigirá por su parte que haya un plano π de simetría perpendicular a él y que contenga a los cuatro ejes binarios. El símbolo de un tal sistema es $\lambda_4, 2L_2, 2L'_2, C, \pi, 2P, 2P'$

La (Fig. 28) es la representación geométrica de tal sistema reticular.

En ella

- el centro de simetría es : C
- los ejes binarios L_2 son: C L, C L''
- los ejes binarios L'_2 " : C L', C L'''
- el eje λ_4 es: O O'
- el plano π es: C L L' L'' L'''
- los planos P son: G I I' G'
- los planos P' son: H F F' H'

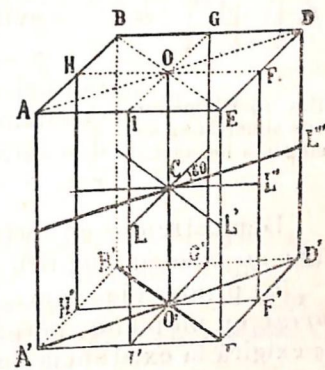


Fig. 28 Elementos de simetría en el sistema cuadrático

los planos P' son: B E E' B y A D D' A'

6.—Son ahora *seis* los ejes binarios, quedando de antemano excluidos los ejes binarios, que sólo son *cinco en número*—véase teorema VII p. 23 y 24— Tales ejes harán entre sí un ángulo $\frac{\pi}{6} = 60^\circ$; o bien sólo de 30° si se considera el ángulo formado por un eje y la prolongación de otro. A esos *seis ejes* binarios responderá un *eje senario* λ_6 . Siendo estos en *número par*, el plano π que les contenga será un plano de simetría, perpendicular a λ_6 . *Tres* de los ejes binarios serán de una especie y los otros *tres* de otra especie.

Los llamaremos L a los primeros y L' a los segundos. Los ejes L serán las líneas de intersección de los planos P que pasan por λ_6 y perpendiculares al plano π . Hecho lo cual, el símbolo general de este sistema será

$$\lambda_6, 3L_2, 3L'_2, C, \pi, 3P, 3L'$$

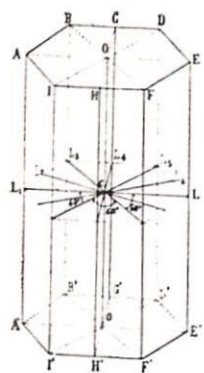


FIG. 29 Elementos de simetría en la simonía hexagonal

La (Fig 29) es la representación geométrica de un tal sistema.

- Eje senario λ_6 : $O O'$
- Ejes binarios L : L_1, L_3, L_5
- Ejes binarios L' : L_2, L_4, L_6
- Centro de simetría : C
- Plano π de simetría : $C L_1 L_2 L_3 \dots$
- Planos P : $A E A' E', B F B' F', D I D' I'$
- Planos P' : $H G H' G'$, y los otros dos, semejantes a éste, no trazados en la fig. para evitar confusión.

7.— a) Hasta aquí sólo hemos considerado ejes binarios y un sólo eje superior a dos. Quédanos la tarea de averiguar si acaso pueden coexistir varios ejes *senarios*, *cuaternarios* o *ternarios*.

Demostremos en primer término, que en un sistema reticular no pueden coexistir *dos ejes senarios* λ_6 y λ'_6 .

El primer eje senario λ_6 exige la presencia de seis ejes binarios en un plano perpendicular a él. De igual suerte, el eje λ'_6 exigirá la existencia de otros seis ejes binarios, distintos de los anteriores. Pero estos tales no pueden existir, luego tampoco existirá el eje λ'_6 . Veámoslo.

En una esfera de radio cualquiera trazamos cuatro ejes $O D, O C, O B, O A$ binarios, de los seis ejes que pueden caber en la semicircunferencia $D A D'$. $L L'$ es el eje senario correspondiente a los seis binarios. (Fig. 30).

Suponemos que existen otros ejes binarios diferentes de los situados en el plano $D A D'$. Sea $O P$ uno de estos ejes binarios, fuera de los planos de simetría $L A, L B$.

La presencia del plano de simetría $L B$ exige que al otro lado de él y a una distancia igual, exista otro eje $O P'$. Dígase lo propio de la existencia de otros ejes $P P'', O P''', \dots$ etc., exigida por los otros planos de simetría $L A, L C, L D, \dots$

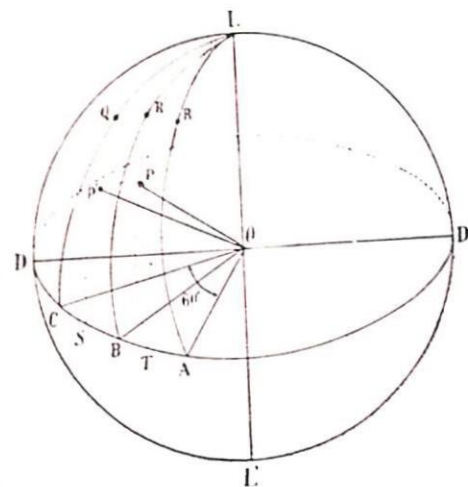


FIG. 30 En un sistema reticular no pueden coexistir dos ejes senarios

Así que, siendo seis los planos de simetría, seis deben ser los ejes binarios $O P$. Además, éstos no pueden caer sino en el plano bisector de los arcos $A B, B C, C D, \dots$, porque de otro modo pasarían de seis los tales ejes supuestos. Pero el arco $P P'$ es menor que el arco $S T$, y por lo tanto

$$\widehat{P P'} < \widehat{B A}$$

como se puede ver inmediatamente en la misma figura.

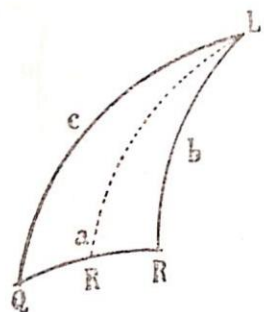
Ahora bien, el arco $\widehat{A B} = 30^\circ$; luego

$$\widehat{P P'} < 30^\circ$$

Pero el menor ángulo que deben hacer dos ejes binarios es de 60° o bien de 30° si se tiene en cuenta el ángulo de un eje con la prolongación de otro—véase teorema VII p. 23—. Por lo tanto no hay sitio para un eje binario al interior de los planos de simetría.

¿Lo habrá en los mismos planos de simetría?

Sean R, R' la traza de los nuevos ejes binarios en el nuevo plano LA y en el plano LB. Prolonguemos el arco RR' hasta el arco R'Q igual a RR'. Q se halla entonces en el plano LC; y el arco QR forma con los arcos LQ y LR un triángulo esférico isósceles. El arco QR - menor que el de 60°, para que nos ofrezca una solución admisible, deberá tener un valor sea de 45°, o bien de 30° - véase el mismo teorema VII-. Evaluemos el valor del arco QR. - Para facilitar lo dibujamos aparte, (Fig. 31)



lado a = \widehat{QR}

lado b = lado C = \widehat{RL}

Sabemos la fórmula fundamental de la Trigonometría esférica

$$\cos. a = \cos. b \cos. c + \text{sen. } b \text{ sen. } c \cos. A$$

En el caso presente $A = 60^\circ$

$$\cos QR = \cos^2 b + \text{sen}^2 b \cos 60^\circ$$

$$= 1 - \text{sen}^2 b + \frac{1}{2} \text{sen}^2 b$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \text{sen}^2 b$$

En la suposición de que OR fuese un eje de simetría, si se tiene en cuenta que también lo son los ejes OL y OA, éstos junto con OR no podrán ser sino o *senarios* o *cuaternarios*, es decir, el ángulo elemental de giro de dos ejes consecutivos no podrá ser sino de 30° o bien de 45°.

1º Sea $b = 30^\circ$

$$\cos QR = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

2º Sea $b = 45^\circ$

$$\cos QR = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

Ninguna de las dos soluciones es buena porque el arco QR no debe tener por valor sino 30° o 45°, como se dijo; en el primer caso el valor de $\cos QR$ sería de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ y en el segundo,

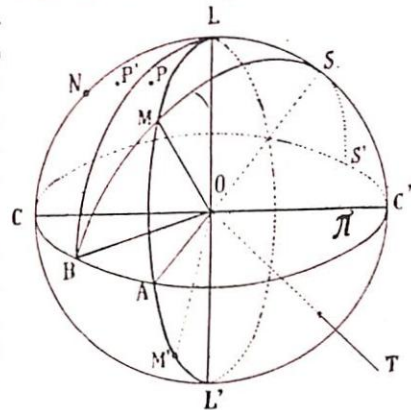
$$\frac{\sqrt{2}}{3}$$

Queda, pues, así demostrada la imposibilidad de nuevos ejes binarios, o lo que es lo mismo, la imposibilidad de la existencia de otro eje senario λ_6 .

b) Excluido el eje quinario, por la imposibilidad de su existencia, veamos ahora si pueden *coexistir varios ejes cuaternarios de simetría* en un mismo sistema reticular.

En una esfera, de radio cualquiera, trazamos el eje cuaternario OL y perpendicularmente a él un plano π que contiene los cuatro ejes binarios, de los cuales dibujamos tres OA, OB, OC a una distancia angular, unos de otros, de 45°.

Si existe algún otro eje binario fuera del plano π no podrá hallarse dentro del triángulo esférico LAB, por ejemplo en P - (Fig. 32) - porque entonces en virtud de la presencia del plano de simetría LB deberá existir el simétrico P' de P al otro lado; el arco PP', siendo inferior a 45°, deberá necesariamente ser igual a 30°. Pero hemos visto ya antes, que tales ejes, separados por un ángulo de 30°, necesitarían la presencia de un eje senario λ_6 perpendicular al plano que contiene los ejes OP, OP' que, en este caso, serían dos de los seis ejes binarios contenidos en un plano π hipotético. Ahora bien, hemos visto que un eje senario no puede coexistir con otro eje de orden mayor que 2 (*). Por consiguiente los ejes OP, OP' son imposibles.



Supongamos ahora que el tal eje binario exista en el plano LAL'. El tal eje deberá dividir el arco AML en dos partes iguales, o lo que es lo mismo, hallarse M a 45° de A y de L'. ¿Por qué? Porque siendo ejes de simetría tanto OL y OA como OM, y no pudien-

FIG. 32 Coexistencia en el sistema reticular de tres ejes cuaternarios con seis ejes binarios y cuatro ejes ternarios

(*) El primer punto que deja establecido la demostración anterior, es que no puede existir un solo eje binario fuera del plano DA D' - (Fig. 30) -; es decir que no hay ni puede haber sino seis ejes binarios, a lo mucho. Pero también la misma demostración deja establecido este segundo punto, que no pueden coexistir con el eje senario λ_6 ningún otro eje ternario ni cuaternario; porque la presencia de un eje ternario exige la existencia de tres ejes binarios perpendiculares a él; y un eje cuaternario exige otros cuatro ejes binarios diferentes. La imposibilidad de un mayor número de ejes binarios implica la imposibilidad de la presencia de ejes ternarios o cuaternarios.

do haber entre ellos un ángulo de 30° , el ángulo inmediatamente superior a 30° y posible en un sistema reticular es el de 45° . Por esta misma razón debe existir en M' el simétrico de M con respecto a $O A$. Por lo tanto el eje $O C'$ es también un eje *cuaternario*.

Imprimamos ahora un giro de 90° al rededor de $C C'$ al plano $C B A C'$. El eje $O A$ coincidirá con $O L$ y el eje $O B$ vendrá a ocupar el sitio $O N$; N será la mitad del arco $C L$ y simétrico de M con respecto al plano $L M A$.

El plano $C L C'$ será portador de nuevos ejes de simetría separados unos de otros por un ángulo de 45° . Por consiguiente el eje $O A$ será un nuevo eje *cuaternario*.

Tenemos, pues, así *tres ejes cuaternarios* perpendiculares entre sí, a saber, $O L$, $O C'$ y $O A$.

Calculemos ahora el valor del ángulo de arco $M B$

$$\begin{aligned} \cos MB &= \cos AM \cos BA + \sin AM \sin BA \cos A \\ &= \cos 45^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \sin 45^\circ \cos 90^\circ \\ &= \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Por lo tanto el arco $M B = 60^\circ$

Entre un eje y la prolongación de otro hay, pues, el ángulo de 60° lo cual quiere decir que perpendicularmente al plano $B M S S'$ hay un eje ternario $O T$.

Cada eje ternario traspasa, por decirlo así, dos octantes: como son ocho los *octantes* de la esfera, hay, pues, *cuatro ejes ternarios*.

Los planos principales de simetría $C A C'$, $L C L' C'$ y $L A L'$, portadores de dos ejes cuaternarios cada uno de ellos, son al mismo tiempo portadores de dos ejes binarios, por ejemplo, el plano $L A L'$ carga los ejes $O M$, $O M'$; por lo tanto hay *seis ejes binarios*. Estos al hallarse en un mismo plano serían de especie diferente y tendrían como eje correspondiente un eje *senario*. No así en el caso presente que están localizados en tres planos distintos. Cada eje binario es *bisector del ángulo* formado por dos ejes cuaternarios; al propio tiempo es *perpendicular* a un plano de simetría.

En resumen: el sistema reticular aquí considerado, el más rico en elementos de simetría, se caracteriza por: 1º *tres ejes cuaternarios*; 2º *cuatro ejes ternarios*; 3º *seis ejes binarios*;

4º el centro O de simetría; 5º *tres* planos principales de simetría perpendiculares a los ejes cuaternarios; 6º *seis* planos de simetría binarios. El *símbolo* de un tal sistema será

$$3L_4, 4L_3, 6L_2, C, 3P_4, 6P_2$$

Un *cubo circunscrito a una esfera* va a condensar gráficamente todos estos elementos. (Fig. 33).

$$L_4 : aa', bb', cc'$$

$$L_3 : AC', BD', CA', DB'$$

$$L_2 : 11', 22', 33', 44', 55', 66'$$

$$C : O$$

$$P_4 : 121'2', 434'3', 565'6'$$

$$P_2 : BDD'B', ACA'C', AB'DC'$$

$$BA'CD', AD'BC', DA'CB'$$

Por ejemplo, el eje binario $55'$ es perpendicular al plano $B D D' B'$. No trazamos los *ejes ternarios* AC' , BD' etc. para no recargar la figura.

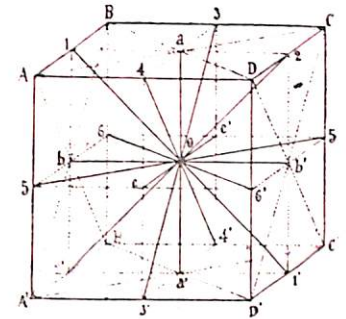


FIG. 33 Elementos de simetría en la singonía cúbica o regular

CAPITULO CUARTO

LEYES DE D'HAUY Y DE WEISS.—PARAMETROS DE WEISS
Y DE MILLER.—SIMBOLOS CRISTALOGRAFICOS DE LAS
FACETAS Y DE LOS EJES DE ZONA

Una de las finalidades que se propone la Cristalografía es la designación por símbolos de las facetas de un cristal. Es lo que nos proponemos en este Capítulo; es decir, vamos a estudiar los métodos de que dispondremos para llegar a este objeto. Pero antes nos es preciso enunciar y explicar dos leyes importantísimas de la Cristalografía, nos referimos a las *leyes empíricas* de Haüy y de Weiss.

LA LEY DE HAUY Y LA DE LAS ZONAS

1^o Es la ley fundamental de la Cristalografía geométrica encontrada por el abate francés René Just d'Haüy, fundador de la Cristalografía, en 1784, ley aplicable ciertamente, como se halla concebida, sólo al cristal que llamaremos perfecto.

EXPRESIÓN ARITMÉTICA DE LA LEY.—Sean A O B, B O C, C O A, A B C cuatro caras de un cristal que forman un tetraedro.

Sea, además, otra cara P R Q del mismo cristal *no paralela* a ninguna de las cuatro caras precedentes. La ley experimental de la *constancia* de los ángulos de René de l'Isle nos enseña que entre las longitudes O A, O B, O C deben existir relaciones determinadas (Fig. 34).

$$\frac{O A}{O B} = m; \quad \frac{O B}{O C} = n; \quad \frac{O C}{O A} = p \quad (1)$$

De igual suerte entre los segmentos O P, O Q, O R deben existir relaciones también determinadas.

La ley de Haüy establece las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} \frac{O P}{O Q} &= \frac{g}{h} \cdot \frac{O A}{O B} \\ \frac{O Q}{O R} &= \frac{h}{k} \cdot \frac{O B}{O C} \quad (2) \\ \frac{O R}{O P} &= \frac{k}{g} \cdot \frac{O C}{O A} \end{aligned}$$

En las cuales $\frac{g}{h}; \frac{h}{k}; \frac{k}{g}$ (3)

son relaciones racionales simples, es decir g, h, k, son números enteros pequeños.

Las relaciones (3) se deducen de las medidas de los ángulos del cristal sujeto a la experiencia. Los números obtenidos, es muy natural, por las medidas físicas, no pueden ser números racionales sino por aproximación, y tanto más aproximados a ellos cuanto más precisas sean las medidas.

NOTA 1^a—La ley de Haüy nos manifiesta que las relaciones que contengan números irracionales, por ejemplo $1: \sqrt{2}: \sqrt{5}$ no pueden hallarse en los cristales. Las caras que respondiesen a estas relaciones, son *imposibles*; no pueden existir.

NOTA 2^a—Los números m, n, p, g, h, k se deducen de las *medidas* de los ángulos diedros de las caras del cristal; en tal virtud no pueden ser sino los valores medios de repetidas medidas, es decir, números tales que fluctúan entre un límite máximo y otro límite mínimo de precisión.

Si, pues, el límite de precisión es, por ejemplo, de $\frac{1}{1.000}$ para escribir el número 2, habiendo obtenido 2,001, diremos que el número obtenido es con la precisión más o menos de un milésimo.

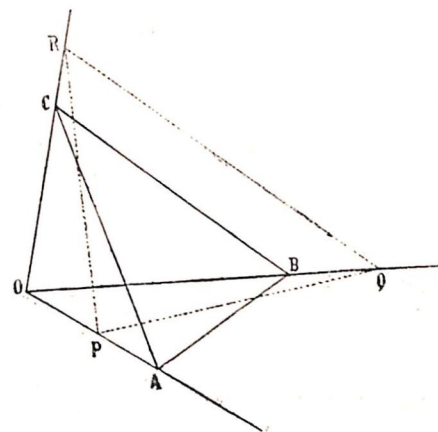


FIG. 34 Las intersecciones de un plano con los ejes de referencia de un cristal guardan entre sí relaciones racionales

LA LEY DE LAS ZONAS.—Definamos ante todo, lo que se entiende por caras *posibles* y aristas *posibles* en un cristal.

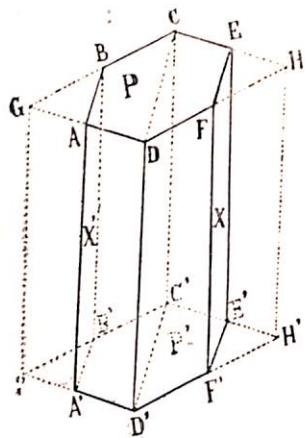


FIG. 35 Definición de las caras posibles y aristas posibles en un cristal

Tomemos un cristal del sistema *monoclínico* (por ejemplo un feldespato) dentro del poliedro fundamental GCHD G' C' H' D'. Los planos AB A' B' y EF E' F' paralelos al plano de simetría CD C' D' son *posibles*; luego pueden existir.

Partamos ahora del cristal *derivado*, o sea del cristal.

ABCEFD A' B' C' E' F' D'

Si prolongamos las aristas CB y DA, C' B' y D' A', van a cortarse las dos primeras en G, y las dos segundas en G'. La arista GG', línea de unión de G y de G', es una *arista posible*; luego puede existir.

La ley de Weis dice lo siguiente:

“*Todo plano paralelo a dos aristas cualesquiera, existentes o posibles, de un cristal, es una cara posible de éste; y toda dirección paralela a la línea de intersección de dos caras cualesquiera, existentes o posibles, es una arista posible en dicho cristal*”.

En un cristal se llama *zona* al conjunto de todas las facetas que se cortan según *aristas paralelas*. En la (Fig. 35) las facetas que se hallan *en zona* son los planos p x p' x', limitados por las aristas AB, FE, F'E', A'B'.

Lámase *eje de zona* a una recta dirigida paralela a esos planos, es decir, paralela a una de las aristas, por ejemplo a la arista DC.

Dadas estas definiciones y explicaciones podemos enunciar la ley de Weis, apellidada *ley de zonas*, del modo siguiente:

“Cuando la faceta de un cristal pertenece simultáneamente a dos zonas del mismo, esa faceta es una cara existente o posible en el mismo cristal”.

La importancia de la ley de Weiss, añade A. K. Boldyrev en su *Cristalografía* (*), se infiere de que con la ayuda de ella,

(*) A. K. Boldyrev, Profesor de la Escuela de Minas y Director del Instituto Federov de Leningrado. *Cristalografía*.—Traducción por el Dr. Rafael Candel Vila.—Editorial Labor, pág. 61.—(1934).

conociendo cuatro caras cualesquiera de un cristal —de las cuales no resulten aristas paralelas—, podemos averiguar las infinitas caras posibles en este cristal, construyendo sucesivamente nuevos y nuevos planos paralelos a los elementos conocidos anteriormente y, como consecuencia de ello, se deducen todas las aristas posibles. Para esto precisa que ninguna de las tres caras primitivas se corten según aristas paralelas.

Las formas cristalográficas se definen por las intersecciones con los ejes de coordenadas. Tales intersecciones o parámetros han sido expresados diferentemente por los autores. En la actualidad los más usados son tres, los de Weis, de Miller y de Naumann. Los autores franceses utilizan los de Levi.

Weis designa los semi-ejes cristalográficos con las letras a, b, c, e indica la posición de una faceta del cristal por las intersecciones de ella con estos semi-ejes. Así $1a : 1b : 2c$ quieren decir que la faceta corta los ejes a y b a la distancia unidad, y al eje c a la distancia 2. Del propio modo, $1a : 2b : 2c$, será la cara que corta al semi-eje a a la distancia 1; al semi-eje b a la distancia 2; al semi-eje c a la distancia 2 (véase figura 36)

La faceta $1a : \infty b : 2c$ corta al semi-eje a a la distancia 1; a b al infinito; a c a la distancia 2. Tal faceta está representada en la (figura 37).

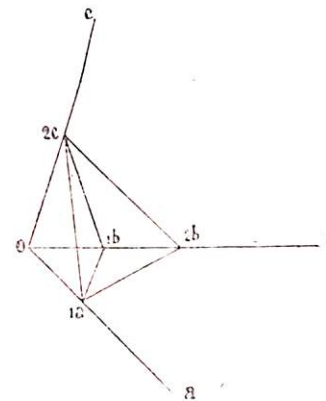


FIG. 36 Faceta del cristal que tiene por símbolo, $1a : 2b : 2c$

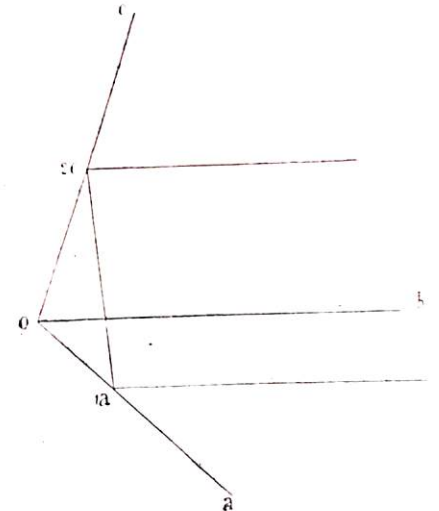


FIG. 37 Faceta caracterizada por el símbolo, $1a : \infty b : 2c$

Cuando los índices de una cara son, por ejemplo,
 $2a : 2b : 3c$

Weiss divide todos los índices por el menor de ellos

$$\frac{2}{2} a : \frac{2}{2} b : \frac{3}{2} c$$

es decir, $a : b : \frac{3}{2} c$; lo cual, según la Geometría Analítica, equivale a un traslado de la cara *paralelo* a si misma.

De igual suerte $2a : 3b : 4c$

equivaldría a $a : \frac{3}{2} b : 2c$

LOS INDICES DE MILLER

El sistema de Miller es el más usado en el día. Fue propuesto en 1825 por *Whewell* y, poco después, de una manera independiente, por *Grassmann* y *Frankenheim*; pero no se hizo de empleo general sino cuando *Miller*, Profesor de Cambridge, lo hubo adoptado en sus escritos y especialmente en su *Cristalografía*.

En el sistema de Miller las intersecciones de la cara con los semi-ejes se escriben también con el orden a, b, c, pero el valor de ellas es el recíproco de los parámetros de Weiss. Lo cual quiere decir que éstos pueden obtenerse considerando los índices de Miller como los denominadores de fracciones.

Establecemos, para mayor claridad, un paralelo entre unos y otros.

PARAMETROS DE WEISS

$$1^{\circ} \quad \frac{1}{1} a : \frac{1}{1} b : \frac{2}{1} c$$

$$2^{\circ} \quad \frac{1}{1} a : \frac{2}{1} b : \frac{1}{1} c$$

$$3^{\circ} \quad \frac{1}{1} a : \frac{\infty}{1} b : \frac{2}{1} c$$

$$4^{\circ} \quad \frac{1}{1} a : \frac{\infty}{1} b : \frac{\infty}{1} c$$

$$5^{\circ} \quad \frac{2}{1} a : \frac{2}{1} b : \frac{3}{1} c$$

$$6^{\circ} \quad \frac{2}{1} a : \frac{3}{1} b : \frac{4}{1} c$$

PARAMETROS DE MILLER

$$1^{\circ} \quad \frac{1}{1} a : \frac{1}{1} b : \frac{1}{2} c = \frac{2a}{2} : \frac{2b}{2} : \frac{1c}{2} = (221)$$

$$2^{\circ} \quad \frac{1}{1} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{1} c = \frac{2a}{2} : \frac{1b}{2} : \frac{2c}{2} = (212)$$

$$3^{\circ} \quad \frac{1}{1} a : \frac{1}{\infty} b : \frac{1}{2} c = \frac{2a}{2} : \frac{2b}{\infty} : \frac{1c}{2} = (201)$$

$$4^{\circ} \quad \frac{1}{1} a : \frac{1}{\infty} b : \frac{1}{\infty} c = 1a : 0b : 0c = (100)$$

$$5^{\circ} \quad \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{3} c = \frac{3a}{6} : \frac{3b}{6} : \frac{2c}{6} = (332)$$

$$6^{\circ} \quad \frac{1}{2} c : \frac{1}{3} b : \frac{1}{4} c = \frac{6a}{12} : \frac{4b}{12} : \frac{3c}{12} = (643)$$

Y así sucesivamente.

En general, si $\frac{m}{n} \frac{n}{p}$ son los coeficientes de a, b, c en la notación de Weiss; y si $\frac{h}{k} \frac{k}{l}$ son los coeficientes de Miller; entre unos y otros deben existir las relaciones $hm = kn = lp = 1$ de donde

$$h = \frac{1}{m}; \quad k = \frac{1}{n}; \quad l = \frac{1}{p}$$

Adviértase que si las intersecciones de la *cara parametral* o fundamental son con la parte negativa de los ejes, los índices, ya de Weiss, ya de Miller deberán llevar el signo (-) colocados sobre ellos.

EJEMPLO. Como aplicación de lo dicho vamos a notar todas las facetas del octaedro regular (sistema cúbico), principiando por la cara parametral (1, 2, 5) que intercepta segmentos positivos en los tres ejes y continuando la designación según el orden indicado por la flecha. (Fig. 38)

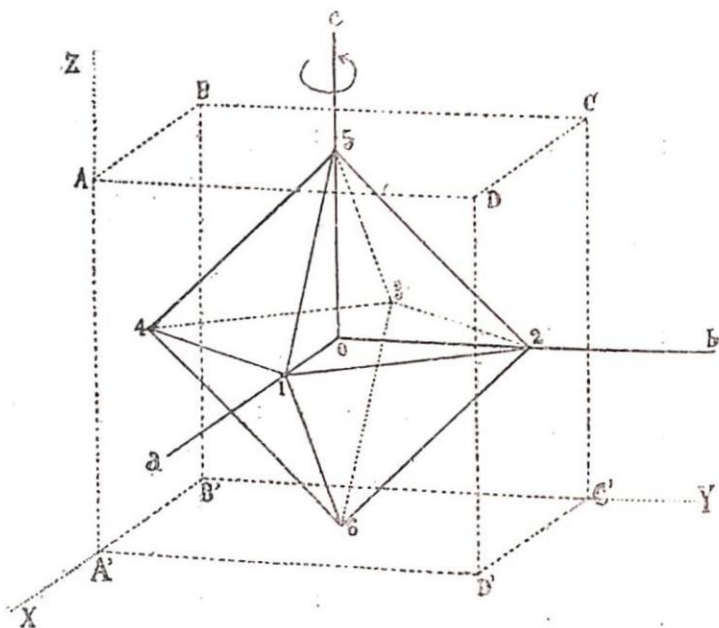


Fig. 38 Determinación por sus índices de las facetas del octaedro

faceta 1, 2, 5 : (1 1 1)	faceta 1, 2, 6 : (1 1 $\bar{1}$)
faceta 2, 3, 5 : ($\bar{1}$ 1 1)	faceta 2, 3, 6 : ($\bar{1}$ 1 $\bar{1}$)
faceta 3, 4, 5 : ($\bar{1}$ $\bar{1}$ 1)	faceta 3, 4, 6 : ($\bar{1}$ $\bar{1}$ $\bar{1}$)
faceta 4, 1, 5 : (1 $\bar{1}$ 1)	faceta 4, 1, 6 : (1 $\bar{1}$ $\bar{1}$)

SIMBOLOS CRISTALOGRAFICOS DE LAS CARAS.— METODOS DE LAS ZONAS

Antes de ir adelante vamos a recordar algunos teoremas de Geometría Analítica del Espacio. Si dos planos I y II tienen las ecuaciones:

$$(I) \quad a_1 X + b_1 Y + c_1 Z + d_1 = 0$$

$$(II) \quad a_2 X + b_2 Y + c_2 Z + d_2 = 0$$

para que I y II sean planos paralelos se necesita que entre los coeficientes de X, Y, Z se verifique la condición

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \text{constante } \rho$$

Si uno de los planos pasa por el origen y ambos son paralelos, las ecuaciones anteriores pasan a estas otras

$$(I') \quad \rho (a_2 X + b_2 Y + c_2 Z) + d_1 = 0$$

$$(II') \quad a_2 X + b_2 Y + c_2 Z = 0$$

Llamemos A al segmento interceptado por el plano I en el eje de las X, B al interceptado en el eje de las Y, C al interceptado en el de las Z; sabemos que (I) puede tomar la forma

$$(1) \quad \frac{X}{A} + \frac{Y}{B} + \frac{Z}{C} - 1 = 0$$

en la cual

$$\frac{\rho a_2}{d_1} = \frac{1}{A}; \quad \frac{\rho b_2}{d_1} = \frac{1}{B}; \quad \frac{\rho c_2}{d_1} = \frac{1}{C}$$

El plano (II) paralelo a (I) y expresado de manera análoga a (1) será

$$(2) \quad \frac{X}{A} + \frac{Y}{B} + \frac{Z}{C} = 0$$

ECUACION DEL EJE DE ZONA

Cuando varias facetas o caras de un cristal se cortan en líneas *rectas paralelas* se dice que esas facetas *están en zona*. Las facetas paralelas de una *dirección dada* constituyen, pues, la zona.

Para obtener esta dirección basta que sepamos las ecuaciones de los planos π y π' que forman parte de la zona. Como en Cristalografía lo que más importa es la dirección de los planos y los ángulos que entre sí ellos forman, vamos a dar un empuje a ambos, a π y a π' , hasta hacerlos pasar por el origen O y de modo que la nueva dirección sea *paralela* a la primitiva. La línea L de intersección será el *eje de zona*.

$$(3) \quad \pi) \frac{X}{A} + \frac{Y}{B} + \frac{Z}{C} = 0$$

$$\pi') \frac{X}{A'} + \frac{Y}{B'} + \frac{Z}{C'} = 0$$

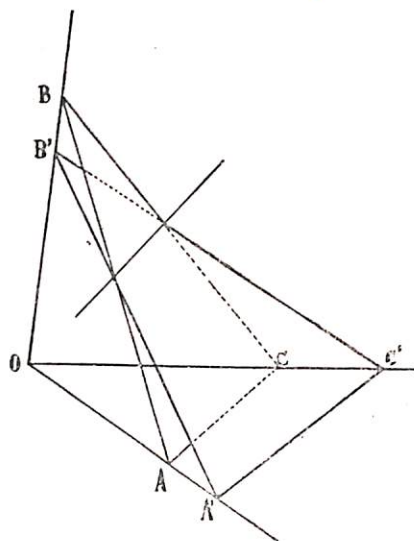


FIG. 39 Un eje de zona es dado por la intersección de dos planos de la zona

en estas fórmulas A, B, C, A', B', C', son las intersecciones que harían π y π' , al no pasar por el origen, con los ejes de coordenadas.

Para facilitar la representación gráfica y ver mejor la intersección de los planos, no los hacemos pasar por el origen. Sean, pues, A, B, C, A', B', C' las intersecciones con los ejes de coordenadas. (Fig. 39). En virtud de las leyes de la malla cristalográfica, tendremos,

$$A = ma ; \quad B = nb ; \quad C = pc$$

$$A' = m'a ; \quad B' = n'b ; \quad C' = p'c$$

en cuyas igualdades m, n, p, m', p', n' son números *enteros* positivos o negativos y quizá *primos* entre sí.

Como los símbolos de Miller son el inverso de los de Weiss:

$$m = \frac{1}{h} ; \quad n = \frac{1}{k} ; \quad p = \frac{1}{l}$$

$$m' = \frac{1}{h'} ; \quad n' = \frac{1}{k'} ; \quad p' = \frac{1}{l'}$$

las fórmulas de π y de π' se reducen a estas otras

$$h \frac{X}{a} + k \frac{Y}{b} + l \frac{Z}{c} = 0$$

$$(4) \quad h' \frac{X}{a} + k' \frac{Y}{b} + l' \frac{Z}{c} = 0$$

La recta L de intersección de esos dos planos (4) pasará por el origen O y será el *eje de zona*.

Despejemos esas dos ecuaciones con respecto a $\frac{Z}{c}$

$$\frac{Z}{c} = - \left(\frac{h}{l} \frac{x}{a} + \frac{k}{l} \frac{Y}{b} \right) = - \left(\frac{h'}{l'} \frac{X}{a} + \frac{k'}{l'} \frac{Y}{b} \right)$$

$$\frac{X}{a} \left(\frac{h}{l} - \frac{h'}{l'} \right) = \frac{Y}{b} \left(\frac{k'}{l'} - \frac{k}{l} \right) = - \frac{Y}{b} \left(\frac{k}{l} - \frac{k'}{l'} \right)$$

$$\frac{Y}{b} = \frac{X}{a} \left(\frac{h l' - l h'}{k' l - l' k} \right)$$

Utilizando igual método deducimos las siguientes relaciones

$$\frac{X}{a} = \frac{Z}{c} \left(\frac{l k' - l' k}{h k' - h' k} \right) = \frac{Y}{b} \left(\frac{k' l - l' k}{h l' - l h'} \right)$$

Vamos a dividir cada ecuación por el factor $(l' k - l k')$; hecho lo cual tendremos

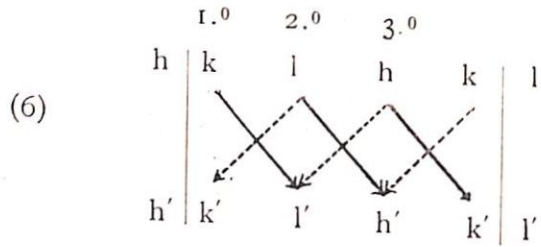
$$(5) \quad \frac{X}{a} \left(\frac{l}{k l' - k' l} \right) = \frac{Y}{b} \left(\frac{l}{l h' - l' h} \right) = \frac{Z}{c} \left(\frac{l}{h k' - h' k} \right)$$

Las ecuaciones (5) tomadas de dos en dos son las del eje de zona L.

Los coeficientes de $\frac{X}{a}, \frac{Y}{b}, \frac{Z}{c}$, en los denominadores de ellos, no son sino el desarrollo de los determinantes

$$(1^{\circ}) \begin{vmatrix} k & l \\ k' & l' \end{vmatrix} \quad (2^{\circ}) \begin{vmatrix} l & h \\ l' & h' \end{vmatrix} \quad (3^{\circ}) \begin{vmatrix} h & k \\ h' & k' \end{vmatrix}$$

que se desprenden sencillamente aplicando la regla de Sarrus, del siguiente modo. Se escriben en dos líneas los coeficientes $h k l$ y $h' k' l'$ en dos series seguidas



Se separan con dos barros la primera columna de la segunda, y la penúltima de la última. El primer coeficiente - el señalado con 1.^o - se forma haciendo el producto de las dos letras enlazadas con la flecha de línea continua y restando de él el producto formado por las letras unidas entre sí con la flecha de puntos inmediata. El segundo coeficiente principia por la letra l - que lleva sobre sí el número 2.^o - que va multiplicarse con la letra h' , una y otra enlazados por la flecha de línea continua; a este producto hay que restar $h l'$ unidos entre sí por la flecha de línea punteada. Del propio modo el tercero.

$$1^{\circ} (kl' - lk'); \quad 2^{\circ} (lh' - hl'), \quad 3^{\circ} (hk' - kh')$$

APLICACIÓN

Tratemos de encontrar los símbolos de los ejes cristalográficos $\underline{c}, \underline{b}, \underline{a}$, o sea de las *aristas*, líneas de intersección de dos caras en el cubo (Fig. 38)

eje \underline{c} (paralelo a $\overline{A'A}$)

SÍMBOLOS DE WEISS

$a = 1$ cara A D A' D'
 $b = \infty$
 $c = \infty$

SÍMBOLOS DE MILLER

$a = \frac{1}{1} = 1$
 $b = \frac{1}{\infty} = 0$
 $a = \frac{1}{\infty} = 0$

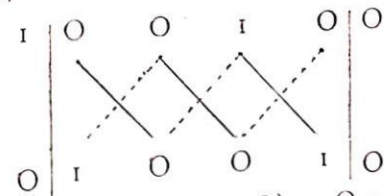
Símbolo de la cara A D A' D' = (100)
 Cara C D C' D'

$a = \infty$
 $b = 1$
 $c = \infty$

$a = \frac{1}{\infty} = 0$
 $b = \frac{1}{1} = 1$
 $c = \frac{1}{\infty} = 0$

Símbolo de la cara C D C' D' = (010)

Con los símbolos de ambas facetas podemos ya formar los determinantes (6)



$1^{\circ} (0 \cdot 0 - 0 \cdot 1) = 0$, $2^{\circ} (0 \cdot 0 - 1 \cdot 0) = 0$; $3^{\circ} (1 \cdot 1 - 0 \cdot 0) = 1$
 Los símbolos de la arista $\overline{D'D}$, paralela a \underline{c} , es, pues, (001).

Por igual procedimiento encontraremos los símbolos de los ejes \underline{a} y \underline{b}

eje \underline{a} : (100)
 eje \underline{b} : (010)

Para abreviar la escritura establezcamos:

$kl' - lk' = M$
 $lh' - hl' = N$
 $hk' - kh' = P$

La ecuación del eje de zona toma la forma:

$$\frac{X}{a} \cdot \frac{1}{M} = \frac{Y}{b} \cdot \frac{1}{N} = \frac{Z}{c} \cdot \frac{1}{P} = \text{constante } K$$

$$(7) \quad \frac{X}{a} = KM \quad ; \quad \frac{Y}{b} = KN \quad ; \quad \frac{Z}{c} = KP$$

Si el plano

$$(8) \quad h \frac{X}{a} + k \frac{Y}{b} + l \frac{Z}{c} = 0$$

pertenece a la zona cuyo eje tiene por ecuaciones las igualdades (7), es preciso que estas satisfagan a la ecuación (8) del predicho plano. Por lo tanto

$$K(hM + kN + lP) = 0$$

$$(9) \quad hM + kN + lP = 0$$

La ecuación (9) es la de un plano que pasa por el eje de zona. Como su forma es absolutamente general, diremos mejor que (9) define a la misma zona.

PROBLEMA.—Conocida una cara por su ecuación determinar las condiciones que debe llenar para pertenecer simultáneamente a dos zonas Z y Z'

Sean las dos zonas Z y Z' definidas por las ecuaciones (10)

$$(10) \quad \begin{aligned} hM + kN + lP &= 0 \\ h'M' + k'N' + l'P' &= 0 \end{aligned}$$

Si el plano — digamos ahora cara o faceta del cristal — cuya ecuación es

$$h \frac{X}{a} + k \frac{Y}{b} + l \frac{Z}{c} = 0$$

pertenece simultáneamente a las dos zonas Z y Z' es preciso que los coeficientes h, k, l de este plano satisfagan a las ecuaciones de Z y de Z' ; que esto equivale a resolver (10) con respecto a h, k, l .

Dividiendo todos los miembros de ambas ecuaciones por l obtendremos:

$$(11) \quad M \frac{h}{l} + N \frac{k}{l} + P = 0$$

$$M' \frac{h}{l} + N' \frac{k}{l} + P' = 0$$

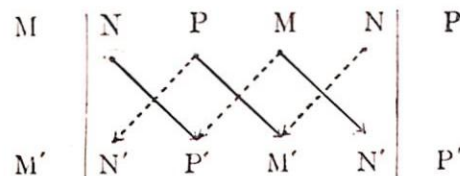
$$\frac{h}{l} = \frac{NP' - N'P}{MN' - M'N}$$

$$\frac{k}{l} = \frac{PM' - P'M}{MN' - M'N}$$

Una de las soluciones posibles es

$$(12) \quad \begin{aligned} h &= NP' - N'P \\ k &= PM' - P'M \\ l &= MN' - M'N \end{aligned}$$

Los valores (12) se obtienen aplicando, aquí también, la regla de Sarrus



Por consiguiente la ecuación de la cara que pertenecerá simultáneamente a las dos zonas Z y Z' es

$$(NP' - N'P) \frac{X}{a} + (PM' - P'M) \frac{Y}{b} + (MN' - M'N) \frac{Z}{c} = 0$$

RESUMEN.—Antes de llegar a las aplicaciones vamos a dar un resumen de los resultados obtenidos en este capítulo.

1.º Dos planos π y π' que pasan por el origen O y que pertenecen a una zona Z tienen por ecuación

$$\begin{aligned} \pi) \quad h \frac{X}{a} + k \frac{Y}{b} + l \frac{Z}{c} &= 0 \\ \pi') \quad h' \frac{X}{a} + k' \frac{Y}{b} + l' \frac{Z}{c} &= 0 \end{aligned}$$

2.º El eje de la zona a que pertenecen π y π' o lo que es lo mismo, la línea de intersección de ambos planos π y π' es el siguiente

$$\frac{X}{a} \frac{l}{M} = \frac{Y}{b} \frac{l}{N} = \frac{Z}{c} \frac{l}{P} = \rho$$

3.º El eje de una zona Z' es el siguiente

$$\frac{X}{a} \frac{l'}{M'} = \frac{Y}{b} \frac{l'}{N'} = \frac{Z}{c} \frac{l'}{P'} = \rho'$$

4.º El plano π'' que se desea hacer pasar por los ejes (de los números 2.º y 3.º) de las zonas Z y Z' , tiene por ecuación

$$\pi'' \quad H \frac{X}{a} = K \frac{Y}{b} = L \frac{Z}{c} = 0$$

Para que el plano π'' pertenezca a las zonas Z y Z' es preciso que las coordenadas de los ejes de zona satisfagan a la ecuación del plano π'' . Por lo tanto

5.º Las ecuaciones

$$\begin{aligned} \rho (HM + KN + LP) &= 0 \\ \rho' (HM' + KN' + LP') &= 0 \end{aligned}$$

dan el valor de H, K, L coeficientes del plano π'' que pertenecerá simultáneamente a las zonas Z y Z' .

APLICACIONES

PROBLEMAS.—1.º Conocidos los planos - o caras - por sus coeficientes (100), (010) encontrar el eje de zona.

2.º Dadas dos series de planos

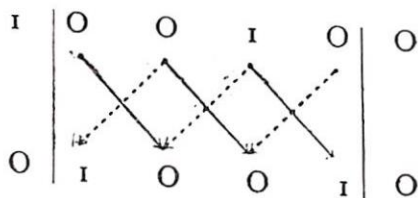
$$\begin{aligned} (010), (101) \\ (100), (011) \end{aligned}$$

encontrar las líneas de intersección σ , lo que es lo mismo, los ejes λ_1 y λ_2 de zona.

3.º Conocidos λ_1 y λ_2 , ejes de zona, determinar los coeficientes H_0, K_0, L_0 de un plano π_0 común a ambas zonas.

SOLUCIONES:

1.º El eje de zona tiene por coeficientes M, N, P cuyos valores se obtienen aplicando las relaciones dadas por la regla de Sarrus

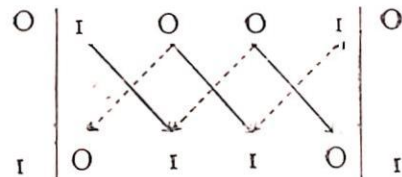


$$M = 0 \cdot 0 - 0 \cdot 1 = 0; N = 0 \cdot 0 - 1 \cdot 0 = 0; P = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1$$

Los coeficientes del eje de zona son (001) Es el símbolo del eje σ .

2.º De igual suerte vamos a encontrar los coeficientes de λ_1 y de λ_2

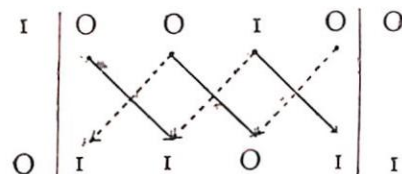
Para λ_1 :



$$M_1 = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1; N_1 = 0 \cdot 1 - 0 \cdot 1 = 0; P_1 = 0 \cdot 0 - 1 \cdot 1 = -1$$

$$M_1 \ N_1 \ P_1 = (1 \ 0 \ \bar{1})$$

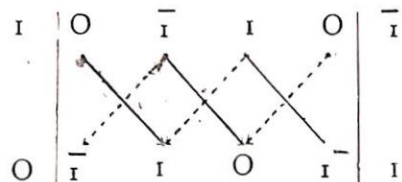
Para λ_2 :



$$M_2 = 0 \cdot 1 - 0 \cdot 1 = 0; N_2 = 0 \cdot 0 - 1 \cdot 1 = -1; P_2 = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1$$

$$M_2 \ N_2 \ P_2 = (0 \ \bar{1} \ 1)$$

3.º Para encontrar los coeficientes H_0, K_0, L_0 de la cara común a dos zonas, aplicamos las relaciones (12) o la regla de Sarrus formando las líneas con los coeficientes de λ_1 y los de λ_2



$$H_0 = 0 \cdot 1 - \bar{1} \cdot \bar{1} = -1; K_0 = \bar{1} \cdot 0 - 1 \cdot 1 = -1; L_0 = 1 \cdot \bar{1} - 0 \cdot 0 = -1$$

Los coeficientes de la cara común a las dos zonas propuestas son, pues, $(H_0 \ K_0 \ L_0) = (\bar{1} \ \bar{1} \ \bar{1})$

A los que se podrá cambiar de signo y escribir

$$(H_0 \ K_0 \ L_0) = (1 \ 1 \ 1)$$



CAPITULO QUINTO

EL PROBLEMA DE LA PROYECCION ESTEREOGRAFICA Y SUS APLICACIONES A LA CRISTALOGRAFIA

DEFINICION DE LA PROYECCION ESTEREOGRAFICA

Sea **S** una esfera de radio **r** y de centro **O**. Por el diámetro **EE'** - diámetro ecuatorial - trazamos un plano perpendicular a la línea de los polos **VS**. Tal plano divide a la esfera en dos hemisferios, el uno norte y el otro sur. (Fig. 40). Todos los puntos **P** que se hallen en uno u otro hemisferio los proyectamos en el plano ecuatorial, de la siguiente manera: en **V** la siguiente manera: en **V** colocamos la *visual* (*) y miramos al punto **P**; el sitio **P'** en donde el rayo visual atraviese el plano ecuatorial será el punto de proyección estereográfica de **P**. De este modo proyectaremos los ángulos y las líneas y las figuras.

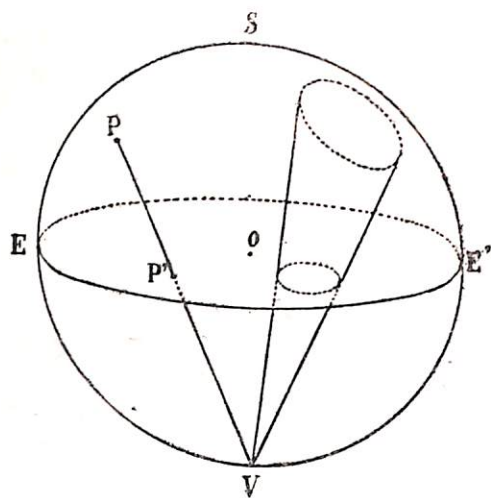


Fig. 40 La esfera de referencia en la proyección estereográfica

(*) Al punto **V** apellidan los autores americanos "punto proyectante" Cf. la obra última de F.W.Sohn S. J. "The Stereographic Projection" New-York. 1941.

TEOREMA I. - En un cono con base circular, una sección *antiparalela* a la base, es un círculo.

En un triángulo **ABS** en el cual la recta **SA** hace con **AB** un ángulo α ; si otra recta **DE** hace con la otra recta **SB** del triángulo un *ángulo α igual*, se dice que **DE** es *antiparalela* a **AB**. En otras palabras, si **DES** es un *triángulo semejante* a **ABS**, y si **DE** no es *paralela* a **AB**, se dice que **DE** es entonces *antiparalela* de **AB**. - (Fig. 41).

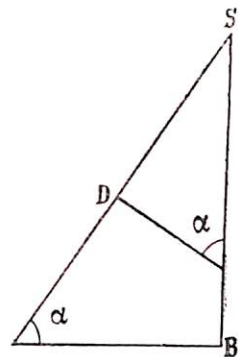


FIG. 41 Definición de las líneas antiparalelas en un triángulo

Consideremos **SAB**, no como un triángulo, sino como *un cono de base circular*; en gracia de esta suposición, el triángulo de la fig. 42 es la proyección de una sección diametral del cono en el plano del dibujo. **AB** es la proyección de la base circular; **DE** es la de una sección al cono. Suponemos que esta sección **DE** es *antiparalela* a **AB**.

Hechas estas hipótesis, decimos: la sección **DE** del cono es *también un círculo*.

Sea **M** un punto de la sección **DME**. Pasando por este punto **M** trazamos un plano *paralelo* a la base, el cual cortará al cono según una sección también *circular*; es el círculo **NMR** cuyo diámetro es **NR**. Si consideramos, por otra parte, que los triángulos **NID** y **REI** son semejantes, tendremos las ecuaciones (Fig. 42)

$$\overline{IM}^2 = \overline{NI} \cdot \overline{IR}$$

$$\frac{\overline{NI}}{\overline{ID}} = \frac{\overline{IE}}{\overline{IR}}$$

Por lo tanto

$$\overline{IM}^2 = \overline{IE} \cdot \overline{ID}$$

y como $\overline{NI} = \overline{IR}$

De donde se concluye que $\overline{IE} = \overline{ID}$ y que **ED** es un diámetro del círculo **DME**.

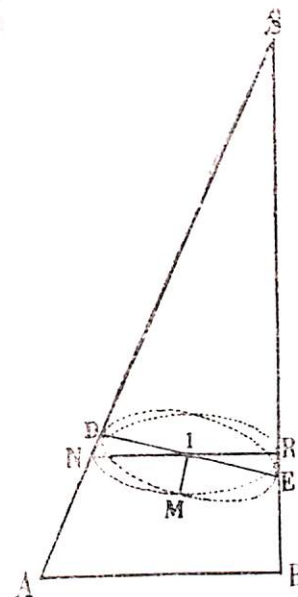


FIG. 42 En un cono con base circular, una sección antiparalela a la base es también un círculo.

TEOREMA II.—Las proyecciones estereográficas de círculos trazados en la esfera, son también círculos.

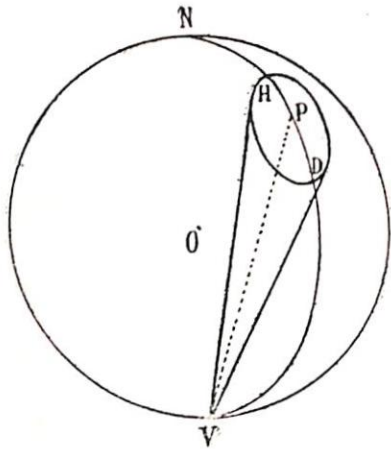


Fig. 43 A Las proyecciones estereográficas de círculos trazados en la esfera de referencia son también círculos

En la (Fig. 43 A) aparece un círculo HPD trazado en la esfera. NPV es un meridiano que pasa por el centro P del casquete esférico. V es el punto de la visual.

En la (Fig. 43 B) aparece el meridiano NPV proyectado en la hoja de dibujo; siendo P el centro del casquete esférico, HD el diámetro del círculo; c el centro de este.

El triángulo HVD es, pues, una sección del cono de base circular, que pasa por el diámetro HD

y por el eje del mismo VP. Si al rededor de este eje hacemos girar a la sección HVD, de un ángulo igual a π , el punto H vendrá a G; el punto D a F.

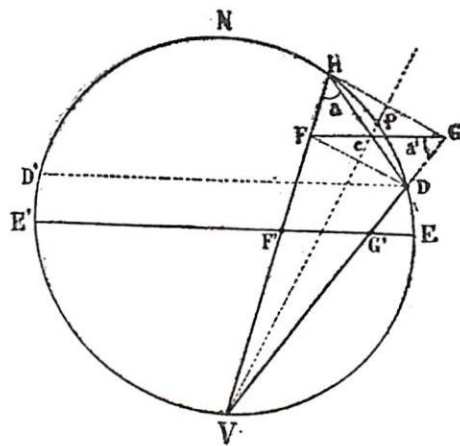


Fig. 43 B Proyección en un plano del dibujo de la figura anterior

Vamos a demostrar que FG es paralela a EE', traza del plano ecuatorial de la esfera. Trazamos la línea DD' paralela a FG. Tenemos los siguientes ángulos

$$\angle a = \angle a';$$

$$\angle a' = \angle D'DV;$$

$$\angle D'DV = \frac{\widehat{VD'}}{2}; \quad a = \frac{\widehat{VD}}{2}$$

Por lo tanto

$$\frac{\widehat{VD}}{2} = \frac{\widehat{VD'}}{2}$$

Los puntos D y D' se encuentran a igual distancia angular con respecto a V. Por consiguiente la línea DD' es paralela a EE' (los puntos E y E' se hallan también a igual distancia de V).

De donde se concluye lógicamente que el diámetro FG es paralelo a la línea ecuatorial EE'; y, como consecuencia última, que la sección F'G' es un círculo.

TEOREMA III.—En la proyección estereográfica, el ángulo de dos curvas se proyecta en su verdadera magnitud.

Dos curvas (Fig. 44) que tienen un punto de contacto en P, hacen entre sí un ángulo α , que es el de las tangentes respectivas en dicho punto P, a saber, el formado por TP y VP.

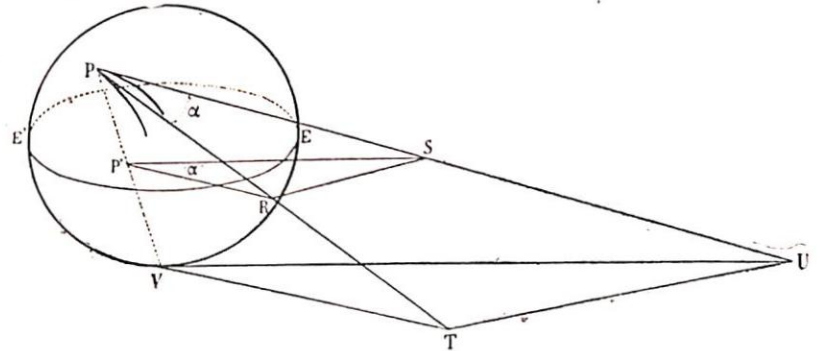


Fig. 44 El ángulo de dos curvas de la esfera de referencia se proyecta en su verdadera magnitud

Desde V tracemos otras dos tangentes VT y VU hasta intersección con las dos anteriores. El plano VTU, tangente en V, es paralelo al plano ecuatorial EE'. Pretendemos que los dos triángulos VTU y PTU son iguales. En efecto VT = TP por ser tangentes a la esfera partiendo de un mismo punto. VU = PU, por la misma razón; TU es lado común; luego los dos triángulos son iguales. Pero el plano P'RS, que coincide con el ecuatorial, contiene el triángulo P'RS que tiene sus lados respectivamente paralelos a los del triángulo VTU. Por lo cual el ángulo V es igual a α' . Conclusión:

$$\alpha = \alpha'$$

REPRESENTACION DE LOS CIRCULOS MAYORES DE UNA ESFERA EN PERSPECTIVA ESTEREOGRAFICA

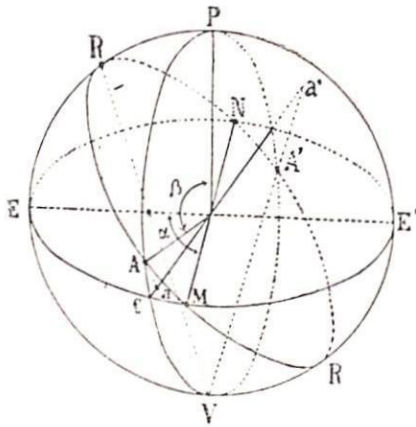


FIG. 45 Los círculos máximos en la esfera de proyección

Establezcamos desde luego que todo círculo máximo que pasa por P y V (Fig. 45) tiene por proyección estereográfica una recta CD, diámetro del plano fundamental.

Un círculo máximo está situado en un plano portante, si éste pasa por la recta PV, pasará necesariamente por el centro O de la esfera, y su intersección con el plano ecuatorial, o fundamental, tiene que ser una recta CD que pasará por el centro O.

La recta CD es la perspectiva del círculo mayor CPDV.

Si ahora trazamos diámetros que pasen por el centro O' cada diámetro será la perspectiva de un círculo máximo correspondiente. Por lo tanto la perspectiva de un círculo máximo debe cortar al círculo fundamental en dos puntos C y D diametralmente opuestos.

PROBLEMA.—Dar la perspectiva de dos círculos máximos CPDV y ARA'R', sabiendo que el primero es normal simultáneamente al plano fundamental y al vertical EPE'V; y que el segundo corta al plano ecuatorial en el punto M ($\angle EOM = \alpha$); y al vertical CPDV en el punto A ($\angle AOP = \beta$),

Mostremos, ante todo, cómo se traza la perspectiva de un punto cualquiera A del círculo mayor CPDV que pasa por el punto P y por el punto de vista V y por el diámetro CD.

Un punto A de este círculo tiene por proyección al punto a situado en el diámetro CD. El punto A', correspondien-

te de A, al extremo del diámetro, tiene por proyección al punto a' en el mismo diámetro.

Abatamos el plano CPD haciéndole girar al rededor de CD como charnela; el punto a quedará inmóvil mientras V va a tomar una posición v tal que la recta vo sea perpendicular a CD (Véase fig. 46). La recta que une los dos puntos v y a determinará, con su intersección en el círculo fundamental, el punto que debe ocupar A; A' vendrá por su parte a situarse en el extremo opuesto del mismo diámetro AOA'.

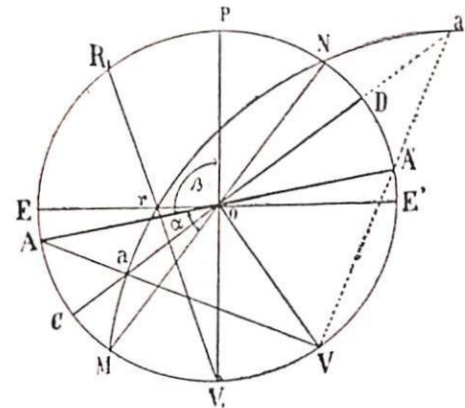


FIG. 46 Construcción estereográfica de la proyección del círculo máximo MRNR de la figura anterior

Si ahora trazamos la recta vA', esta cortará al diámetro CD en el punto a' que será perspectiva de A'.

Pasemos ahora al plano - o círculo máximo ARA'R' y tratemos de averiguar su perspectiva. (figura 45)

Desde luego notamos que los puntos AA' son comunes a este círculo como al anterior, por consiguiente las proyecciones a y a' también son

comunes a ambos. Sólo nos falta la determinación de un tercero. (*) Escogemos el punto R intersección del círculo propuesto con el círculo máximo EPE'V. La perspectiva de R es r, intersección de la visual VR y el diámetro EE'. ¿Cómo hallar este punto de perspectiva r?

Al rededor de la línea EE' hacemos girar al círculo ERPE'. El punto P caerá en la mitad del arco EE', en el punto p (fig. 46), de modo que la recta po sea perpendicular a EE'; el punto r quedará inmóvil, mientras R vendrá a R1 a una

(*) Decimos que sólo nos falta un tercer punto, porque bastan tres puntos para determinar la posición de un círculo; y porque el teorema II (pág. 28) nos enseñó que la proyección estereográfica de un círculo es también un círculo.

distancia angular pR_1 igual al arco \widehat{PR} , y el punto de vista V al extremo del diámetro $\overline{pov_1}$. Una recta R_1v_1 que una los dos puntos R_1 y V_1 cortará al diámetro EE' del círculo fundamental en r que es el punto buscado.

Tenemos tres puntos de perspectiva del círculo mayor $ARA'R'$, a saber a, r, a ; por los cuales, sin ninguna dificultad, haremos pasar el círculo de perspectiva \widehat{MarN} .

OBSERVACIONES

1º. Para que las perspectivas sean precisas es necesario conocer tanto los valores de los arcos \widehat{RP} y \widehat{ME} , como también la orientación exacta de R con respecto a P y de M con respecto a E .

2º. Si, pues, graduamos los círculos máximos $EPE'V$ y $ECE'D$ en grados, minutos y segundos de 0° a 360° , tomando por punto origen de la graduación en ambos el punto E y como dirección la positiva del círculo trigonométrico, tendremos sin ninguna ambigüedad todos los datos del problema.

EJERCICIOS.—Trazar las perspectivas 1º del gran círculo que corta al círculo máximo vertical en 30° y al fundamental en 50° ; 2º del círculo que corta al vertical en 80° y al horizontal en 35° ; 3º de un punto A que en ambos círculos tenga una altura de 45° sobre el plano fundamental.

SOLUCION GRAFICA DE ALGUNOS PROBLEMAS

1º. Se da el polo P de un círculo mayor a la altura de 150° en el círculo vertical y portado por el meridiano 210° . Se pide buscar el círculo mayor correspondiente a este polo P .

El círculo mayor de la figura 47 A, es el círculo portador del polo P ; por consiguiente este círculo es el meridiano 210° . La recta CD de la misma figura pasará por los puntos 210° y 30° del círculo fundamental (fig. 47 B). La perspectiva p de P (fig. 47 A) deberá hallarse (fig. 47 B) simultáneamente en el diámetro CD y en el círculo 6 que es la perspectiva del paralelo que en la figura 47 A pasaría por los puntos 150° y

30° , es decir, en el círculo número 6 de la fig. 47 B.

Siendo la línea de polo OP perpendicular al círculo mayor cuya traza es AB (fig. 44), este diámetro pasará por 60° y por el centro O , la proyección a de A se hallará en la perspectiva del círculo paralelo que pasa por 120° y 60° (fig. 47 A), es decir, el círculo 3 de la figura 47 B. La perspectiva de AB caerá en A_1 y B_1 del círculo fundamental, a 90° de distancia angular. Por estos tres puntos a, A_1, B_1 que pertenecen a la perspectiva del círculo mayor AB , es fácil hacer pasar el arco de un círculo. Este arco de círculo es el círculo mayor de polo p , propuesto en el problema.

PROBLEMA 2º. Trazar un círculo que pase por dos puntos de perspectiva a y b , ambos situados en el círculo fundamental (fig. 48 B)

Estos dos puntos a y b los figuramos en el plano de la figura, advirtiendo que es la representación del mismo círculo fundamental. El punto a se halla en la intersección del paralelo correspondiente a 140° ; el punto b es la intersección del paralelo 40° y del diámetro que pasa por 70° .

Si al rededor del diámetro FG hacemos girar al círculo mayor $FANG$, (fig. 48 A) el punto V se pondrá, en el círculo

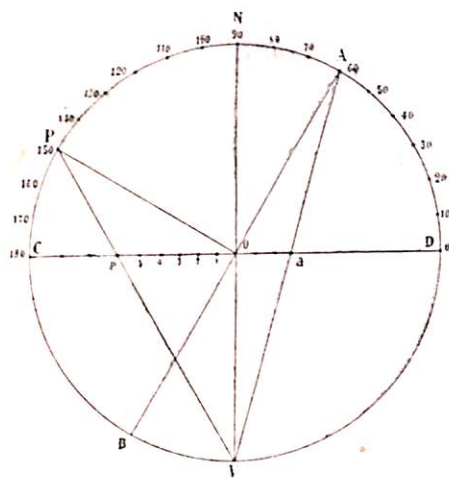


FIG. 47. A Problema. Conocido el polo P de un círculo máximo desconocido, dar la proyección estereográfica de este círculo

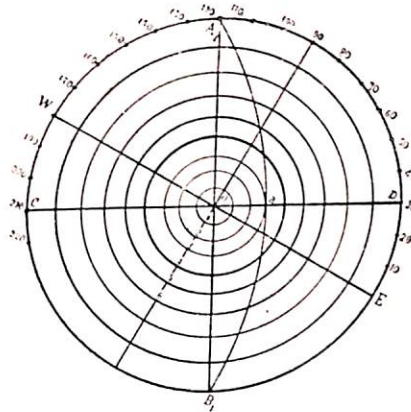


FIG. 47. B Solución gráfica del problema anterior

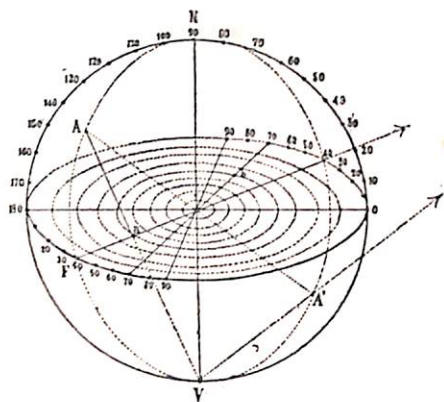


FIG. 48, A Problema: trazar un círculo máximo que pase por dos puntos de perspectiva a y b ambos situados en el círculo fundamental.

PROBLEMA INVERSO.— Conocido el círculo de perspectiva $NabM$, trazar en la esfera del círculo mayor $NABM$ correspondiente. Este problema lo resolverán los alumnos.

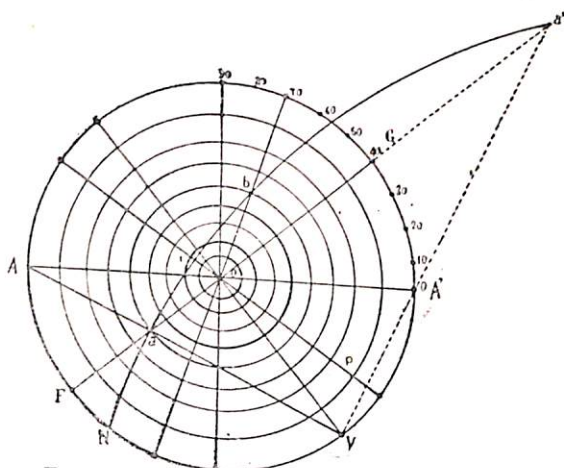


Fig. 48, B Problema: conocido el círculo de perspectiva $NabM$, trazar la perspectiva p del polo P , correspondiente al círculo máximo $NABM$.

(*) Se ha omitido en la figura la letra G adviértase que debe coincidir con el punto 40 del círculo fundamental.

lo fundamental, perpendicularmente a FG , (*) en V (fig. 48 B) y el punto A , en la prolongación de Va ; naturalmente A' se hallará en el extremo opuesto del diámetro AOA' . La perspectiva de A' será la intersección de FG y de VA' . (que no figura en el dibujo) Tenemos así tres puntos del círculo de perspectiva a, b, a' , por los que haremos pasar el arco del círculo. El círculo de perspectiva buscado es $NabM$.

PROBLEMA 30.
Conocido el círculo de perspectiva $NabM$ trazar la perspectiva p del polo P correspondiendo éste al círculo mayor $NABM$ (fig. 48 B y 49).

Hay dos métodos fáciles para resolverlo. El primero en la fig. 48 B. Es evidente que el diámetro rop es la traza o pers-

pectiva del círculo mayor perpendicular al círculo mayor $NabM$. Por lo tanto en el plano de este círculo debe hallarse el polo, o lo que es lo mismo, la proyección p del polo P debe hallarse en la línea rop . Pero, ¿en qué sitio? Siendo r la perspectiva de R , el punto más zenital del círculo mayor NRM , entre r y p debe existir la misma distancia angular que entre R y P de la esfera, es decir, la distancia de 90° . Entre r y el paralelo de 100° , media la distancia de 7° , como es fácil comprobarlo; hay, pues, que añadir a la derecha del paralelo de 20° un círculo igual a 3° , a fin de que r a p haya 90° de distancia angular.

SEGUNDO METODO

La figura 49 representa el círculo fundamental en el que se halla trazado el círculo de perspectiva NrM . Trazamos el diámetro SS' perpendicular al diámetro NM ; SS' es la traza del círculo mayor SRS' ; el plano que le porta será perpendicular al plano que lleva al círculo mayor NRM . El punto R es de intersección común de ambos círculos. Por otra parte el círculo SRS' lleva también el punto de vista V , el que se proyecta en O .

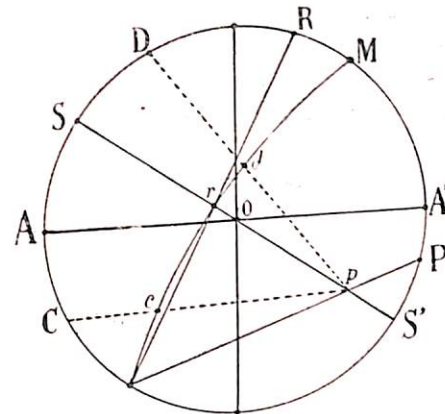


Fig. 49 Solución del mismo problema mediante un segundo método

Hacemos ahora girar el círculo SRS' al rededor del diámetro SS' . El punto de vista V va a coincidir con N ; el punto R se hallará en la prolongación de la recta Vr y al extremo de ella. ¿En donde se va a colocar P ? A una distancia angular de R , tal que entre R y P haya un ángulo de 90° , puesto que entre el polo P y la circunferencia del círculo mayor, o lo que es lo mismo, entre la recta PO y el plano que lleva al círculo NRM hay un ángulo de 90° . Encontrado P , su perspectiva p será el punto de intersección del diámetro SS' y de la recta que

una **V** a **P**. El problema está resuelto. Como se ve, este método es mucho más práctico y sobre todo rápido, pues, no exige el trazado previo de los paralelos de perspectiva.

NOTAS

1º, Siendo S_0S' la perspectiva del círculo mayor SOS' , es evidente que el punto N es el polo de este círculo. En este caso los puntos r y p son las perspectivas de cualesquiera otros punto R y P . Para obtener la magnitud verdadera del arco RMP cuya perspectiva son r y p ha bastado unir el polo N a r y p y notar las intersecciones en el círculo fundamental. *Esta propiedad es general*, y se demuestra que si dos puntos c y d son de perspectiva, siendo p el polo del círculo que pasa por c y d , se obtiene la verdadera magnitud del arco CD trazando desde p dos rectas que pasen por c y d y terminen en el círculo fundamental C y D (fig. 49).

2º. AA' y BB' son las trazas de dos círculos mayores en el círculo fundamental. ON_a es la normal al primer círculo; ON_b es la normal al segundo. Si $\angle AOB = \alpha$ necesariamente $\angle N_a ON_b = \beta = \pi - \alpha$

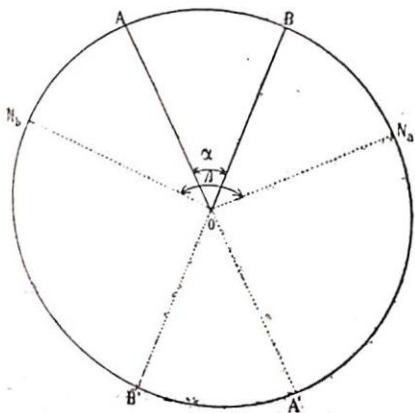


FIG. 50 Los ángulos que forman entre sí dos facetas de un cristal y las normales a ellas, son suplementarios

mero como se deduce un ángulo cualquiera de su suplementario.

En otros términos: si OA y OB son las proyecciones ortogonales en la hoja de dibujo de dos *facetas* de un cristal que hacen un ángulo entre sí, el ángulo que formarán entre sí las normales ON_a y ON_b a ellas será el ángulo β *suplementario* de (Fig. 50).

Por donde se ve que si tenemos un medio para calcular el ángulo de las *polares* a dos círculos mayores que forman un ángulo α igual al ángulo de las *facetas*, éste se deduce del *suplementario*.

CÁLCULO DE LA DISTANCIA \overline{or} DEL PUNTO DE PERSPECTIVA r AL CENTRO O DEL CÍRCULO FUNDAMENTAL

La solución gráfica de los problemas de perspectiva estereográfica es insuficiente cuando se desea una precisión que sólo puede darla el cálculo matemático. Es de lo que vamos a ocuparnos.

1º. Nos referimos a la figura 51. El punto R tiene una latitud —permítasenos esta denominación—, λ igual a \widehat{PR}

$$\lambda = \widehat{PR}$$

El punto r , colocado a una distancia \overline{or} , del centro O , se halla por la fórmula.

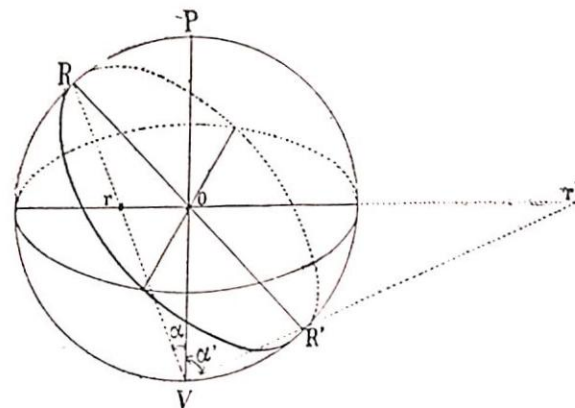


FIG. 51 Cálculo de las distancias \overline{or} , de perspectiva del arco PR

$$\overline{or} = \overline{OV} \operatorname{tg} (\angle rVO)$$

$$\text{Pero } \angle rVO = \frac{\widehat{PR}}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{por lo tanto } \overline{Or} = \overline{OV} \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Las diferentes mallas, como las de Federow y de Wulf, están construídas en círculos que tienen por radio 10 centímetros o sean 100 *milímetros*. Bastará en la fórmula (1) multiplicar el valor de la tangente $\frac{\lambda}{2}$ por 100 para obtener la distancia \overline{or} en *milímetros*.

EJEMPLOS. 1º Un círculo mayor AA' pasa por la latitud $136^{\circ}10'$; calcular la distancia \overline{Oa} teniendo en cuenta que el radio del círculo es 100 milímetros.

$$\overline{Oa} = 100 \times \operatorname{tg} \left(\frac{45^\circ}{2} + \frac{10'}{2} \right) = 100 \operatorname{tg} (22^\circ, 35')$$

El valor de la tangente de $22^\circ 35'$ es

$$\operatorname{tg} (22^\circ, 35') = 0,41592$$

El valor de \overline{Oa} es $\overline{Oa} = 41,592$ milímetros

2º. Veamos ahora cuál es y a qué distancia se halla r' , perspectiva de R' . Tendremos (fig. 51) sucesivamente

$$\overline{Or'} = \overline{OV} \operatorname{tg} \alpha'$$

$$\alpha' = \frac{1}{2} (\widehat{PV} - \widehat{R'V}) = \frac{1}{2} (\pi - \lambda)$$

$$\alpha' = \frac{\pi}{2} - \frac{\lambda}{2}$$

$$\overline{Or'} = \overline{OV} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\lambda}{2} \right) = \overline{OV} \operatorname{cogt} \frac{\lambda}{2}$$

Apliquemos este resultado y conclusión al cálculo de $\overline{Oa'}$ del ejemplo anterior.

$$\overline{Oa'} = \overline{OV} \operatorname{cogt} (22^\circ, 35')$$

$$\overline{Oa'} = 100 \times 0,381 = 38,1 \text{ milímetros}$$

CIRCULOS Y EJES DE ZONA EN PERSPECTIVA ESTEREOGRAFICA

Una zona es, en Cristalografía, el conjunto de todas las caras paralelas a una misma dirección; ésta se denomina *eje de zona*, según ya dijimos.

Entendida así, todas estas caras paralelas al eje de zona, serán tangentes a un mismo círculo mayor de la esfera de proyección estereográfica; y todos los polos de ellas se hallarán situados en los radios de un círculo mayor perpendicular a todas y cada una de esas caras. Lo cual equivale a decir que los polos todos de las caras que se hallan *en zona*, se en-

cuentran situados en un mismo plano, portador de ellos y del círculo máximo. El conjunto de planos, tangentes a la esfera y que forman un prisma, representarían las direcciones de todos los planos que pudieran pertenecer a la zona, de los cuales solo un número limitado existirán en la realidad, aquellos que obedezcan a las leyes de la simetría reticular.

Cuando se desee saber si una cara CC' —la figuramos como un *círculo máximo* en la esfera de proyección estereográfica—, cuyo polo P_3 se conoce, forma parte de la zona (definida ésta por otras dos caras distintas AA' , BB' cuyos polos son P_1 y P_2 respectivamente) bastará trazar el círculo mayor que pase por P_1 y P_2 y observar si acaso pasa también por el punto P_3 . (fig. 51 B).

El eje de zona que, según sabemos, es paralelo a las caras en zona, es el diámetro de la esfera perpendicular al círculo mayor que pasa por P_1 , P_2 , P_3 . Serían en este caso, la traza de él O dejada en la esfera. Sabemos ya, por todo lo visto anteriormente, construir tanto los círculos mayores como sus respectivos polos.

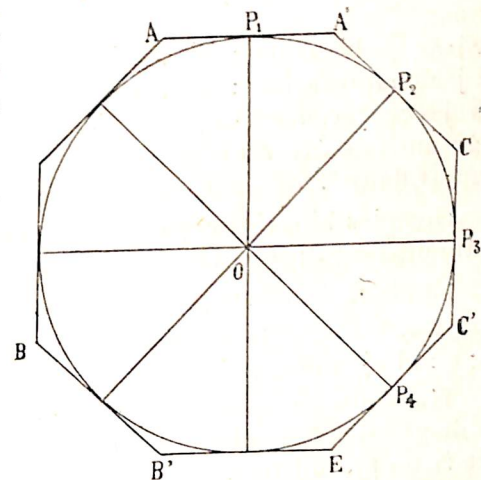


FIG 51 B. Facetas que forman una zona. El conjunto de planos tangentes a la esfera de referencia y que formarían un cilindro, representan las direcciones de los planos que pertenecen a la zona.

APLICACIONES.

Es preciso ahora hacer la aplicación de lo visto a un caso concreto: y como uno de los cristales más fácilmente dibujables es el cubo, vamos a trazar todos los ejes y planos de simetría del sistema cúbico y la perspectiva estereográfica de unos y otros.

Volvemos a trazar la fig. 33, pero la encerramos ahora dentro de la esfera de proyección estereográfica, y tenemos la Fig. 52 A.

Desde luego todos los ejes pasan por el centro O de la esfera y del cubo. Trazamos tres planos perpendiculares entre sí que pasan por O y son respectivamente *paralelos* a los tres planos fundamentales del cubo. Cada uno de ellos, por ejemplo, el perpendicular a la hoja de dibujo ($L_4, \lambda''_2, L'_4, V$) lleva dos ejes binarios y dos ejes cuaternarios:

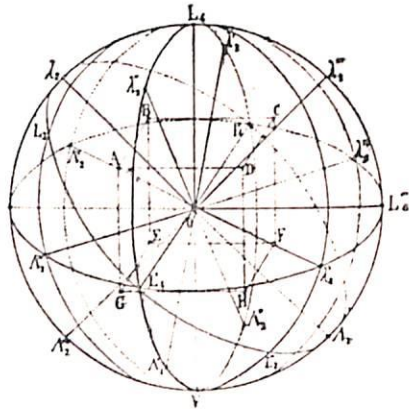


FIG. 52 A Representación en la esfera de referencia de los elementos de simetría del sistema cúbico

Ejes binarios : λ'_2, λ''_2
 Ejes cuaternarios : L_4, L'_4
 Los ejes cuaternarios L_4, L'_4, L''_4 están unos de otros a la distancia angular de 90° .

Dos ejes binarios consecutivos distan entre sí también con un ángulo de 90° ; pero del eje cuaternario inmediato, sólo con 45° .

El plano que pasa por dos aristas del cubo diagonalmente opuestas, por ejemplo, por AB y por HF, contiene un eje binario; en el ejemplo, el eje λ_2 .

Hagamos ahora pasar por L_4, O y por cada una de las cuatro diagonales del cubo, cuatro planos. Serán los planos de simetría no principales:

ACGF, DBEH, AHBF, DGEC, AEDF, BGCH

Los seis planos no contienen sino *cuatro* ejes ternarios distintos. La traza dejada por ellos en el círculo fundamental pasará a 45° de distancia angular de las trazas dejadas en él por los tres planos principales (los tres fundamentales del cubo) de simetría.

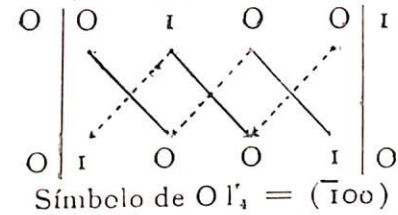
Vamos ahora a hacer la perspectiva estereográfica de algunos de ellos.

De los tres ejes cuaternarios, el uno (el eje L_4) tendrá por perspectiva el centro O del círculo; éste será al mismo tiempo la perspectiva del polo (001) del círculo fundamental. Los otros dos L'_4 y L''_4 serán proyectados en (100) y en (010) respectivamente.

Ejemplo. OL'_4 : es la intersección del plano L_4, L'_4, V y del plano E, L'_4, L''_4 . Su símbolo es (100)

Símbolo de $OL'_4 = (100)$. (Véase pág. 46).

Ejemplo Ol'_4 : intersección de los mismos planos, pero *diametralmente* opuesto a L'_4 . La notación de l'_4 se obtendrá, por la regla de Sarrus, haciendo



Si siguiendo idéntico método obtendremos los símbolos o notaciones de L''_4 y de l''_4 .

Harán los alumnos el cálculo de los símbolos $\lambda_2, \lambda'_2, \lambda''_2, \lambda'''_2, \lambda^{v_2}, \lambda^{v'_2}, \lambda^{v''_2}, \lambda^{v'''_2}$, y de los puntos de intersección M, N, P, R.

Como ejemplo y modelo tomemos los puntos M y P; calculemos la notación de ellos.

M es la intersección de los tres planos : (E, λ_2, L'_4) , (L'_4, λ_2, l'_4) , $(\lambda^{v_2}, L_4, \lambda^{v_2})$. Basta que hagamos intervenir dos planos, por ejemplo, los dos primeros.

El eje λ_2, Λ_2 (Fig. 52 A) es la intersección de los planos (L_4, L''_4, Λ) y de otro que pasa por los puntos (L'_4, λ_2, l'_4) .

¿Cuáles son los coeficientes (o símbolos) de estos planos? Los del plano E, L_4, L''_4 - paralelo a $ADGH$ - (100) ¿Y los del plano L'_4, λ_2, l'_4 ?

Un plano perpendicular al plano vertical E, L_4, L''_4 y que pasara por los puntos L_4 y L''_4 , sería paralelo al plano λ_2, L'_4, l'_4 . Tal plano cortaría,

- al eje de b a la distancia 1
- al eje de c a la distancia 1
- al eje de a a la distancia ∞

Por lo tanto,

$$\frac{1}{a} = 0; \frac{1}{b} = 1; \frac{1}{c} = 1$$

El símbolo del plano λ_2, L'_4, l'_4 o sea del plano ABHF sería, pues,

$$(011) (*)$$

¿Cuáles serían, así mismo, las características de un plano que pasase por λ''_2 y por EL''_4 ?

Este plano no es otro sino el plano B C G H.

Un plano que, siendo paralelo al eje b , pasase por los puntos L_4 y L''_4 , cortaría

- al eje c a la distancia 1
- al eje b a la distancia ∞
- al eje a a la distancia 1

Por lo tanto las características de este plano serían

$$(101) \quad (**)$$

Sabemos que los índices de un plano que pasa por el origen y los de otro, paralelo al primero, son los mismos. Diremos por lo tanto que los símbolos del plano B C G H son (**).

La intersección M (Fig. 52 B) es el punto común de los planos (*) y (**); bastará por lo tanto formar los determinantes, aplicando la regla de Sarrus,

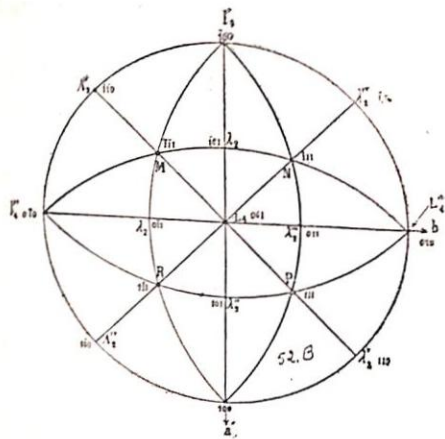


FIG 52 B Proyección estereográfica de los elementos de simetría de la simonía regular o cúbica

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} I \quad O \quad I \quad I \quad O \quad I \\ | \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad / \\ O \quad I \quad I \quad O \quad I \quad I \end{array} \\ \\ O \cdot I - I \cdot I = \bar{I} \\ I \cdot O - I \cdot I = \bar{I} \\ I \cdot I - O \cdot O = I \end{array}$$

La notación cristalográfica de M es, pues,

$$M (\bar{I} \bar{I} I)$$

De igual suerte encontraremos que las notaciones de los planos que pasan por $l'_4 \lambda'''_2 L'_4$ por $l''_4 \lambda''_2 L''_4$ serán las siguientes

Del plano $l'_4 \lambda'''_2 L'_4$ $(\bar{I} O I)$

Del plano $l''_4 \lambda''_2 L''_4$ $(O I I)$

Se obtendrá la notación de P formando los determinantes (Fig. 52 B).

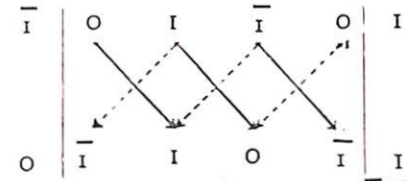


FIG. 52 C Representación en la esfera de referencia de la cara del hexoctaedro (123)

La notación cristalográfica de P es por lo tanto

$$P (111)$$

PROBLEMA. — a) Dar la perspectiva estereográfica de la forma oblicua (123) del sistema cúbico
b) Construir el polo de esta faceta

SOLUCIÓN. Siendo los símbolos de Miller $h = 1, k = 2, l = 3$ los de Weiss serán $m = 1, n = \frac{1}{2}, p = \frac{1}{3}$ o bien estos otros $(3, \frac{3}{2}, 1)$ números que nos indican las intersecciones de la cara (123) con los ejes OX, OY, OZ.

En la esfera de referencia, la cara ABC es la correspondiente al símbolo (123), que corresponde igualmente al plano DREK', paralelo a la cara ABC. (Fig. 52 c).

Investiguemos el valor de los ángulos α y γ que hacen los diámetros DF y RR' del círculo máximo, paralelo a ABC con los ejes OX y OZ respectivamente.

La figura 52 c nos ofrece las relaciones

$$\alpha = \alpha'$$

$$\text{tg } \alpha' = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 26^\circ 31'$$

Por otra parte tenemos

$$\gamma + \gamma' = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{tg } \gamma' = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$$

$$\text{tg } \gamma = \text{cotg } \gamma' = \frac{3}{2}$$

$$\gamma = 56^\circ 18'$$

Sabemos igualmente construir la distancia or o calcularla mediante las fórmulas de la pág. 63. Si $OV = 100$ mm., $Or = 53,5$ mm.

Con estos datos trazamos el círculo de perspectiva $D r E$. (Fig. 52 c). Para dibujar el polo de este círculo observamos que la línea OP , del centro al polo, debe ser perpendicular simultáneamente a OR y a DE . Todo diámetro del círculo vertical Rz y R' es perpendicular a OD , pero no a RR' . Para lograrlo, bastará, a) tomar desde R un arco igual a 90° , después de lo cual obtendremos el punto P ; b) luego construir otro círculo máximo - no representado en el dibujo -, que haga un ángulo diedro igual a α con el círculo máximo RZY . La verdadera posición de P se hallará en este nuevo círculo a una distancia angular $\widehat{RP} = 90^\circ$.

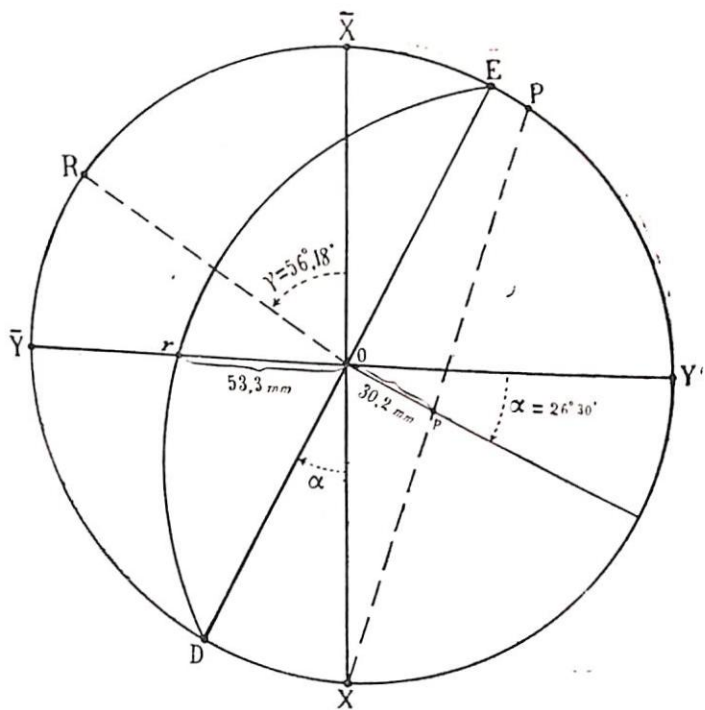


FIG. 52 D Perspectiva estereográfica de la cara (123) y de su polo p

Desde que la cara ABC es una cara oblicua que corta a los tres ejes cuaternarios, el poliedro que va a nacer, según demostraremos más tarde, es un hexoctaedro.

La notación del plano $D r F$ es evidentemente (123); pero como a toda cara corresponde un polo, se da ordinariamente la denominación de la faceta al polo correspondiente. La notación (123) será, pues, la del polo de la cara ABC .

Para encontrar el punto p de proyección estereográfica del polo P , dos cosas debemos recordar: 1.º que P se halla necesariamente en un círculo máximo normal al plano DRE y que se halla a una distancia angular de 90° del punto R . 2.º Que la perspectiva p debe hallarse en el plano perpendicular al círculo de perspectiva $D r F$. La posición de p se hallará en la perpendicular MN al diámetro DF y a la distancia op . Este diámetro MN es la perspectiva del círculo máximo que llevaría a los polos P .

$$\overline{op} = 100 \text{ mm. tg } (16^\circ 51')$$

$$\overline{op} = 30,3 \text{ mm.}$$

Con todos estos datos podemos ya construir la perspectiva íntegra de la forma (123).

En la figura 57, en el cuadrante (a, 001, y), representamos no sólo el polo (123) sino también los correspondientes a las 5 facetas restantes del hexoctaedro, a saber, (132), (231), (321), (312), (213).

OBSERVACIÓN.—El círculo máximo portador del polo P debe hacer un ángulo diedro $\alpha = 26^\circ 31'$ con el círculo máximo $RZYR'$ para ser normal al círculo máximo $DRE R'$. El polo P se hallará situado en ese círculo, no representado en el dibujo, a una distancia angular

$$\widehat{ZP} = \frac{\pi}{2} - \widehat{RZ}$$

Como el valor de op , es lo que nos interesa, hemos situado P en el círculo fundamental $RZYR'$. El punto P de perspectiva se hallará, pues, en la intersección de VP con OY . Encontrado ese valor, trazaremos en el círculo fundamental, en el cuadrante DOY , un radio que haga un ángulo α con OY ; y en ese radio tomaremos un segmento.

$$op = 30,3 \text{ mm}$$

Ese punto p será la perspectiva del polo P correspondiente a la faceta (123) .

Sirviéndonos de un proceso igual, encontraremos los polos de las facetas (012) , (011) , (122) etc. y de sus respectivos polos. Todo lo cual hemos representado en la figura 57, en *escala reducida*.

CAPITULO SEXTO

FORMAS CRISTALINAS.—FORMAS MERIEDRICAS.—NOCIONES

SOBRE LA HEMIEDRIA DE LOS CRISTALES

Llamamos *forma cristalina* al conjunto de todas las caras que deben producirse *simultáneamente* en el acto de la cristalización en virtud de la simetría del sistema.

Sea ABC una cara que llamaremos determinante o *parametral*, y que nazca o pueda nacer para una substancia determinada, en la cristalización. La suponemos además *ni paralela, ni perpendicular* a algún eje de simetría del sistema. Esta cara deberá reproducirse al otro lado del centro de simetría, y al rededor de los diferentes ejes o planos de simetría.

Antes (Teorema II, recíproco p. 18) habíamos llegado a la conclusión que la existencia de un plano de simetría es la consecuencia de la presencia en el cristal de un centro de simetría y de un eje de orden par.

Para la solución del problema que nos proponemos, hacemos, pues, *abstracción de los planos de simetría* y consideramos sólo el centro y los ejes de orden par.

PROBLEMA.—Determinar el número máximo de caras que *puede* tener un cristal en un *sistema dado*.

Llamemos **a** a la cara parametral *oblicua*, es decir, ni paralela ni perpendicular a algún eje de simetría. Si **a** gira al rededor de un eje L_n , de orden n , el número de caras obtenidas será, contando con **a**.

$$a + (n - 1)a = na$$

o bien $(n - 1)a$ (1) descontando a

Pero puede suceder que en el sistema haya un número N de ejes L_n ; el número de caras homólogas a a , será entonces

$$N(n - 1) (2)$$

Sabemos que en los poliedros del sistema reticular el valor de n no es cualquiera sino que los valores que puede tomar son sólo 6, 4, 3, 2.

$$n = 6, 4, 3, 2$$

Si iniciamos la cara a , el número total de caras homólogas será

$$1 + N_6(6 - 1) + N_4(4 - 1) + N_3(3 - 1) + N_2(2 - 1) \quad (*) \quad (4)$$

$$1 + 5N_6 + 3N_4 + 2N_3 + N_2 \quad (4')$$

Si hacemos intervenir el centro C , habrá que multiplicar por 2 la fórmula (4')

$$2(1 + 5N_6 + 3N_4 + 2N_3 + N_2) \quad (5)$$

Apliquemos la fórmula (5) a tres sistemas: al cúbico, al exagonal y al cuadrático.

1º En el sistema cúbico o regular, tenemos:

$$N_6 = 0 ; N_4 = 3 ; N_3 = 4 ; N_2 = 6$$

El número total de caras posibles será en este sistema

$$2(1 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 6) = 48$$

El cristal que, en el sistema cúbico, tiene 48 caras se llama hexoctaedro.

(*) Alguien preguntará por qué en la fórmula (4) combinamos N_6 con el valor de n igual también a 6. ¿No podríamos también combinar N_6 con el valor, por ejemplo, de $n = 4$? Tomemos, para fijar las ideas, $n = 6$. Esto quiere decir que el orden de L_n es el de un eje L_6 que tiene perpendicularmente a sí mismo un plano π con seis ejes binarios. Si a es la cara parametral los 6 ejes binarios nos van a reproducir 6 veces la cara a . Si a este total quitamos 1, el de la cara parametral obtendremos $(6 - 1) = 5$. El número 6 del índice de (N_6) indica, pues, el número de ejes binarios que corresponden a L_6 ; por lo tanto, mal se podrá combinar L_6 con $n = 4, 3, 2$.

2º En el sistema exagonal

$$N_6 = 2 ; N_4 = 0 ; N_3 = 0 ; N_2 = 6$$

$$\text{Total de caras} \quad 2(1 + 5 \cdot 1 + 6) = 24$$

3º En el sistema cuadrático

$$N_6 = 0 ; N_4 = 1 ; N_3 = 0 ; N_2 = 4$$

$$\text{Total de caras} \quad 2(1 + 3 \cdot 1 + 4) = 16$$

Y así los demás,

NOTA. — Para que los números que se indican tengan realidad, es necesario que la cara parametral no sea: a) ni paralela, ni b) perpendicular a una categoría de ejes de simetría, porque, en este caso, muchas posiciones obtenidas por rotación podrían llegar a ser una sola y misma posición. La fórmula (5) se aplica, por consiguiente, como se dijo ya antes, a una cara *parametral oblicua*.

Un cristal es no solamente un poliedro geométrico; es también un cuerpo físico y químico dotado de propiedades que exceden a las puramente geométricas. Tiene *cohesión, densidad, dureza, elasticidad*, cualidades *térmicas, eléctricas*, etc. Bien puede la simetría en el cristal extenderse sólo a las propiedades geométricas, quedando fuera de las leyes de simetría las físicas y las químicas.

Hay que distinguir, además, dos clases de simetría, la que Lapparent llama simetría del poliedro molecular y que nosotros apellidaremos, con Friedel, *simetría del cristal*; y la *simetría del sistema reticular correspondiente*. Puede muy bien suceder —y es este fenómeno designado con el nombre de *meriedría*—, que la *simetría del cristal*, sea inferior, menos rica, que la simetría del sistema. Utilicemos un ejemplo para ilustrar este problema.

Admitamos que el cristal A tiene como elementos de simetría. OL, OC, P; es decir: cero L, cero C, P

quiere decir, que no tiene ni ejes de simetría, ni centro y sólo posee un *plano de simetría*. El plano P lo proyectamos perpendicularmente al plano del dibujo según la recta MR. Una faceta **a** del cristal tendrá su simétrica **b** con respecto al plano P, pero nada más (Fig. 53).

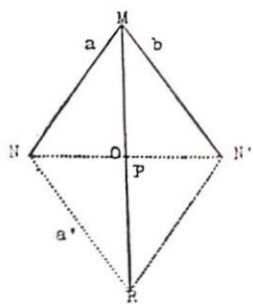


FIG. 53 Doble concepto de la simetría, del cristal y del sistema reticular correspondiente

Entre tanto el sistema reticular exige otras dos más, a saber: **a'**, **b'**, simétricas de **a** y **b**, respectivamente, con relación eje binario NN'. Tenemos, pues,

Elementos de simetría en el cristal:

OL, OC, P

Elementos de simetría en el sistema reticular:

L_2 , C, P

Los elementos L_2 y C se llaman *suplementarios* de simetría del sistema reticular.

NOTA 1ª El sistema reticular comprende 4 facetas en vez de dos. Las dos suplementarias **a'**, **b'** se han producido por la intervención del eje binario NN'. Por lo tanto la *supresión de un eje binario en el sistema reduce a la mitad el número de caras del poliedro reticular*.

DEFINICIÓN DE CRISTAL MERIEDRICO.—Cuando un cristal tiene una simetría inferior a la de su sistema reticular, es decir, los elementos de simetría en el cristal son en menor número, decimos que el *cristal es meriédrico*.

En cambio si el sistema y el cristal poseen elementos de simetría en igual número, diremos que el cristal es *holoédrico*.

NOTA 2ª Se presenta el caso particular de un cristal que desde un aspecto puede considerarse *meriédrico* y desde otro *holoédrico*, el cuarzo, por ejemplo.

Sabemos que el sistema *romboédrico* está caracterizado, como sistema individual y con su núcleo reticular propio, por las características.

λ_3 , $3I_2$, C, $3P$

Tal sistema puede también considerarse como derivado del *senario* o *hexagonal*, según dijimos antes, con la supresión de

3 ejes binarios, la de los 3 planos de simetría correspondientes, y el descenso a 3 del índice del eje senario λ_6 .

Si, pues, eligimos como *sistema reticular* el *senario*, debemos decir que los cuerpos que cristalizan en el sistema *romboédrico* son cristales *meriédricos*.

LOS DIVERSOS ORDENES DE MERIEDRIA

Hemos visto por el ejemplo anterior (fig. 53) que para pasar de una simetría meriédrica a una simetría holoédrica fue necesario añadir a los elementos de la primera un eje binario L_2 y un centro C. De un modo general, para pasar de la simetría meriédrica a la holoédrica es necesario añadir a la primera, a lo mucho, tres elementos de simetría binarios: 1º para satisfacer el lema fundamental (pág. 11) "todo sistema reticular tiene un centro de simetría; todo nudo es centro de simetría"; 2º para satisfacer al teorema IV recíproco (pág. 20), "si un sistema posee un eje de simetría λ_n , superior a 2, posee igualmente n ejes binarios situados en un plano π perpendicular a λ_n "; 3º para pasar de la meriédria romboédrica o ternaria a la holoédria senaria.

De aquí provienen los tres órdenes de meriédria.

MERIEDRIA DE PRIMER ORDEN O HEMIEDRIA

La tienen aquellos cristales a los que les falta un solo elemento binario, naturalmente junto con los demás elementos ligados a él en fuerza de las leyes de simetría.

Retrocedamos a la figura 53. Las caras **a**, **b** constituyen una *forma simple* (*) del cristal *hemiédrico*; las otras dos **a'**, **b'**, pertenecen a otra *forma simple* simétrica de la primera con respecto a los elementos de simetría que no existen en él, pero sí se hallan presentes en el sistema o núcleo reticular correspondiente, a saber, en el de simetría L_2 , C, P.

(*) Llámese *forma simple* el conjunto de caras simétricas de una cara parametral dada, nacidas con relación a todos los elementos de simetría del cristal.

En el cristal, *estas dos formas simples son físicamente distintas*; y es por esto que no es necesario coexistan ambas simultáneamente, ni es tampoco necesario que todos los caracteres físicos que existen en la una, por ejemplo, las figuras de corrosión, se presenten igualmente en la otra. Cuando decimos *físicamente* distintas, nos referimos al conjunto de propiedades físicas del cristal que se apuntó antes (pág. 38) y que deberían estar sujetas a las leyes generales de la simetría al igual de las propiedades geométricas.

Pero si sólo se consideran las direcciones geométricas de las caras a , b , a' , b' y éstas existen en el dicho cristal, bien podemos considerarle como idéntico, en su simetría geométrica, al núcleo reticular $L_2 C, P$.

Vemos, pues, que por regla general una forma *simple hemiédrica*, definida por una cara, tiene la mitad de las facetas de la *forma holoédrica* definida por la misma cara. Dos formas simples *hemiédricas*, simétricas la una de la otra con respecto a los elementos de simetría *suplementarios* del núcleo reticular, componen conjuntamente la *forma simple holoédrica*. Las facetas a' , b' se apellidan complementarias de a , b .

MERIEDRIA DE SEGUNDO ORDEN O TETARTOEDRIA

Se dice que un cristal es tetartoédrico cuando el núcleo reticular correspondiente tiene dos *elementos binarios* independientes, junto con los otros elementos conexos en fuerza de las leyes de simetría.

Llamemos B' y B'' a estos dos elementos binarios; y sea a una cara del cristal. Si introducimos en la forma meriédrica el elemento B' , habremos añadido sólo una cara, la a' correspondiente a a (con relación a B'); pero si introducimos luego el elemento B'' , las dos primeras a y a' reproducirán otras dos segundas a'' y a''' , simétricas de a y a' con respecto a B'' .

LA TETARTOEDRIA es, pues, la hemiedría de otra hemiedría; y el cristal sometido a este fenómeno posee sólo la $\frac{1}{4}$ parte del número de facetas del poliedro holoédrico.

Así que 4 formas simples *tetartoédricas*, físicamente distintas, constituyen la *forma simple holoédrica*.

MERIEDRIA DE TERCER ORDEN U OGDODRIA

Tal fenómeno ocurre cuando en el cristal *faltan 3 elementos* de simetría *binarios independientes*, B, B', B'' presentes éstos, por otra parte, en el núcleo reticular correspondiente.

Una forma simple ogdoédrica contiene, como regla general, la $\frac{1}{8}$ parte del número de caras existentes en la forma simple holoédrica.

Es posible reducir los tres órdenes de *meriédria* a tres casos de *hemiédria* observando, lo que ya tenemos dicho, que tanto la tetartoedría como la ogdoedría son fenómenos de *hemiédria de otra hemiédria*.

Enfoquemos el problema con más precisión, y veamos qué elementos es necesario *añadir* al cristal *hemiédrico* para pasar a la forma holoédrica.

1.^o *Adición de un centro y de un plano de simetría.*—El cristal *hemiédrico* no posee sino ejes binarios; pero está destituido de centro C y de planos de simetría *normales* a los ejes binarios. ¿Por qué es necesario *admitir* la carencia de centro y de planos de simetría? Porque si admitimos el centro de simetría y un plano perpendicular al eje binario — y este sería el plano de simetría —, en fuerza del teorema II (pág. 17) y de su recíproco deberíamos admitir *todos los elementos de simetría del poliedro*. No tendríamos en este caso un cristal hemiédrico, como es el punto de partida de la hipótesis, sino otro holoédrico.

Por consiguiente, la *primera hemiédria* implica la existencia de solo ejes binarios, y excluye la presencia de todo plano de simetría y la de un centro. Esta hemiedría se apellida holoaxa, (de holos, todo; axis, eje)

Por ejemplo para el sistema cúbico, tendríamos

Simetría del cristal : $3 I_4, 4 L_3, 6 I_2$

simetría del sistema reticular : $\begin{cases} 3 L_4, 4 L_3, 6 L_2 \\ 3 P_4, 4 P_3, 6 P_2 \end{cases}$

Ahondemos un poco más en el problema. Si llamamos F a la forma simple obtenida con ayuda de la simetría de los ejes binarios, obtendríamos la forma simétrica F' al existir el plano P $P' - P P'$ es la traza dejada por el plano P de simetría en la hoja de dibujo.—Cada una de ellas es una forma simple, independiente la una de la otra. (Fig. 54).

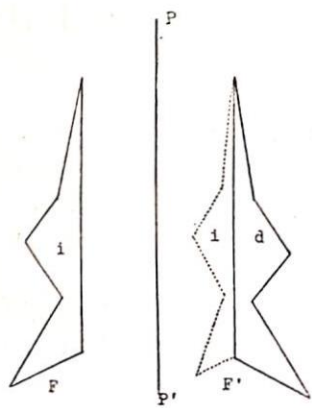


FIG. 54 Figuras enantiomorfas

Las formas F y F' son *enantiomorfas*, es decir, son formas que no pueden llegar a coincidir, porque mientras F muestra al exterior la *cara izquierda*, F' muestra la derecha; y al intentar la aplicación de las dos, la cara izquierda de F vendría a pegarse a la derecha de F' . Son, pues, F y F' lo que son entre sí la mano derecha y la izquierda; lo que la mitad del rostro humano con respecto a la otra mitad al dividirlo por un plano que pasase por la nariz y la mitad de la frente.

Las formas F y F' constituyen unidas la forma simple holoédrica; cada una de ellas separadamente la forma *hemiedrica holoaxa*.

2º *Por adición de un eje binario y del centro.*—El elemento de simetría del cristal es el plano perpendicular al eje binario; entre tanto carece del eje binario y del centro. Los planos que aquí intervienen, como elementos de simetría, pueden ser uno o varios.

En este caso las figuras simples F y F' complementarias son *superponibles*. Para cerciorarnos de ello, notemos la diferencia que media entre *plano* simétrico de *reflexión* y plano simétrico de *rotación*. El primero da figuras *enantiomorfas*, como vimos, y tal es el caso de la hemiedría holoaxa; el segun-

do, en cambio, exige que a una distancia ϵ , invariable para cada caso particular, se produzca, antes del plano y detrás del plano, las figuras simples F y F' ; éstas son, pues, superponibles. Tal hemiedría se apellida *antihemiedría*. Ya veremos más tarde ejemplos de todas éstas meriedrías.

3º *Por adición de un eje binario y del plano de simetría normal a él.*—Carece el cristal de los ejes binarios y de los planos de simetría exigidos por ellos; pero tienen los otros elementos de simetría, entre ellos el centro.

Esta hemiedría, caracterizada por facetas paralelas, se apellida *Parahemiedría*. En ella las figuras F y F' complementarias son también superponibles.

Ahora sí podemos ya ocuparnos con el problema del estudio en particular de cada sistema cristalino. Estudiaremos en cada uno de ellos los diferentes casos de meriedría.

CAPITULO SEPTIMO

EL SISTEMA CUBICO O TERCUATERNARIO

Diferentes mallas de este sistema.— Sea N un nudo en un plano, el plano del dibujo por ejemplo. Y sea N₁ otro nudo de este mismo plano, el más próximo a N. Según hemos visto anteriormente (p. 22) por N debe pasar un eje de simetría, que en el caso actual será un eje cuaternario. Con un segundo nudo N₃ formará los dos lados de un cuadrado; un cuarto nudo N₂ vendrá a completarle. Ningún otro nudo puede contener la malla, porque al haber, por ejemplo, entre N y N₁ otro nudo N_x, ya no sería N₁ el nudo más próximo como fue la hipótesis.

Esta malla tiene dos clases de ejes cuaternarios posibles: los unos que pasan por los nudos vértices de la malla y los otros por el centro de ella. En un plano *límitrofe*, paralelo a la

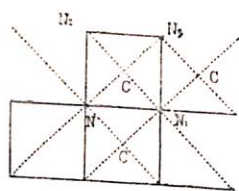


FIG 55 Distribución de los nudos de una malla; posición de los ejes cuaternarios que dependen de esa distribución

figura, (delante del plano del dibujo, o detrás de él), los nudos N', N₂', N₃',.... etc., deben estar distribuidos como en el dibujo; los ejes cuaternarios pasarán por los nudos y serán perpendiculares al plano. Estos ejes pueden proyectarse sólo de dos modos: o bien en los nudos N, N₁, N₂.... etc.; o bien en los centros C de las mallas reticulares. Si el eje cuaternario perpendicular al plano se proyecta en los nudos, los otros dos ejes cuaternarios pasarán por N N₁ y por N N₂. La figura cristalo-
gráfica engendrada será un *hexaedro o cubo regular*. Pero si uno de los ejes cuaternarios se proyecta en el centro C, los

otros dos ejes tomarán la dirección de las diagonales C N₁ y C N₂. El cristal o poliedro engendrado tendrá como sistema reticular el *octaedro* (véase fig. 38). Hay otra posibilidad más: cuando los otros dos ejes cuaternarios han tomado la dirección N N₂ y N N₁ el sistema reticular será el *dodecaedro*. No insistimos en este último caso. (*)

En nuestras consideraciones tomaremos como forma primitiva el cubo, ya que todos los casos posibles enumerados pueden reducirse a él,

Sabemos ya que los tres ejes \overline{OX} , \overline{OY} , \overline{OZ} son trirectangulares; que los parámetros a, b, c son iguales; que los índices de las caras son la *razón inversa* de las intersecciones de éstas con los tres ejes.

En dos figuras separadas representamos al cubo con todos los elementos de simetría; y éstos en perspectiva estereográfica. (Véanse las figs. 52 A, 52 B y 62). Los puntos Q son los polos de los planos principales de simetría formados - estos

planos- por dos ejes cuaternarios. Por puntos T, que son los polos digámoslo así de los ejes ternarios paralelos a las diagonales del cubo. Los puntos B son los polos de los ejes binarios. Cada eje B es a la vez bisector del ángulo de los ejes cuaternarios. Los planos π son las caras del cubo que se cortan según los ejes cuaternarios. Cada uno contiene dos ejes cuaternarios Q y dos ejes binarios B. (Fig. 56).

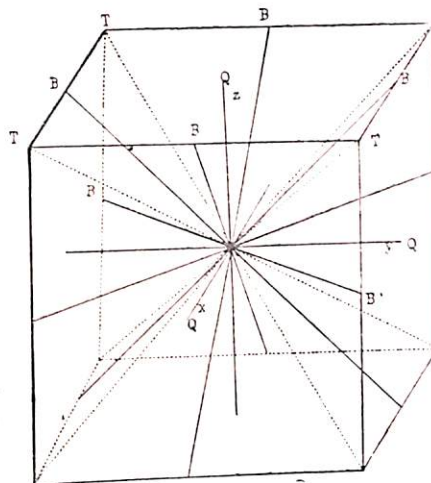


FIG. 56 Elementos de simetría del sistema cúbico

Los planos P son los planos diagonales del cubo,

(*) Véase A. de Lapparent "Cours de Mineralogie" p. 80 (ed. 1899) Masson et Cie. Editeurs. Adaptamos a nuestro curso algunas de las enseñanzas de tan ilustre maestro.

bisectores de los planos principales π . Los planos π_3 son normales a los ejes ternarios. Cada plano π_3 contiene tres ejes binarios.

LA FORMA GENERAL DE ESTE SISTEMA

Vimos ya -pág. 74- que la forma más rica en facetas, perteneciente al sistema cúbico, no puede tener sino 48 caras. Sabemos también que son superponibles, la mitad de ellas a la otra mitad, por rotación al rededor del centro; que son simétricas unas de otras con respecto a los ejes de simetría; pero que, en este caso, son *enantiomorfos*. Debemos añadir que cada faceta de este poliedro -apellídase *hexoctaedro*- es triangular.

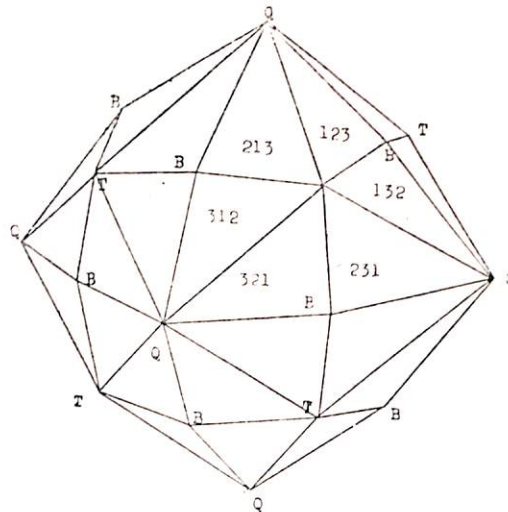


Fig. 57 El hexoctaedro (123)

Un polo ϕ , tomado al interior de un triángulo, tendrá 47 polos simétricos ϕ_i , repartidos en todo el cristal. Si llamamos p, q, r, a los símbolos de una faceta -por ejemplo 1, 2, 3-, toda otra faceta, cualquiera que ella sea, tendrá por notación una combinación de p, q, r, positivos o negativos, en un orden cualquiera. Un examen somero de la figura 57 nos convencerá de ello. (*)

(*) Las combinaciones posibles de p, q, r son las siguientes: p q r, q p r, q r p, r q p, p r q, r, p q son, pues, 6 las combinaciones posibles. Veamos ahora todas las combinaciones posibles de estos números, positivos y negativos

(p q r)	6	combinaciones
(p̄ q r)	6	"
(p q̄ r)	6	"
(p q r̄)	6	"
(p̄ q̄ r)	6	"
(p̄ q r̄)	6	"
(p q̄ r̄)	6	"
(p̄ q̄ r̄)	6	"
Total	48	combinaciones

Habrán tantos *hexoctaedros* cuantos sean los valores concretos dados a p, q, r. Las formas que se encuentran con frecuencia son: (123), (124), (134), (135), (137)

FORMAS PARTICULARES.—Vamos a suponer ahora que la cara parametral (p q r) es 1º Paralela a los ejes de simetría; 2º que es perpendicular a ellos. Y según estas dos condiciones modificatorias, vamos a ver qué poliedros son los resultantes.

I.—FORMAS PARALELAS

a) *A los ejes cuaternarios.*

La cara parametral (p q r) desde que es paralela a un eje, de las X, por ejemplo, le cortará al infinito; la notación de Miller para esta intersección será, pues,

$$p = \frac{1}{\infty} = 0$$

siendo las otras dos intersecciones Q, r cualesquiera. La notación de esta forma será, en tal virtud (0, q, r), y el poliedro engendrado será un cubo con troncaduras paralelas a las aristas. Es el cubo piramidado.

(Fig. 59)

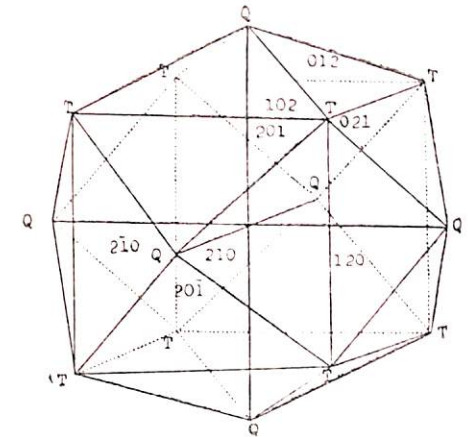


Fig. 58 El tetrahexaedro (012) o cubo piramidado

b) *A los ejes ternarios*

Si suponemos que la cara determinante es paralela al eje ternario T T (fig. 57), se hallará en la zona cuyo eje es T T.

Sabemos que el eje de zona tiene por ecuación (Véase p. 45)

$$h M + k N + l P = 0$$

En particular este eje TT , diagonal del cubo, tiene como coeficientes $M = 1$; $N = \bar{1}$; $P = 1$

Por consiguiente la ecuación del eje de zona se reduce a

$$h - k + l = 0$$

$$k = h + l$$

Si suponemos que $l = 1$, $h = 2$, el valor de k será 3. Si, pues, (hkl) [o lo que es lo mismo (pqr)], son los símbolos de la cara parametral, el de la tercera será la suma de las dos primeras. Diremos, así, que las formas (123) , (134) , (145) son las del *hexoctaedro* cuyas facetas son paralelas a los ejes ternarios.

c) A los ejes binarios

Una cara determinante (pqr) paralela a estos ejes, por ejemplo $\lambda_2 \Lambda_2$ (fig. 52 A) deberá satisfacer a la ecuación de este eje. Ahora bien en

$$Mh + Nk + Pl = 0$$

es la ecuación tipo del eje de zona; los índices pqr de la cara determinante deben, pues, satisfacer esta ecuación. Por lo tanto

$$Mp + Nq + Pr = 0$$

En el caso que nos ocupa los índices M, N, P del eje son

$$M = 0 ; N = \bar{1} ; P = 1$$

valores que reemplazados en la ecuación anterior nos da a condición que debe llenar la cara determinante para ser paralela a los ejes binarios

$$-q + r = 0$$

$$q = r$$

La condición que deben, pues, llenar los índices de la cara parametral para ser paralela a los ejes binarios es que dos de ellos han de ser iguales siendo cualquiera el valor del primero.

Dos formas poliédricas nacen de esta condición: el *leuciteodro* (icositetraedro), y el *trioctaedro*.

En el primero (Fig. 59) los índices iguales son de un valor más pequeño que el del otro; en el segundo (Fig. 60) los índices iguales son mayores que el del tercero. (*)

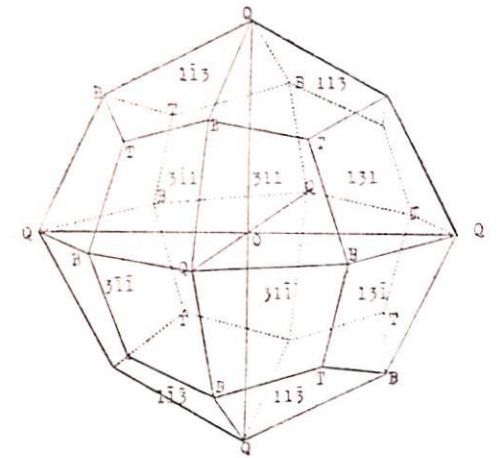


FIG. 59 El icositetraedro (113) , denominado también leuciteodro

II.—Formas normales

Especifiquemos otros tres casos particulares tomando ahora como punto de partida la posición del polo. (**)

Suponemos que éste se halla: 1º en la mitad de la arista TT , es decir, en el punto B del eje binario. Hallándose el polo en la intersección de cuatro elementos de simetría—son cuatro planos, va a pertenecer *simultáneamente* a 4. El número total de polos será $\frac{4 \cdot 8}{4}$, es decir,

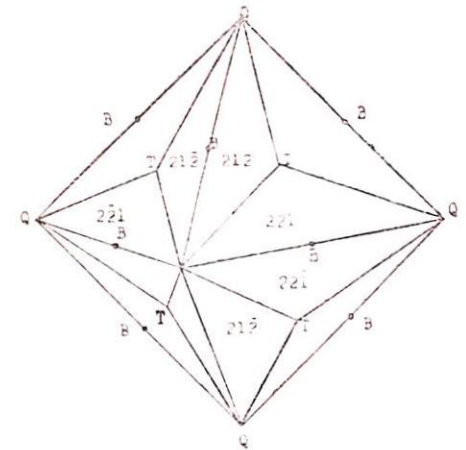


FIG. 60 El trioctaedro (221)

(*) La reducción a 24 caras en el icositetraedro, se explica así: Las combinaciones de (123) son, $123, 213, 231, 321, 132, 312$. Si en vez de estos índices tomamos (113) , las combinaciones posibles de esta cifras son $113, 113, 131, 311, 131, 311$ en las cuales vemos que se repiten *tres*: el número de combinaciones distintas de (113) son apenas la mitad de las de (123) . Por esta razón el icositetraedro no puede tener sino la mitad de caras del hexoctaedro (Fig. 61)

(**) Sabemos que los polos de una faceta cualquiera se hallan en la línea normal a la misma faceta. Tomar el polo en vez de la faceta nos dará la ventaja de poderla *representar* más adecuadamente en las proyecciones, ya que en ellas es factible la representación gráfica de un punto mas no de un plano.

sólo 12; por consiguiente el número de facetas será también 12. El poliedro así engendrado es un *dodecaedro romboidal* compuesto por facetas en forma de rombos, siendo cada rombo normal a un eje binario.

El ángulo de dos planos romboidales adyacentes es el mismo de los ejes ternarios, pues, las aristas de ellos son paralelas a éstos. En cada eje ternario T se cortan tres caras del dodecaedro. Posee tres zonas paralelas a los ejes cuaternario. Los ejes binarios no dan a vértices del poliedro por ser las facetas de él perpendiculares a estos ejes.

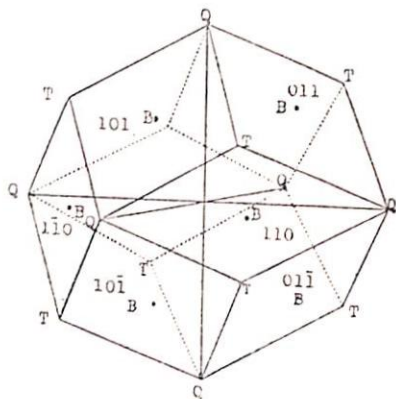


FIG. 61 El dodecaedro romboidal (110)

2º. El polo se halla en T, en el eje ternario. La cara parametral es perpendicular al extremo superior de él. Cada eje tendrá en sus extremos dos facetas perpendiculares. El poliedro que resulte de esta construcción será un *octaedro*, de facetas paralelas a los planos π_3 correspondientes a los ejes ternarios L_3 . Las caras son triángulos equiláteros. Las aristas son paralelas a los ejes binarios. La notación de este poliedro, según Miller será (111), según ya vimos. (Véase fig. 38).

3º. El polo está en Q, en el eje cuaternario. Esto quiere decir que las caras del poliedro, siendo tres los ejes cuaternarios, serán en número de seis. Volvemos así al cubo fundamental o *hexaedro*.

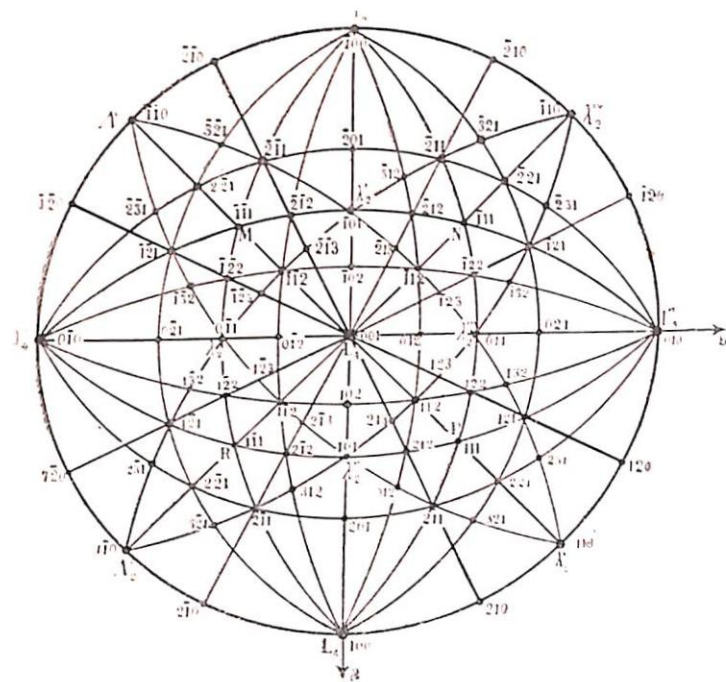


FIG. 62 Representamos en este dibujo la proyección estereográfica del cubo (100), del octaedro (111), del dodecaedro (110), del tetrahedro (021), del trioctaedro (122), del trapezoedro (112), del hexoedro (123).

RESUMEN:

Las formas simples de la holoedría cúbica pertenecen a los siete tipos siguientes:

- 1º Forma la más general: *hexoedro*: 48 facetas; notación (pqr).
- 2º Tres formas de 24 facetas:
 - a) *Icositetraedros*, uno de los cuales es el de la notación (112). Símbolo general de éstos, (ppq).
 - b) *Trioctaedros*, uno de los cuales es el del ejemplo (122). Símbolo general de esta forma, (pqq).
 - c) *Tetrahexaedros*, o cubos piramidados. El del ejemplo tiene la notación (012). La de la forma general es (Oqr).

3.º Tres formas especiales:

- a) Dodecaedro romboidal (011): 12 caras
- b) Octaedro regular (111): 8 caras
- c) Hexaedro o cubo (001): 6 caras

COMBINACIONES DEL CUBO CON ESTAS FORMAS

1.º Con el hexoctaedro.—Sean \overline{OX} , \overline{OY} , \overline{OZ} las tres aristas del cubo. Tracemos una cara parametral QRS que haga tres intersecciones (Fig. 63)

$$\overline{OQ} = \frac{1}{q} ; \overline{OR} = \frac{1}{r} ; \overline{OS} = \frac{1}{s}$$

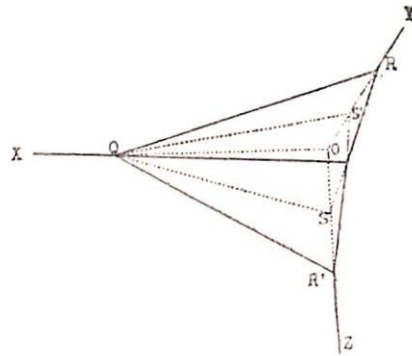


FIG. 63 Combinación del cubo con el hexoctaedro

con los ejes OX , OY , OZ respectivamente. El plano de simetría que pasa por OX exige que se reproduzca la cara parametral simétrica $QR'S'$. Pero por OY pasa otro plano de simetría; por lo tanto la doble faceta formada en torno al eje OX , va también a producirse en torno a OY ; y también en torno a OZ se producirán otras dos. En suma, cada arista del cubo será reemplazada por dos facetas o troncaduras. Cada vértice del cubo dará 6

facetas; los ocho vértices darán 48 caras; son las del hexoctaedro. (Fig. 64).

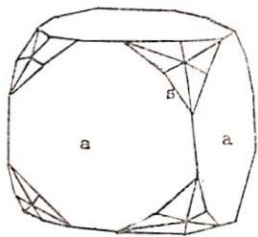


FIG. 64 La fluorita. Combinación del cubo con el hexoctaedro

2.º Con el tetrahexaedro.—Si la cara parametral corta a dos ejes quedando paralela al tercero, por ejemplo al eje de las X , el plano de simetría que pasa por este eje exigirá la existencia de otra faceta al otro lado de él. Cada arista dará así lugar a dos facetas. Tendremos en total 24 facetas supernumerarias. Sabemos que el símbolo de estas caras es (Oqr) . La más frecuente es (012) . (Figuras 65 y 66)

3.º Con el trapezocedro (icositetraedro).

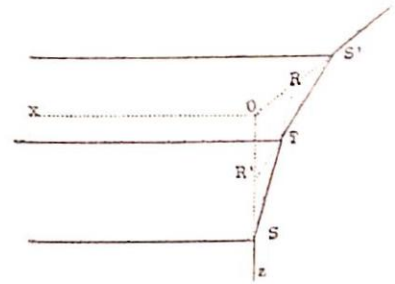


FIG. 65 Combinación del cubo con el tetrahexaedro

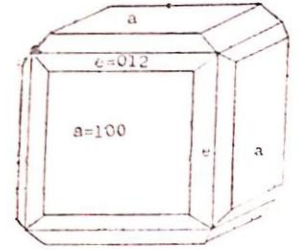


FIG. 66 El cubo y el tetrahexaedro

Tomemos ahora la cara parametral QRS paralela a un eje binario. Sabemos que estos ejes son paralelos a las diagonales de las caras del cubo. La cara parametral será, por ejemplo, la de la figura. Vemos en ella que dos intersecciones OS y OQ tienen que ser iguales. Vamos a suponer que OS y OQ son más grandes que OR , según la figura.

En virtud de los planos de simetría que pasan por OX , OY , OZ , la cara parametral SRQ se reproducirá en todos tres ejes. Las tres caras se cortarán según las aristas OQ , OR , OS y tendremos una pirámide triangular en el sitio que ocupaba el vértice del cubo. El número de caras adicionales así engendrado será de 24. La notación de esta forma será (r, q, q) , o bien (r, r, s) . La forma más simple y la que ocurre más a menudo es ésta (112) .

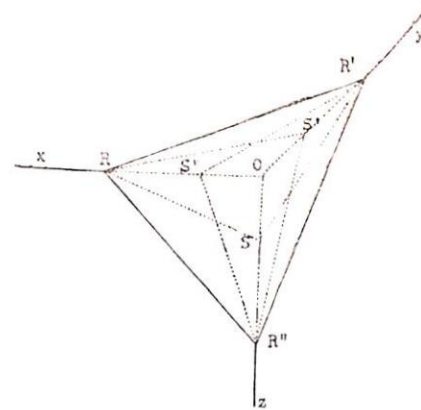


FIG. 67 Cubo y trapezocedro

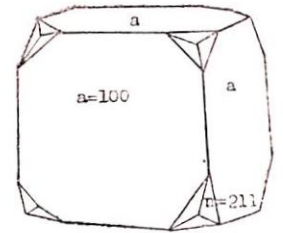


FIG. 68 Combinación del cubo con el trapezocedro o leucitoedro

4.^o *Con el trioctaedro.*—Suponemos ahora que la cara parametral SQR intercepta dos longitudes iguales en los ejes OX , OY , y que éstas son *más pequeñas* que la interceptada en OZ . Las caras así engendradas son en número de tres, una del lado de cada arista del cubo. También aquí el número de caras supernumerarias será de 24.

La notación de esta forma es (qqs) o bien (qrr) . La forma concreta que se encuentra más a menudo es ésta (122) .

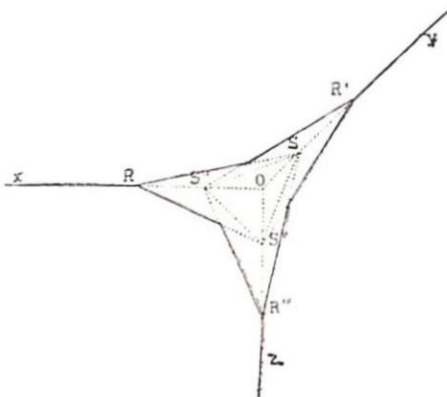


FIG. 69 Combinación del cubo y del triocaedro

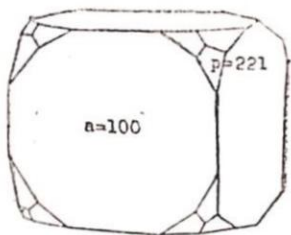


FIG. 70 Cubo y triocaedro

5.^o *Con el octaedro.*

Trazamos ahora una cara parametral normal a los ejes ternarios. Esta hará un ángulo igual con las tres aristas del cubo. Es la faceta del octaedro (111) . La forma que afectará a la combinación cubo-octaedro será la de la fig. (71 ó 72 ó 73).

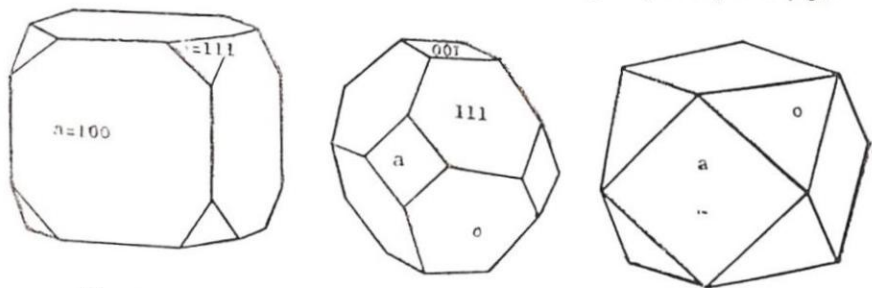


Fig. 71, 72, 73. Son de cristales que ostentan una combinación del cubo con el octaedro

6.^o *Con el dodecaedro romboidal.*

Introducimos ahora una cara parametral normal a un eje binario. Uno de ellos $B_1 B'_1$ es paralelo, por ejemplo, a la diagonal AB de una cara del cubo. Si trazamos una perpendicular CD a AB y otra $C'D'$ a $A'B'$, el plano $CD C'D'$ será perpendicular al eje binario $B_1 B'_1$.

De la misma construcción resulta que $BC = BD$ (Fig 74).

En virtud de las leyes de simetría tantas veces invocadas, la troncadura $CD C'D'$ hecha en la arista BB'_1 , se va a reproducir en todas las 12 aristas del cubo. Las (figuras 75 y 76) serán la representación del poliedro así engendrado.

La notación de esta faceta será $(ppO) = (110)$.

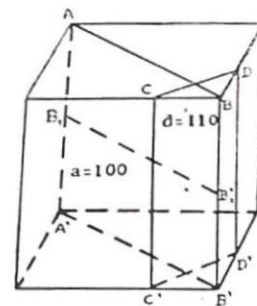


FIG. 74 Cubo y dodecaedro romboidal

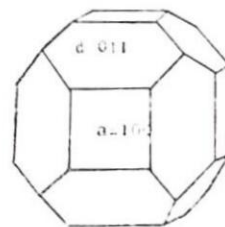
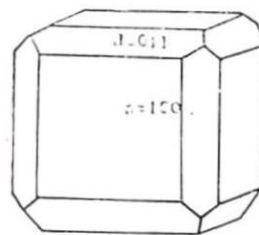


FIG. 75 y 76 Cubo y dodecaedro

Si se desea conocer combinaciones de estas formas con el octaedro, consultar la obra de de Lapparent "Cours de Mineralogie" p. 100 y siguientes, antes citada.

I.—HEMIEDRIA HOLOAXA.

La investigación de las variedades meriédricas que pueden aparecer en el sistema cúbico o tercuaternario, reconoce como principio las supresiones de los elementos de simetría que pueden hacerse en él.

Admitimos que el cristal está dotado de todos los ejes de simetría del sistema reticular cúbico, pero que carece de centro C y de planos de simetría. El símbolo de tal poliedro cristalino será

$$\left. \begin{array}{l} 3L_4, 4L_3, 6L_2 \\ O\pi, O\pi_3, OP_2 \end{array} \right\} OC$$

La carencia de centro implica la supresión de las caras simétricas con respecto a él. Así las caras (123) no pueden coexistir, en este poliedro, con las caras (123). Para saber cuáles polos deben ser conservados y cuáles suprimidos, bastaría suprimir en el diagrama de la proyección estereográfica del sistema cúbico (Fig. 62) la mitad de los polos, por ejemplo,

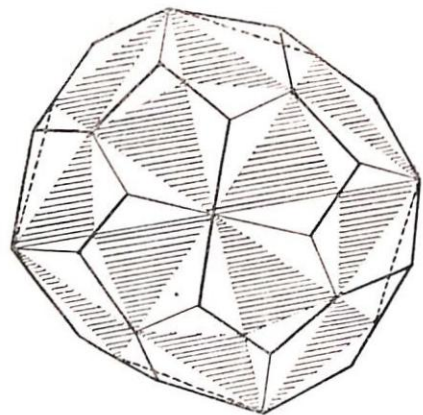


FIG. 77 Hemiédria holcáxica.
El hemi-hexoctaedro

(132) (321) (213) que se derivan de los otros tres por la acción de los planos de simetría, que se han suprimido en esta meriedría.

El poliedro así engendrado se apellida *hemi-hexoctaedro*; cuenta 24 caras y son éstas en forma de polígonos pentagonales. La representación de este poliedro véase en la (Fig. 77).

II.—PARAHEMIÉDRÍA.

Los poliedros parahemiédricos están caracterizados sea por la carencia de todos los ejes binarios, sea por la supresión de la mitad de éstos, supresión que repercutirá en el número de orden del eje par múltiple.

En el sistema cúbico o tercuaternario todos los ejes binarios son de la misma especie; por consiguiente si se suprimen dos de ellos hay que suprimirlos todos. Pero los tecrmas vistos al principio de este curso nos enseñan que si un sistema reticular posee 3 ejes cuaternarios y 4 ejes ternarios, necesaria-

mente poseerá 6 ejes binarios (Véanse pág. 33 y siguientes). Es preciso por lo tanto reducir el número de orden de los ejes cuaternarios que, en el caso actual, se volverán binarios.

El símbolo de tal simetría *parahemiédrica* será

$$3L_2, 4L_3, C, 3P_2$$

1.—Aplicada esta fórmula al hexoctaedro, ella exige que en cada octante de él se supriman 3 facetas, mas no de cualquier modo. Téngase en cuenta que se han conservado los tres planos de simetría principales — correspondientes a los ejes cuaternarios convertidos ya en binarios — por consiguiente con respecto a estos, dos facetas contiguas serán semejantes. Se llega a obtener tal poliedro conservando en el plano de simetría principal; y suprimiendo así mismo las caras adyacentes junto con la arista común en los planos de simetría.

Los poliedros así engendrados llevan el nombre de *diploedros*, *dodecadiedros*, *diakisdodecaedros*. (Figura 78).

2.—Consideremos ahora el caso del *tetraexaedro* o cubo piramidado. En él suprimimos los planos no principales. Con ellos van a desaparecer la mitad de las caras, es decir, la mitad de los polos. Los polos restantes se hallan: 4 en el círculo fundamental, 4 en el hemisferio superior y 4 en el hemisferio inferior.

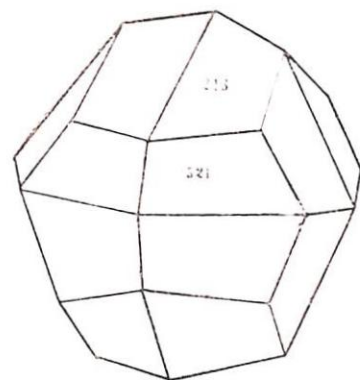


FIG. 78 Parahemiédria. El Diploedro o dodecadiedro $\frac{1}{2}$ (132)

Las caras correspondientes se cortan en los ejes cuaternarios, en biseles paralelos a estos ejes.

Este poliedro tiene 12 pentágonos irregulares. Con respecto al centro, las caras son simétricas de 2 en 2. Se denomina *dodecaedro pentagonal* y es también conocido con el nombre de *piritoedro* por cristalizar en esta forma la *pirita*.

La (Fig. 79) representa el dodecaedro pentagonal que responde al símbolo concreto $\frac{1}{2}(012)$.

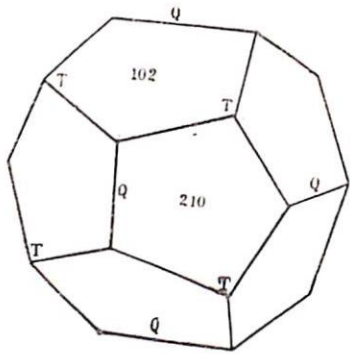


Fig. 79 Parahemiedría. El dodecaedro pentagonal o piritocedro

En él los vértices T indican en donde se hallan los extremos de los ejes ternarios. La letra Q, colocada en la mitad de las aristas indican por donde deberían pasar los ejes cuaternarios, degenerados hoy en binarios.

La Parahemiedría no hace sentir la falta de simetría sino en los hexoctaedros y en los tetrahexaedros. ¿Por qué? Porque los leucitocedros y trioctaedros teniendo sus caras paralelas a los ejes binarios y, por otra parte, siendo estas caras perpendiculares a los planos de simetría no pueden repetirse con respecto a cada uno de ellos.

Pueden, pues, coexistir con los poliedros parahemédricos los trapezoedros y trioctaedros; a fortiori el dodecaedro romboidal y el octaedro y el cubo.

La pirita de hierro es un buen ejemplo aplicable al caso estudiado, pues, puede afectar formas de cubo, de octaedro, de dodecaedro pentagonal, de trapezoedro y de diploedro.

Debemos añadir, con Friedel (*) que la sucesión alternada de las caras del dodecaedro pentagonal con las del cubo, determinan algunas veces en las caras del cubo de la pirita estrías finas cuya disposición sola basta para poner de relieve los caracteres parahemédricos de este mineral. A esta forma se le denomina Triglifó.

Parahemiedría cúbica frecuente: pirita, cobaltina, alumbre, etc.

Pasamos por alto, en gracia de la brevedad, las combinaciones de las formas parahemédricas con el cubo, el octaedro, el diploedro, etc. (Véase de Lapparent, pág. 108 y siguientes).

(*) Leçons de Cristallographie professées à la Faculté des Sciences de Strasbourg, par Georges Friedel Paris.—1926, pág. 76.

III.—ANTIHEMIEDRÍA.

Los elementos de esta meriedría son: $3L_2$, $4L_3$, $6P$

De entre estos planos han desaparecido los planos π de simetría principales, o sea, los planos perpendiculares a los ejes L_4 (fig. 33).

1º. *El hextetraedro.*—Si en la forma general (qrs) se toma (qrs) como cara parametral, se conservarán los seis polos de un octante al rededor de (111) , y los seis polos del octante opuesto al rededor de $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$. Del hemisferio sur se guardarán los octantes bajo los índices $(1\bar{1}1)$, $(\bar{1}11)$. La forma resultante es una especie de tetraedro regular en el cual cada faceta hubiese sido reemplazada por una pirámide de seis caras. Se le denomina *hextetraedro* (Fig. 80).

Si utilizando los octantes suprimidos quisiéramos construir otro *hextetraedro*, el poliedro que de ellos resultara no diferiría del primero sino por su orientación.

2º. *El tritetraedro y el Dodecaedro trapezoidal.*—El trapezoedro (rrs) en esta meriedría dará tres facetas simétricas en cada uno de los cuatro octantes conservados. La figura que de ello resulte será un tetraedro tripiramidado, o sea, un *tritetraedro*. (Figs. 81 y 82).

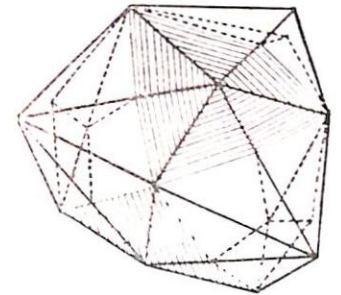


Fig. 80 Antihemiedría. El hextetraedro

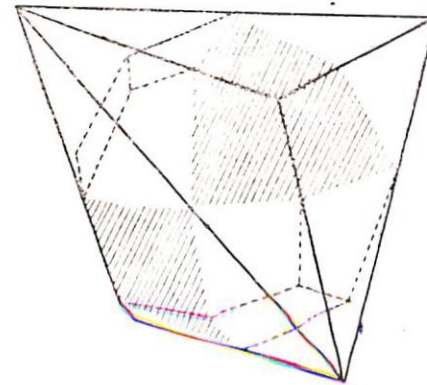


Fig. 81 Antihemiedría. El tritetraedro

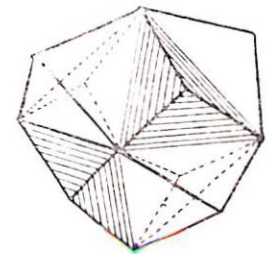


Fig. 82 Antihemiedría. El dodecaedro trapezoidal

La blenda (ZnS), los cobres grises, la *eulitina* (Bi₄Si₃O₁₂) el metacinnabrio (HgS), etc., cristalizan en esta forma.

3º. *El tetraedro*.—Reducimos los polos del octaedro conservando los siguientes: (111), (1̄1̄1̄), (11̄1̄), (1̄1̄1̄). El poliedro que resulta de esta combinación es un tetraedro regular. Las caras del tetraedro son paralelas a los ejes ternarios, las seis aristas son paralelas a los ejes binarios. (Fig. 83).

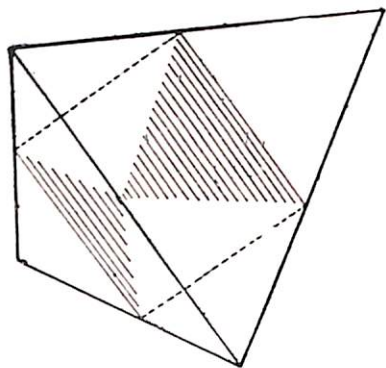


FIG. 83 Antihemiedría. El tetraedro

Cristalizan en esta forma, el cobre gris, la boracita (Mg₆B₁₆O₃₀), la blenda, el diamante.

Para las combinaciones diversas del tetraedro con el dodecaedro romboidal, con el tritetraedro y el hextetraedro, ver las figuras 117, 118 y 119, del "Cours de Minéralogie" por A. de Lapparent, pág. 112

IV.—TETARTOEDRIA.

En esta meriedría se suprimen todos los planos de simetría juntamente con el centro y los seis ejes binarios. El símbolo de ella será:

$$\left. \begin{matrix} 3A_2, 4L_3, OL_2 \\ O\pi, O\pi_3, OP \end{matrix} \right\} OC$$

En la proyección estereográfica, partiendo del polo (q1s)

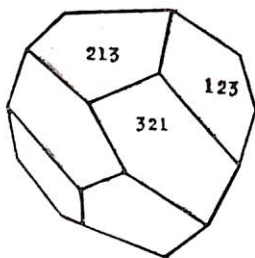


FIG. 84 Tetartroedría. El dodecaedro pentagonal tetraédrico

en el octante (111), no se conservarán sino, por ejemplo, los 3 polos (132), (321), (213) en el dicho octante. Simétricamente a los planos π construiremos los polos correspondientes al hemisferio sur.

La figura que se obtenga será un *dodecaedro pentagonal tetraédrico* como lo muestra la (Fig. 84).

Como ejemplo de cristalización en la tetartroedría cúbica citaremos a la ulmanita (NiSbS).

CAPITULO OCTAVO

EL SISTEMA HEXAGONAL

Puede considerarse como núcleo reticular de este sistema un *prisma recto* que tuviera por base un rombo cuyos lados, de dos en dos, formarían dos ángulos opuestos iguales, cada uno de ellos, a 60°. Si se acoplan tres prismas iguales a éste, se obtendrá como resultado un prisma hexagonal regular el cual puede ser considerado como forma fundamental del sistema. (Véase figura 29).

Sabemos que la simetría completa de este sistema está contenida en los símbolos

$$\Lambda_6, 3L_2, 3L'_2, C, 3P', 3P, \pi$$

(Véase pág. 30). Sabemos que el eje Λ_6 tiene un ángulo elemental de giro igual a $\frac{\pi}{6} = 30$ (Véase teorema III pág. 18);

que Λ_6 es perpendicular al plano π , plano principal de simetría, en el que se hallan los ejes L_2 y L'_2 ; sabemos que los ejes L_2 son de una especie, y que los ejes L'_2 son de otra especie (Véase *observación* pág. 20); que un plano P es perpendicular a un eje L'_2 , y que P' lo es a un eje L_2 ; que los planos P contienen a los ejes binarios L_2 y los planos P' a los ejes binarios L'_2 ; que unos y otros planos pasan por el eje senario Λ_6 .

EL PROBLEMA DE LOS EJES DE REFERENCIA

Para los tres ejes de referencia, el de las X, el de las Y, el de las Z, tomaremos dos ejes binarios L de la misma especie, y el eje senario Λ_6 . Los parámetros a y b serán iguales, pues, son los radios del círculo circunscrito a la base hexagonal; el parámetro c será diferente de los dos anteriores, ya que la altura del prisma fundamental puede ser cualquiera.

Tenemos que introducir además un tercer eje **u** para el cual escogeremos al eje binario **L** que nos quedaba. El motivo que justifica la introducción de este tercer eje **u** es el siguiente. En el sistema cúbico o cuaternario, al imprimir una rotación $\alpha = \frac{\pi}{2}$, el ángulo elemental de giro, al rededor del eje **c**, los parámetros **a** y **b** se intercambiaban, razón por la cual los símbolos (q r s), debidamente combinados, podían representar la notación de una faceta cualquiera. En el sistema hexagonal no pasa lo propio. En éste, siendo el ángulo elemental de giro, para que coincidan dos ejes binarios L_2 de la misma especie, de 60° , si imprimimos al sistema esta rotación elemental, el eje de las **X** tomará la posición de la bisectriz del ángulo 2α . A fin, pues, de que coincida **OX** con otro eje añadimos a los dos anteriores **OX**, **OY** un tercero **Ou**, cuya dirección positiva hace un ángulo de 120° con la dirección positiva de los dos primeros. La notación del sistema hexagonal tendrá, pues, *cuatro características*, tres de las cuales se referirán a los tres ejes binarios L_2 y la cuarta al eje senario L_6 ; las tres primeras son intercambiables en la designación de las facetas por tener parámetros iguales; mas no lo son con la cuarta. Estas son (a, b, \bar{u} , c).

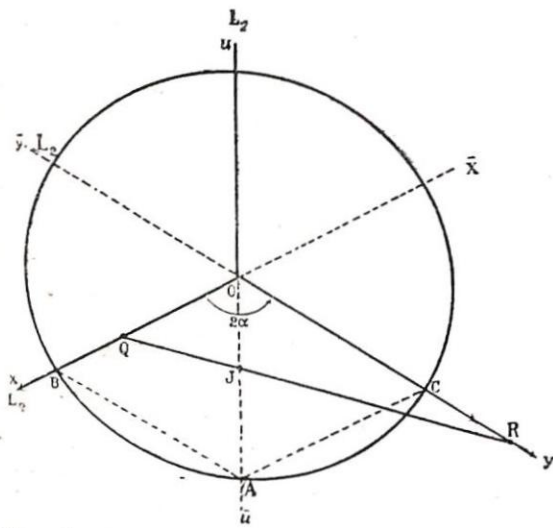


FIG. 85 Proceso genético de la forma poliédrica más general en el sistema hexagonal o senario

ORIGEN DE LA FORMA POLIÉDRICA MAS GENERAL

Sea una cara parametral **R J Q** que corta a los ejes de **X**, \bar{u} , **Y**. en los puntos **R J Q** (Fig. 85) respectivamente y al eje **Z** en **S**. Las relaciones de Weiss, - las intersecciones de la cara parametral con los ejes \overline{OQ} , \overline{OR} , \overline{OJ} , \overline{OS} , - con las de Miller son las siguientes:

$$(1) \quad OQ = \frac{a}{q} ; OR = \frac{b}{r} ; OJ = \frac{\bar{u}}{j} ; OS = \frac{c}{s}$$

Vamos a investigar el parentesco que existe entre los números q, r, j. Para facilitar la lectura a primera vista substituiremos al rombo **O B A C** de la figura anterior con un paralelogramo, y en éste trazaremos la cara parametral **Q J R** (Fig. 86)

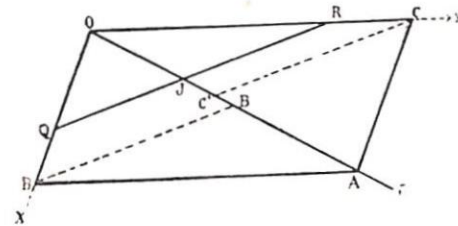


FIG. 86 Determinación del tercer símbolo de una forma senaria en función de los dos primeros símbolos

$$OA = \bar{u} ; OB = a ; OC = b$$

$$(2) \quad OJ = \frac{\bar{u}}{j}$$

Desde luego demostraremos la relación

$$(3) \quad \overline{OA} = \overline{OB'} + \overline{OC'}$$

Los triángulos **OC'C** y **BB'A** siendo iguales, nos ofrecen las relaciones de igualdad

$$\begin{aligned} OC' &= B'A \\ \text{Pero } OB' &= OC' + C'B' \\ &= C'B' + B'A \end{aligned}$$

$$\text{Por consiguiente } OA = OB' + OC' \quad (3)$$

Dividimos por \overline{OJ} todos los miembros de la ecuación (3)

$$(4) \quad \frac{OA}{OJ} = \frac{OB'}{OJ} + \frac{OC'}{OJ}$$

$$(4') \quad \frac{\bar{u}}{OJ} = \frac{OA}{OJ} = j$$

Los triángulos semejantes **O J R** y **O C C'** nos ofrecen las relaciones

$$(5) \quad \frac{OC'}{OJ} = \frac{OC}{OR} = \frac{b}{r} = r$$

De modo análogo, los triángulos semejantes **OB'B** y **O J Q** nos dan las igualdades

$$(6) \quad \frac{OB'}{OJ} = \frac{OB}{OQ} = \frac{a}{q} = q$$



Si substituimos las relaciones (5) y (6) en (4) y (4'), veremos finalmente

$$(7) \quad j = q + r$$

Las características de una cara parametral QJR serán por lo tanto

$$(8) \quad qr(\overline{q+r})s$$

OBSERVACIÓN. Los guarismos q, r y $(q+r)$, desde que tienen el mismo parámetro a o b pueden sobreentenderse y por lo tanto omitirse en la expresión de una faceta. En cambio s , teniendo por medida unitaria el parámetro c que puede no tener unidad alcuota común con a, b y u , al expresar los símbolos de Miller propios de una cara, deberá escribirse $\frac{s}{c} = \frac{1}{OS}$. La verdadera escritura de Miller, para designar una cara, sería por lo tanto

$$\frac{q}{a}, \frac{r}{b}, \frac{\overline{j}}{u}, \frac{s}{c}$$

Cuando, pues, escribamos como (8), sobreentenderemos que los tres primeros símbolos son intercambiables; no así el cuarto.

DISTRIBUCION DE LAS CARAS EN LA FORMA OBLICUA

Si partiendo de la cara parametral $QJRS$, utilizamos los elementos de simetría del sistema senario - ejes y centro -, obtendremos todas las caras posibles del sistema.

ROTACIÓN AL REDEDOR DEL EJE SENARIO

Desde luego imprimimos al sistema rotaciones sucesivas, de 120° cada una haciéndole girar en el sentido de la flecha, de modo que OX coincida con OY , OY con Ou , Ou con OX . La cara parametral conservará la misma intersección OS con el eje de la Z ; en cambio las intersecciones QJR , en el plano π , van a tomar nuevas posiciones; $Q_1 J_1 R_1$; $Q_2 J_2 R_2$; y los símbolos de éstas serán; por su orden (Fig. 87).

$$1^0. (qr\overline{j}s); \quad 2^0. (r\overline{j}qs); \quad 3^0. (\overline{j}qrs)$$

en los que las tres primeras letras se han ido turnando en orden

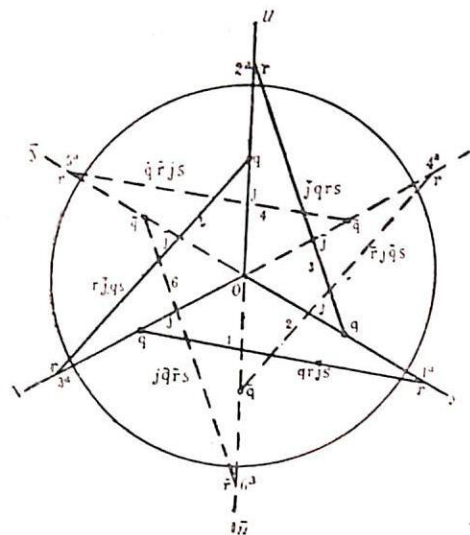


FIG. 87 Génesis de una forma senaria, con la intervención de la cara parametral y del eje senario

$$5^a \quad (\overline{q} \overline{r} j s)$$

En la última posición, que es la sexta, verificado el giro de 120° , las intersecciones serán

$$6^a \quad (j \overline{q} \overline{r} s)$$

El conjunto de las 6 facetas constituye una pirámide cuya base es un exágono regular -el delimitado por las transversales- y cuyo vértice se halla a la altura de $\frac{c}{s}$

ROTACIÓN EN TORNO DE LOS EJES BINARIOS

La simetría de los ejes binarios nos va a dar nuevas facetas. Tomamos desde luego el eje OX como eje de referencia, y hacemos girar al rededor de él un ángulo de 180° la cara parametral $QJRS$.

La nueva faceta $QJ'R'S'$, simétrica de la anterior, conservará el punto Q inmóvil, y el punto S' se hallará hoy en la parte negativa del eje OZ . Las características de esta cara son

cíclico. En la figura 101 hemos designado esas tres posiciones con líneas continuas y en ellas el valor de las intersecciones - símbolos de Miller - en cada caso particular.

Partiendo así mismo de OX imprimimos al sistema una primera rotación de 60° ; OX vendrá a sobreponerse a Ou , OY a OX ; las intersecciones tendrán por símbolos

$$4^a \quad (r \overline{j} \overline{q} s)$$

De aquí llevamos el sistema a la posición 5^a habiéndole hecho girar con un ángulo de 120° . En esta nueva posición, las intersecciones tendrán los símbolos

$$(q \bar{j} r \bar{s})$$

Si fijamos un poco la atención en la notación de la cara parametral primitiva $(q r \bar{j} s)$, vemos que la notación de la nueva $(q \bar{j} r \bar{s})$ proviene de la anterior por permutación de las letras: $\bar{j} r$, habiendo permanecido q sin mutación, y después de haber afectado con el signo menos a la letra s .

Si el eje de rotación es ahora $u\bar{u}$, la nueva faceta, tendrá por símbolo (fig. 88)

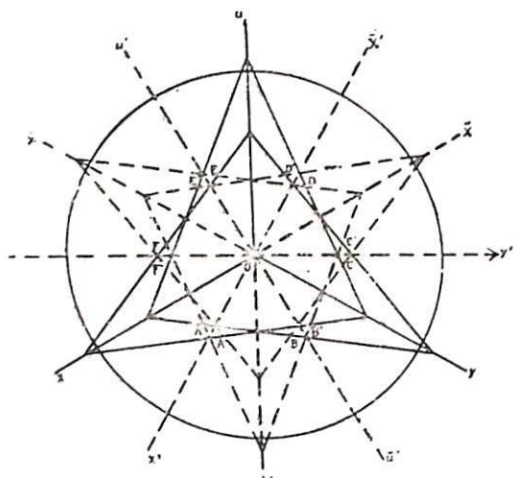


FIG. 88 Génesis de las otras seis caras de la forma oblicua del sistema hexagonal con la intervención de los ejes binarios

$$(r q \bar{j} \bar{s})$$

Con el eje de rotación $Y\bar{y}$ la cara nuevamente producida será

$$(\bar{j} r q \bar{s})$$

En síntesis, la cara parametral

$$(q r \bar{j} s)$$

ha producido:

- $(q \bar{j} r \bar{s})$ 7ª
- $(r q \bar{j} \bar{s})$ 8ª
- $(\bar{j} r q \bar{s})$ 9ª

Igual resultado habríamos obtenido al operar con la faceta 2ª o 3ª en lugar de la cara parametral.

La aplicación de igual método a las otras facetas 4ª o 5ª o 6ª nos va a ofrecer otras tres caras nuevas con las que habremos completado la mitad del poliedro.

Escogemos la cara 4ª o sea $(\bar{r} \bar{j} \bar{q} s)$

- de la cual nacen
- 10º $(\bar{r} \bar{q} \bar{j} \bar{s})$, al rededor de OX
 - 11º $(\bar{q} \bar{j} \bar{r} \bar{s})$, al rededor de OY
 - 12º $(\bar{j} \bar{r} \bar{q} \bar{s})$, al rededor de Ou

Estas facetas, de la 7º. a la 12º., forman una nueva pirámide de cuya base es otro hexágono regular $A' B' C' D' E' F'$ fig-

88. Las dos pirámides se cortan en S y en la base formando en ésta un polígono de doce lados como se puede comprobar en la figura.

El conjunto de esas 12 caras constituye la mitad de la forma cristalina, pues, para la formación de ella no ha intervenido la simetría ofrecida por el centro C. Para obtener la otra mitad, bastará cambiar todos los signos de las notaciones de las doce facetas ya obtenidas.

FORMA GENERAL DEL SISTEMA SENARIO

Como ya vimos anteriormente (fig. 88) la base del hemipoliedro es un dodecágono irregular constituido por dos hexágonos regulares ABCDEF y A' B' C' D' E' F'. Los ejes binarios de primera especie están señalados con las letras OX, OY, Ou, OY', Por los ejes binarios de segunda especie con OX', OY', Por los ejes binarios de segunda especie y por el eje senario Λ_6 , pasan los planos P de simetría; por los de primera especie y Λ_6 pasan los planos P' El poliedro holoédrico en su forma más general es, pues, una doble pirámide dodecagonal constituida por 24 facetas: es el *didodecaedro*.

Proyección estereográfica de la forma general.

La perspectiva estereográfica del didodecaedro se halla representada en la figura 90. Los puntos negros son las proyecciones de los polos de la primera pirámide o sea de ABCDEF; los pequeños círculos son las de los polos de la segunda pirámide A' B' C' D' E' F'. Las caras que tienen por base el primer hexágono, son las caras directamente semejantes; las del segundo son caras inversamente semejantes.—Adviértase que la proyección (fig. 90) es la del *hemipoliedro directo*.

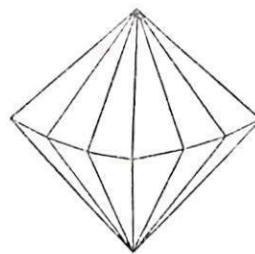


FIG. 89 El didodecaedro: la forma oblicua más general del sistema senario

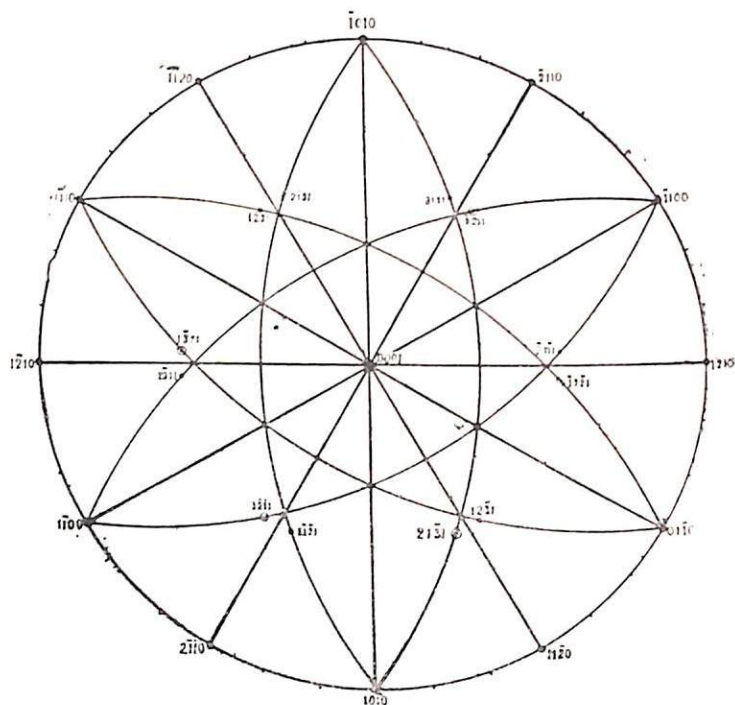


FIG. 90 Proyección estereográfica del didodecaedro (1 2 3 1)

FORMAS PARTICULARES

I. FORMAS PARALELAS: 1º *Al eje senario.*—Las facetas, siendo paralelas al eje Λ_6 , no se tocarán sino al infinito. El valor de la intersección \overline{OS} es por lo tanto $\overline{OS} = \infty$

$$s = \frac{1}{\infty} = 0$$

El símbolo general de las caras será $(q r \overline{j} 0)$.

El poliedro así engendrado es un *prisma dodecagonal*. La proyección estereográfica de los polos de tal poliedro pasan a ocupar la circunferencia misma del círculo de proyección.

2º *A los ejes binarios de primera especie.*—La cara parametral cortará al plano π de simetría principal en una línea paralela, por ejemplo, al eje de las Y. En virtud de la simetría de orden 6 del eje Λ_6 , esta cara va a reproducirse cinco veces más, como lo manifiesta la figura. La intersección con

el eje de las Z de las seis facetas del hemisferio norte, tendrá lugar a la distancia $\frac{c}{s}$, y la intersección de las otras seis del hemisferio sur, a la distancia $(-\frac{c}{s})$. El poliedro que de ello resulte será un isosceloedro de primera especie o *Protoisoceloedro*. (fig. 91)

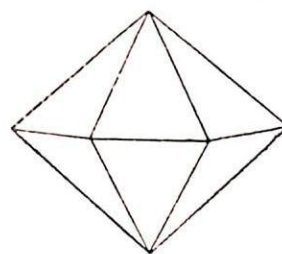


FIG. 91 El protoisoceloedro (1 0 1 1)

Los polos de las facetas de este poliedro se encuentran situados en los ejes binarios de segunda especie, o sea, en los planos de simetría P' ($A'D'B'E'$ etc.). Su representación estereográfica son los puntos negros de la figura. Los símbolos de Miller de esta forma son.

$$(q 0 \overline{q} s)$$

3º *A los ejes binarios de segunda especie.*—Sea, por ejemplo, la faceta $E'F'$ paralela al eje OX' . Por la razón ya apuntada, tal cara va a repetirse 5 veces en torno del eje senario Λ_6 . El poliedro que de ello resulte con el conjunto de facetas en el hemisferio norte y en el hemisferio sur, será una pirámide hexagonal doble compuesta por triángulos isósceles, todos iguales. Es el isosceloedro de segunda especie, denominado también *deuteroisoceloedro*.

En él, los ejes binarios de primera especie (OX, OY, Oz) son perpendiculares a la línea de base de cada triángulo: son *apotemas* a los lados del hexágono regular.

Los polos de cada faceta, van a proyectarse en estos ejes binarios de primera especie. Los símbolos de Miller de este poliedro son $(r r \overline{2} r s)$.

II.—FORMAS NORMALES:

1º *Al eje senario Λ_6*

El símbolo de esta cara será $(0 0 0 1)$ son las bases que sirven para limitar las caras de un prisma.

2º A los ejes binarios L_2 (*)

Desde que las facetas son normales a los ejes L_2 , necesariamente serán paralelas a Λ_0 . La forma que se ajusta a estas condiciones es un prisma cuyas facetas verticales pasan por los lados $A'B'$, $B'C'$, ... etc. del hexágono regular. Los símbolos cristalográficos de este prisma son idénticos a los del déutero-isosceloedro salvo en el que corresponde a OZ, el cual es necesariamente igual a O por ser

$$\overline{OS} = \infty, s = \frac{1}{\infty} = 0$$

($r \ r \ \overline{2r} \ 0$), por ejemplo, ($1 \ 1 \ \overline{2} \ 0$)

3º A los ejes binarios L'_2

Tendremos aquí otro prisma; pero éste pasará por las aristas BA, BC, ... etc. Excepto el valor s , que será aquí igual a O, todos los valores de los demás símbolos serán iguales a los del *Protoisoceloedro*, es decir, ($q \ 0 \ \overline{q} \ 0$) \equiv ($1 \ 0 \ \overline{1} \ 0$)

RESUMEN

Las formas simples de la *holoedría senaria* comprenden 7 tipos que son los siguientes:

- Iº a) El *didodecaedro* con 24 facetas, forma la más general ($q \ r \ \overline{j} \ s$).
- IIº Tres formas con doce facetas
 - b) Los isosceloedros de primera especie o Protoisoceloedros ($q \ 0 \ \overline{q} \ s$).
 - c) Los isosceloedros de segunda especie o Déuteroisoceloedros ($r \ r \ \overline{2r} \ s$).
 - d) Los prismas dodecagonales ($q \ r \ \overline{j} \ 0$).
- IIIº *Formas prismáticas*
 - e) Poliedro de dos facetas ($0 \ 0 \ 0 \ 1$)
 - f) Prisma hexagonal de primera especie ($1 \ 0 \ \overline{1} \ 0$)
 - g) Prisma hexagonal de segunda especie ($1 \ 1 \ 2 \ 0$)

(*) Suprimimos las figuras correspondientes a este caso y al siguiente, a fin de no recargar este libro con un número excesivo de figuras. Por lo demás el lector cuidadoso sabrá suplirlos con su diligencia, utilizando, por ejemplo, el dibujo de la figura 102.

Ejemplos de cuerpos que cristalizan en este sistema:

La esmeralda o berilo; fluosilicatos de potasio y de amonio; yodoformo. (Fig. 92, 93, 94)

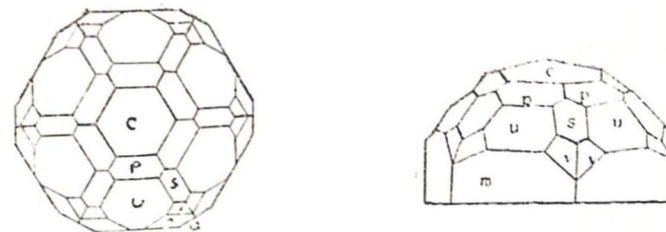


FIG. 92 y 93 El berilo. Dos vistas de la distribución de sus facetas: $C(0001)$, $P(10\overline{1}1)$, $S(11\overline{2}1)$, $U(20\overline{2}1)$, $M(10\overline{1}0)$, $V(2\overline{1}31)$

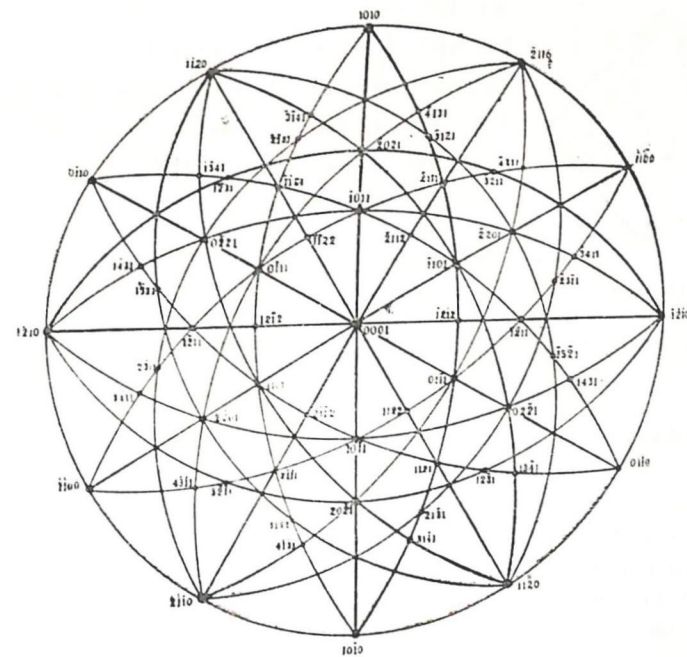


FIG. 94 Proyección estereográfica del berilo representado en las figuras anteriores. Contiene la proyección de la base C , del prisma m , de los protoisoceloedros p y u , del deuteroisoceloedro s y del didodecaedro v .

FORMAS MERIEDRICAS DEL SISTEMA SENARIO

1º HEMIEDRÍA HOLOÁXICA

Los elementos que desaparecen en esta meriedría son los planos todos de simetría y el centro C. Subsisten en cambio el eje senario Λ_6 y los 6 ejes binarios.

$$\Lambda_6, 3L_2, 3L'_2$$

La reducción de las caras se refiere al didodecaedro. Seis caras del nuevo poliedro, las situadas en el hemisferio norte, forman en la base un hexágono regular; las otras seis del hemisferio sur forman otro hexágono también regular, pero sin que coincidan las aristas de la pirámide boreal con las de la pirámide austral, pues, una arista austral viene a dar en el interior de una faceta boreal. Por esta razón cada faceta del nuevo poliedro es un cuadrilátero irregular; han desaparecido los planos π , P y P'.

No así los seis ejes binarios L_2 y L'_2 como es fácil comprobarlo en el modelo de la colección. (*) El nuevo poliedro se denomina *Trapezoedro hexagonal*. (Fig. 95).

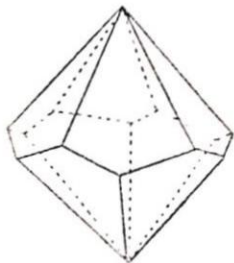


FIG. 95 Hemiedría holoáxica senaria. El trapezoedro hexagonal $\frac{1}{2}(12\bar{3}1)$ son simétricas la una de la otra.

2º PARAHEMIEDRIA

Los elementos de simetría subsistentes en esta meriedría son:

$$\Lambda_6, C, \pi$$

eje senario, centro y plano principal de simetría.

El dodecaedro fundamental se ha desdoblado en dos isosceloedros complementarios pero que han girado con un ángulo cualquiera tanto con respecto a Λ_6 como con relación a los dos isosceloedros primitivos.

(*) Cuando en este curso hablamos de modelos o de colecciones nos referimos a los existentes en la Escuela de Minas de Cuenca, procedentes de la Casa Krantz adquiridas por el Director de ese Instituto en 1937.

Las simétricas de las caras 1, 2 en el modelo de la colección son las facetas 1, 2, 1, 2, 1, 2 en el mismo hemisferio, y con relación al eje senario.

Pero con respecto al plano principal π , 1 es simétrico de 1' en el hemisferio austral, 2 de 2'. El modelo al que nos referimos y que hemos dibujado, que realiza esta meriedría, es la *apatita* (Fig. 97). (*)

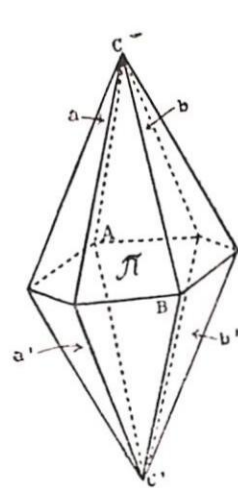


FIG. 96 Parahemiedría senaria. No tiene acción esta hemiedría en los isosceloedros

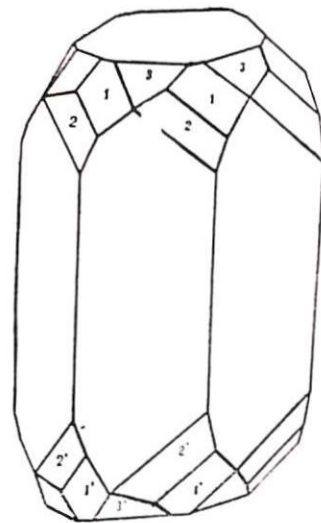


FIG. 97 Parahemiedría senaria. La apatita. En el dibujo están representadas las caras (0001), (10\bar{1}1), (11\bar{2}1), (21\bar{3}1) y (10\bar{2}0)

Las formas cuyos polos se encuentran en los planos P y P', es decir, los isosceloedros, los prismas hexagonales y la base, no sufren modificaciones en la parahemiedría; quedan lo que son en la holoedría. He aquí por qué. Una faceta a, por ejemplo, (Fig. 96), del isosceloedro, tiene con respecto al plano π su cara simétrica a'; con respecto al plano CAB su simétrica en b. Todas las seis facetas del hemipoliedro boreal subsisten en la parahemiedría; e igualmente las otras 6 del hemipoliedro austral. En otros términos, con la intervención de

(*) De la apatita daremos otros dos dibujos en la segunda parte de este Curso, Cap. Octavo

sólo los elementos de simetría *parahemédricos* se puede engendrar el poliedro llamado *isosceloedro*.

Por consiguiente la *parahemiedría* no afecta en nada a los *isosceloedros*. Igual cosa podría demostrarse con respecto a los prismas hexagonales y a la base.

III.—ANTIHEMIEDRIA

Los elementos de simetría que subsisten en esta meriedría son

$$\Lambda_6, 3P, 3P'$$

Por la ausencia del plano principal de simetría π , no pueden subsistir sino las caras de *un hemisferio*; en consecuencia, esta meriedría, si bien respeta las formas paralelas al eje senario—prismas dodecagonales—, a todas las demás, didodecaedros, *isosceloedros* y base, les impide presentarse en ambos hemisferios por lo cual el cristal va a estar provisto de facetas que no se presentan sino de un lado (del hemisferio norte, por ejemplo). Con ello el número de polos se reduce a la mitad.

En esta simetría cristalizan, entre otros, la *zincita* (ZnO), la *wurtzita* (ZnS), la *greenoquita* (NdS), la *yodrita* (AgI), etc. (figs. 98. 99).

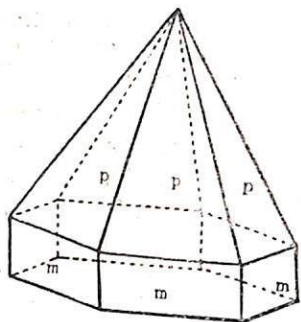


Fig. 98 Antihemiedría senaria.
La *zincita* p (10 $\bar{1}$ 1),
 m (10 $\bar{1}$ 0)

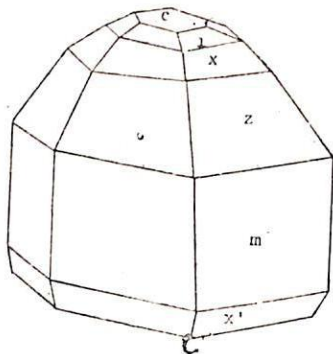


FIG. 99 La *greenoquita*.
Otro ejemplo de Antihemiedría
senaria

Las formas que no sufren alteración en la antihemiedría son los prismas, cuyos polos se hallan en π , es decir, en la circunferencia del círculo de proyección estereográfica.

IV.—TETARTOEDRIA

El elemento de simetría subsistente en esta meriedría es sólo

$$\Lambda_6$$

Si tomamos como punto de partida la *parahemiedría*, resultarían de ésta las formas tetartoédricas por la supresión de todas las caras que se hallasen del mismo lado del plano π principal de simetría (1).

Los poliedros que permanecen sin modificación en esta meriedría son los prismas de la *parahemiedría*. Las formas también no modificadas por la tetartoedría son aquellas que tienen los polos en los planos P o P' y que subsisten incambiadas en la antihemiedría.

Solamente los didodecaedros dan origen a una nueva forma constituida ésta por 6 facetas que vienen a cortarse haciendo en la base un hexágono regular orientado según un ángulo arbitrario respecto del didodecaedro primitivo.

V.—ANTIHEMIEDRIA TRIGONOEDRICA

Los elementos de simetría que pueden subsistir en esta meriedría son

$$1^\circ \quad \Lambda_3, 3L, 3P', \pi$$

Los ejes binarios, pudiendo ser los de primera o segunda especie, suponemos en este primer caso los de la primera.

En la proyección estereográfica los planos P' pasan por los ejes. La base de esta doble pirámide es un hexágono irregular, resultante de la asociación de dos triángulos equiláteros que se cortan mutuamente, según lo muestra la figura. (fig. 100)

(1) Bien podemos partir, igualmente, de la hemiedría holocálica, de la antihemiedría, suprimiendo en la una los ejes binarios y en la otra los planos de simetría, y sólo conservando en una y otra Λ_6

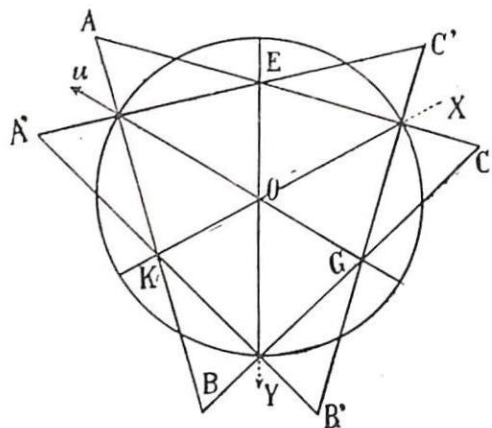


FIG. 100 Antihemiedría trigonoédrica.
Elementos de simetría de esta
meriedría. $\Lambda_3, 3L, 3P, \pi$

Tomemos, por ejemplo, la cara parametral AB. Esta va a repetirse en virtud de la simetría del eje ternario, al rededor de O, en BC y CA. Pero tenemos también 3 planos de simetría P' que pasan por los ejes binarios - en el caso actual por los ejes de referencia- L. Por consiguiente la arista BC del primer triángulo va a reproducirse en $A'C'$ con respecto al eje OX, en $A'B'$ con respecto a OY, en $B'C'$ con

respecto a OZ. De los cortes mutuos hechos por los dos triángulos va a resultar el hexágono irregular E X G Y K. El plano π principal de simetría va a reproducir la misma pirámide hexagonal en el hemisferio boreal.

Otra doble pirámide hexagonal, pero cuyos ejes y planos se hallarían diferentemente orientados con respecto a los de la primera, habríamos obtenido al partir del símbolo 2°

$$2^{\circ} \quad \Lambda_3, 3L', 3P, \pi$$

De la doble pirámide hexagonal, afectada por esta meriedría, pasaremos al prisma cuya base será el propio hexágono irregular y que poseerá los mismos elementos de simetría antihemi-trigonoédricos.

Adviértase que en el caso 1° de esta meriedría y en el cual se han conservado los ejes binarios de primera especie, el protosceloedro y el protoprisma quedarán invariables frente a esta meriedría porque podrán producirse no sólo en virtud de los elementos de simetría de la holoedría sino también sirviéndose sólo de los elementos de simetría *antihemi-trigonoédricos* del primer caso. Las formas, en cambio, afectadas serán los déutero isosceloedro y prisma; estos perderán la mitad de sus caras y se transformarán el déutero isosceloedro en una pirámide doble con base de triángulo equilátero; y el déutero-prisma, en un prisma también con base de triángulo equilátero, siendo los lados de él paralelos a los ejes binarios suprimidos.

VI.—ANTITETARTOEDRIA TRIGONOEDRICA

Los elementos de simetría son

$$\Lambda_3, \pi$$

Aplicados estos elementos a la forma oblicua -didodecaedro-, la forma que de ello resulte será una pirámide doble triangular, con base de triángulo equilátero ABC (Véase la figura anterior) y cuyos lados no son ni paralelos, ni perpendiculares a los ejes binarios, sino oblicuos con respecto a ellos; la figura o poliedro así engendrado, y que se denominará también *trigonoedro*, ha girado al rededor del eje senario Λ_6 con un ángulo cualquiera.

Por la misma razón los prismas dodecagonales pasan a ser prismas de base triangular ABC.

Los isosceloedros y prismas hexagonales de ambas especies, pasarán también a ser pirámides y prismas triangulares; pero esta vez los lados de la base, los del triángulo equilátero serán paralelos a los ejes binarios correspondientes.

Nota.—Hay otras meriedrías mas que son comunes tanto al sistema senario, como al romboédrico o ternario.

Las examinaremos cuando nos ocupemos con el último.

tad de dos aristas opuestas; por ejemplo $\alpha \alpha'$ es un eje binario, (Fig. 102), $\beta \beta'$ es el segundo y $\gamma \gamma'$ el tercero. Los puntos

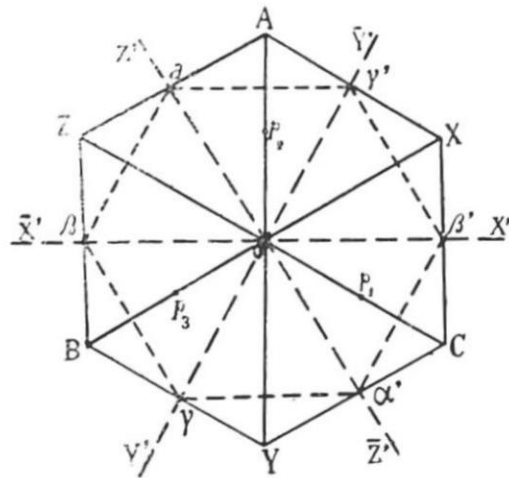


Fig. 102 Proyección en el plano de los elementos de simetría del romboedro

$\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma$ son al mismo tiempo los vértices del exágono inscrito y que es la base del isosce-loedro primitivo del cual ha surgido el romboedro por *ogdoedría*.

Consideremos ahora una cara paralela a la faceta $Y O X$, y que corte al eje de las Z a la distancia n ; los símbolos de esta cara serán $(00n) = (001)$ para la faceta $Y O X$

De modo análogo encontraremos

- (010) : para la faceta $X O Z$
- (100) : para la faceta $Y O Z$

En cambio los *planos de simetría* P que pasan por las aristas culminantes (ejes de referencia), tendrán por símbolo

- Para el que pasa por \overline{ZO} (001)
- " " " " \overline{YO} (010)
- " " " " \overline{XO} (100)

Hechas estas consideraciones preliminares, pasamos a la determinación de la *forma oblicua* forma la más general - , de este sistema.

Sea $(q r \bar{s})$ la cara parametral. Al hacer girar esta faceta al rededor de Λ_3 , los ejes OX, OY, OZ se van a sustituir los unos a los otros porque todos ellos están igualmente inclinados con respecto al eje ternario, según advertimos ya. Las características de las tres primeras caras son (Fig. 103)

- 1ª $(q r \bar{s})$;
- 2ª $(r \bar{s} q)$;
- 3ª $(\bar{s} q r)$

Hagamos ahora que $(q r \bar{s})$, por ejemplo, gire un ángulo de 180° al rededor de los tres ejes binarios L_2 de simetría; 1º. al rededor de $X'O$. El eje OY va a repliegarse sobre $O\bar{Y}$; el valor s de la coordenada de Y va a tomar un valor negativo \bar{s} , OX caerá en coincidencia con $O\bar{Z}$; la coordenada de OZ será \bar{q} , como lo muestra la figura 103; de igual suerte, hallaremos la coordenada de las X (s). En una palabra, la nueva cara tiene por símbolo $(s r q)$. 2º. Al rededor de $Y'O$, y 3º. al rededor de $Z'O$. Tendremos, en resumen, las siguientes facetas nuevas giro de 180° al rededor de OX' da 4ª. $(s \bar{r} q)$
 " " 180° " " " OY' " 5ª. $(r \bar{q} s)$
 " " 180° " " " OZ' " 6ª. $(q s r)$

Si ahora hacemos jugar los ejes binarios con la segunda faceta $(r \bar{s} q)$ obtendremos las mismas facetas 4ª., 5ª., 6ª., como es fácil comprobarlo.

Hemos hecho intervenir hasta aquí sólo dos elementos de simetría. Si ahora hacemos entrar el centro, C de simetría nacerán las otras 6 caras restantes. Para obtenerlas, bastará cambiar simultáneamente los signos de las 6 primeras. El poliedro así engendrado se apellida *Escalenoedro* (Fig. 104).

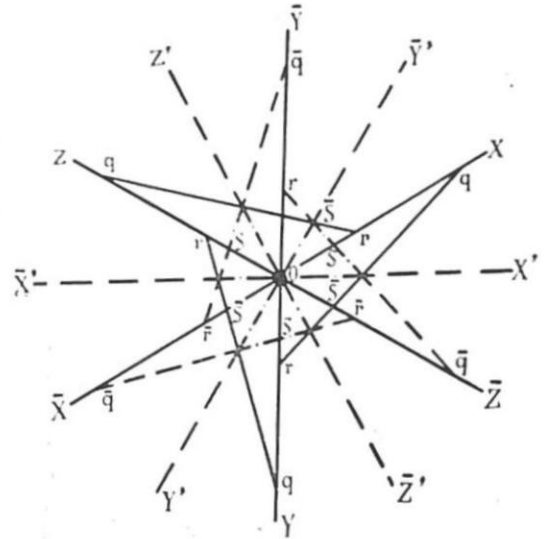


FIG. 103 Génesis de la forma oblicua, o sea de la forma general del sistema ternario

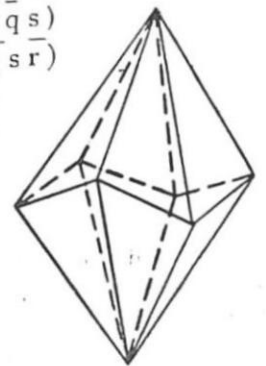


FIG. 104 El escalenoedro

PERSPECTIVA ESTEREOGRAFICA DEL ESCALENOEDRO Y DEL ROMBOEDRO

Ocupémonos, desde luego, con el segundo. El ángulo de dos facetas contiguas del romboedro, por ejemplo, de (010) y (100) puede ser cualquiera, \mathcal{E} ; del cual sabemos únicamente que debe ser menor que 120° . Llamemos ω al ángulo de los polos de estas dos caras. Sabemos que entre \mathcal{E} y ω debe existir la relación (Véase pág. 62).

$$(1) \quad \omega = \pi - \mathcal{E}$$

¿Cómo se podrá figurar estereográficamente el ángulo ω , los polos, los ejes? Los polos P_1, P_2, P_3 de las facetas del

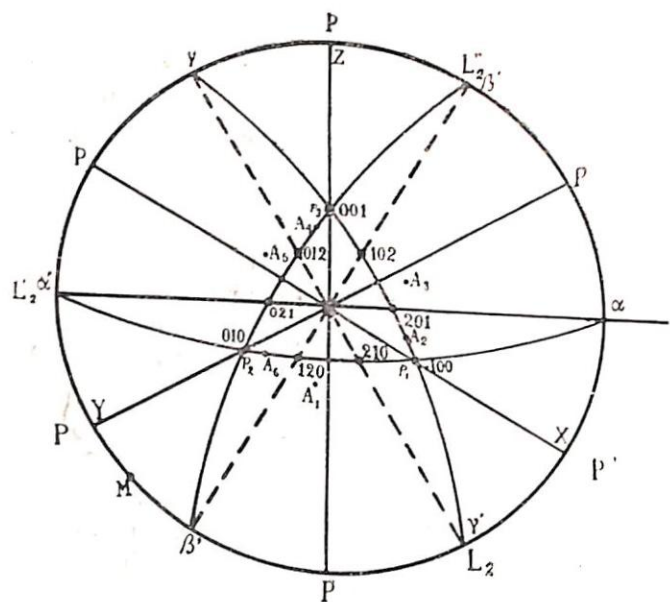


FIG. 105 Perspectiva estereográfica del escaenoedro y del romboedro

romboedro se hallan localizados en los planos de simetría P (que pasan por cada eje de referencia) y situados en el centro de cada faceta. Hecha esta observación, fácil será reconocer en la figura 118 los sitios en donde deben hallarse P_1, P_2, P_3 proyecciones de los polos del romboedro. Pero raciocinemos de otro modo

El arco $\alpha' p_2$ $p_1 \alpha$ vale π (Fig. 105).

El arco $\widehat{p_1 p_2}$ debe valer $(\pi - \mathcal{E})$ según la fórmula (1), por consiguiente, tanto el arco $\widehat{\alpha' p_2}$ como el arco $\widehat{p_1 \alpha}$ deben valer, cada uno, $\frac{\mathcal{E}}{2}$. Así que

$$\widehat{\alpha' p_2} = \widehat{p_1 \alpha} = \frac{\mathcal{E}}{2}$$

Bastará ahora trazar desde α' como centro un circulito de radio $\frac{\mathcal{E}}{2}$; y otro desde α como segundo centro. Las intersecciones de ellos con \overline{OY} y \overline{OX} serán los puntos de perspectiva de p_1 y p_2 .

Tomemos como ejemplo la *cabasita* (un zeolito) cuyas facetas adyacentes hacen un ángulo \mathcal{E} de $94^\circ 46'$

$$\mathcal{E} = 94^\circ, 46'$$

$$\omega = 180^\circ - 94^\circ, 46' = 85^\circ, 14'$$

$$\frac{\mathcal{E}}{2} = 47^\circ, 23'$$

El arco $\alpha' M$ vale $47^\circ 23'$. La intersección p_2 del círculo de radio $\alpha' M'$ y de centro α' con OY nos da el sitio del polo buscado. Así mismo encontraremos p_1 y p_3 . Ahora no tendríamos sino que hacer pasar un gran círculo por $\alpha' p_2 p_1 \alpha$, problema éste de sencillez elemental. Luego haremos pasar otros dos círculos mayores por los diámetros $\beta\beta', \gamma\gamma'$ y dos polos.

Pasemos ahora a la proyección del *escaenoedro*. Los polos de perspectiva estereográfica de este poliedro $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ proyectados en el círculo fundamental se hallan en las líneas OM_1, OM_2, OM_3 , (Fig. 106) perpendiculares a los lados del exágono irregular. Vemos también que *dos polos consecutivos*, por ejemplo, A_2, A_3 , son simétricos con respecto al plano de simetría $Y' \overline{Y'}$ siendo el uno, polo de una faceta boreal; y el otro, polo de una faceta austral; resultando así seis polos australes y seis polos boreales.

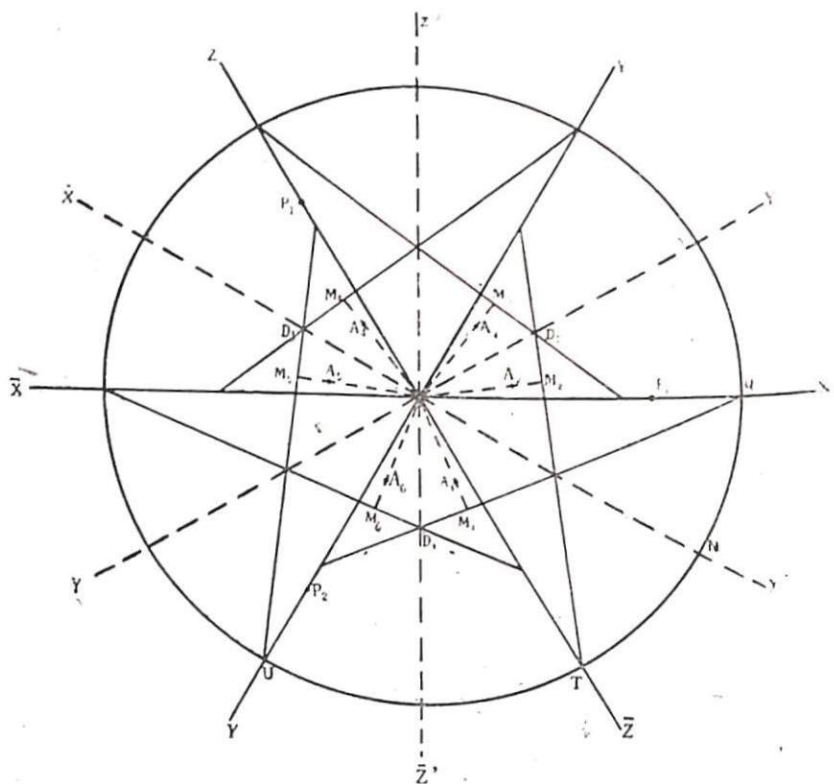


FIG. 106 Proyección estereográfica del escalenoedro inverso

Por esta figura vemos que los diedros iguales D_1, D_2, D_3 están a una distancia angular de 120° , unos de otros.

Hay dos especies o tipos de escalenoedros. Los escalenoedros *son directos* cuando el polo A y el polo del romboedro están en la misma mitad QON del triángulo QOT. *Son inversos* en el caso contrario.

Se puede también decir del modo siguiente:

El escalenoedro es *directo* cuando los polos caen en un ángulo como SON, ángulo formado por dos ejes binarios adyacentes a un plano de simetría $\bar{X}OX$

El escalenoedro es *inverso* cuando, por el contrario, los polos caen en un ángulo como UOT.

El primer caso nos da : $q + s > 2r$

El segundo, por el contrario : $q + s < 2r$

El que hemos trazado en la fig. 106 es, por lo tanto, un *escalenoedro inverso*.

CASO PARTICULAR

Si la traza QR de la cara parametral en el círculo fundamental es paralela a uno de los ejes, el escalenoedro degenera en un *isosceloedro*. Esto equivale a decir que los polos A_1, A_2, \dots etc., se trasladan a los planos de simetría $X'\bar{X}', X'\bar{Y}', Z'\bar{Z}'$.

¿La condición para que se realice este caso?

La cara (qrs), en el caso actual forma parte de la zona integrada por las facetas: (III) normal al eje ternario como luego veremos; y la faceta (10 $\bar{1}$) cuya traza es la recta CC. (Figura 107). El símbolo del eje de zona será dado por el determinante, según la regla de Sarrus:

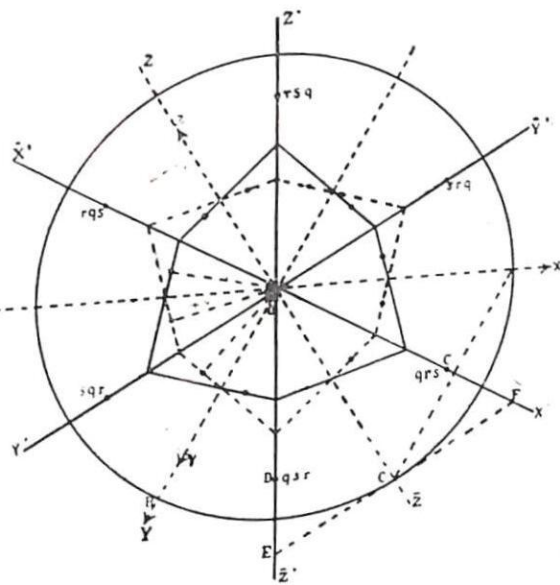
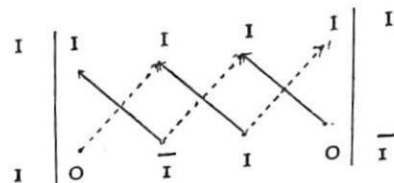


FIG. 107 Génesis de algunas formas particulares del sistema romboédrico. Forma paralela a un eje binario



es decir $(\bar{1}2\bar{1})$ es el símbolo de este eje. La faceta (qrs) debe satisfacer a la ecuación $-q + 2r - s = 0$ para pertenecer a la zona; ecuación que equivale a esta otra: $q - 2r + s = 0$.

Ejemplo (210) , que obedece a esta condición, es un isosceloedro.

FORMAS PARTICULARES

I. PARALELAS.—1º *Al eje ternario* Λ_3

Las facetas de este poliedro serán entonces *normales* al círculo de proyección y por lo tanto los polos correspondientes van a proyectarse en la *misma circunferencia*. Estos son en número de doce son las facetas de esta forma. Careciendo el poliedro de un plano de simetría π , dos facetas que pasan, digámoslo así, por un mismo meridiano, no pueden ser simétricas. Dos aristas en prolongación la una de la otra, la una boreal y la otra austral, tampoco lo pueden ser. La base de cada pirámide, tomada aisladamente, tiene un ángulo de desajuste con respecto a la base de la otra, siendo este ángulo igual a 60° . El corte mutuo de ambas bases va a dar un dodecágono como en la figs 107.

La notación de una faceta - notación general - será: $(q, r, q+r)$, pues, hemos ya demostrado (pág. 52) que $j = q + r$.

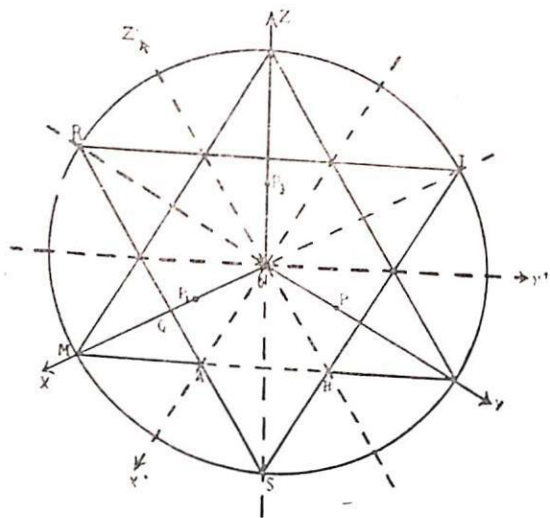


FIG. 108 Forma paralela a los ejes binarios: el romboedro

2º *A los ejes binarios*

Sea RQS la traza de la cara parametral (Fig. 108). El eje ternario nos va a reproducirla dos veces más, en \overline{RT} y en \overline{TS} . Por otra parte, la simetría de los tres ejes binarios nos ofrecerá tres más LM, MN, NZ; el corte de unas y otras va a engendrar un hexágono regular. Los polos de las facetas son:

P_1 de RS ; P_2 de TS ; P_3 de RT

Estas características nos demuestran que el poliedro engendrado es un romboedro (Véanse las págs. 117 y siguientes). ¿Cuáles son las notaciones de Miller? Tomemos la faceta AB. Esta corta a los ejes OX y OY a la distancia 1, 1; al eje OZ a la distancia $(\frac{1}{2})$. La notación será:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} = (11\bar{2})$$

OBSERVACIÓN

Hay romboedros *directos* y romboedros *inversos* los así engendrados, es decir, por una cara parametral paralela a los ejes binarios. Nos excusamos en entrar en estos detalles. (*) El que hemos calculado es un romboedro *inverso*

II. NORMALES.—1º *Al eje ternario*

Esta forma tiene por símbolo (111) , pues, un plano perpendicular a Λ_3 corta a los ejes de referencia a igual distancia, positiva o negativa. Es la forma de *base*.

2º *A los ejes binarios*

Esta forma en proyección estereográfica, sería perpendicular a los ejes de referencia proyectados en el círculo de perspectiva estereográfica. Sería, pues, un prisma hexagonal. Sea MS la traza de la cara parametral. (fig. 108). Esta corta

- a OX a la distancia 1
- “ $O\bar{Z}$ “ “ $\bar{1}$
- “ OY “ “ ∞

Por lo tanto

$q = 1 ; r = 0 ; s = \bar{1}$
 $d' = (10\bar{1})$ es la notación de esta forma. Los polos A_i de ella van a proyectarse en la misma circunferencia sobre los ejes binarios. El hexágono *gauso* se ha vuelto *plano* (véanse figs. 122 y 123)

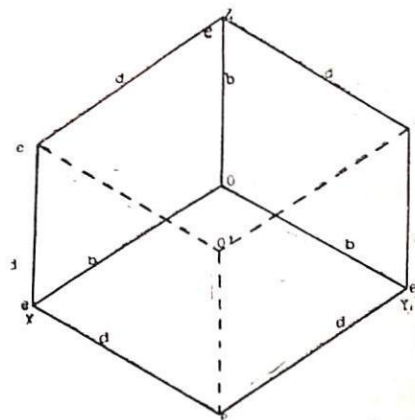


FIG. 109 El romboedro con las notaciones o símbolos del sistema Levy

(*) Véase a este propósito, Friedel, "Lecons de Cristallographie" pág. 93 obra ya antes citada.

MODIFICACIONES EN LOS ANGULOS Y EN LAS ARISTAS DEL ROMBOEDRO PRIMITIVO

A. En el ángulo O. (Fig. 109)

Desde un punto cualquiera S₁ del eje OZ tracemos un plano P de modo que corte a los ejes (Fig. 110)

de Z a la distancia $OS_1 = \frac{1}{s}$

de Y a la distancia $OR_1 = \frac{1}{r}$

de X a la distancia $OQ_1 = \frac{1}{q}$

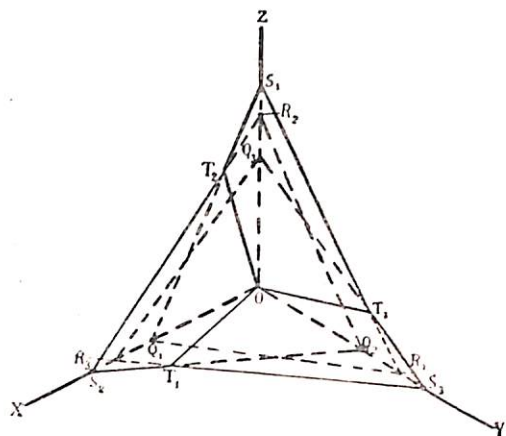


FIG. 110 Combinación de romboedro y escalenoedro

El romboedro así generado será un *escalenoedro*, la figura 110 nos muestra cómo se debe hacer la construcción.

B. En las aristas OX, OY, OZ. (Fig. 111)

Una troncadura *paralela* a una arista OZ, por ejemplo, cortará

a OY a una distancia $OR = \frac{1}{r}$

„ OX „ „ „ $OQ = \frac{1}{q}$

„ OZ „ „ „ $OS = \infty = \frac{1}{0}$

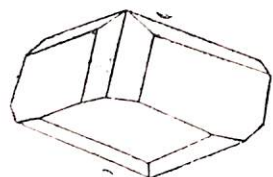


FIG. 111 El romboedro y troncaduras paralelas a las aristas

La simetría del eje ternario Λ_3 exige que este plano se repita dos veces más, y estos son R₂ Q₂ S₂, R₃ Q₃ S₃. La intersección de esos tres planos va a reemplazar las aristas de referencia con 6 facetas nuevas de triángulos escalenos. Como en O' se verificará una sustitución análoga de las 3 aristas con 6 facetas de triángulos escalenos, el poliedro así generado será un *escalenoedro*, la figura 110 nos muestra cómo se debe hacer la construcción.

La notación de esta cara será (q r 0)

Los polos de estas nuevas facetas se hallan en los planos de simetría P_i que pasan por los polos P₁ P₂ P₄. Así la faceta (2 1 0) que figura en la proyección estereográfica, (Fig. 105) es un caso concreto de esta troncadura. (Fig. 111)

C. En los ángulos laterales e (Fig. 112)

Los índices o símbolos de esta troncadura no tendrán todos el mismo signo. El polo de la nueva faceta se hallará fuera del triángulo fundamental P₁ P₂ P₃ (fig. 105)

Se obtendrá el tipo de modificación más general si las dos facetas componentes de esta troncadura interceptan en la

arista **b** una intersección $\frac{1}{s}$, y en las aristas **e** intersecciones $\frac{1}{q}$ y $\frac{1}{r}$. La

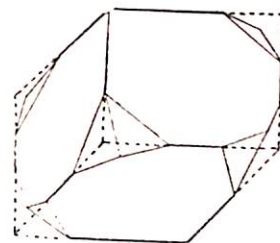


FIG. 112 El romboedro con troncaduras en los ángulos laterales e (notación de Levy, Fig. 109)

forma así engendrada tendrá por símbolo (q r \bar{s})

Ejemplo: (5 1 $\bar{2}$): escalenoedro directo
(3 2 $\bar{1}$): escalenoedro inverso

En el caso particular en el cual es la troncadura paralela al eje ternario, la forma resultante será un *prisma dodecagonal*.

Si la troncadura intercepta *segmentos iguales* en dos ejes OX, OY, por ejemplo, la forma que de ello resulte será un *romboedro enantiomorfo inverso* con respecto al primitivo.

La designación de miller de esta forma es

(r r \bar{s})

Hay un caso particular interesante de esta troncadura y es cuando $r = \frac{1}{2}$, $s = 1$; el símbolo de esta forma viene a ser (1 1 $\bar{2}$). El poliedro que de ello resulta es un *prisma hexagonal*. (Fig. 115)

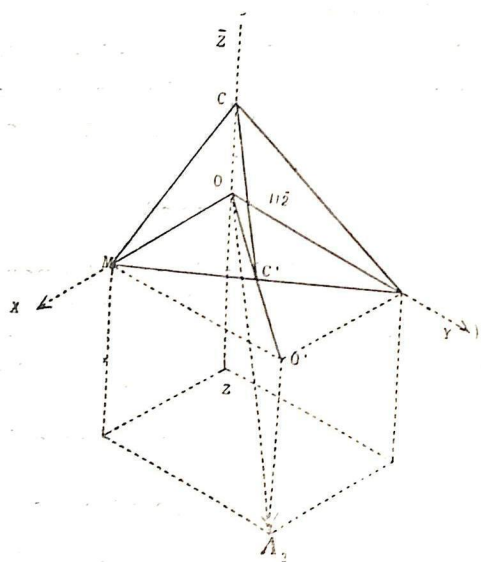


FIG. 114 Caso interesante de truncadura, cuando la nueva forma de truncadura a \bar{c} es paralela al eje ternario

En este caso la truncadura pasa por la mitad C del eje OZ (dirección negativa) y por las extremidades M y N de los otros ejes ($OM = 1$, $ON = 1$).

Esta truncadura corta a la cara $OMON$ según la recta MC' , diagonal del rombo, pasando por la mitad C' . Por lo tanto CC' es paralela al eje ternario OA_3 . Toda faceta CMN es, por lo tanto, paralela a este eje. La figura 115 es la del poliedro obtenido bajo estas condiciones.

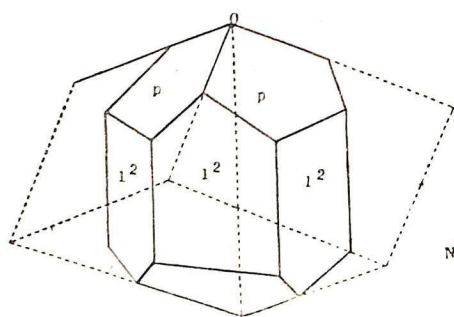


FIG. 115 El poliedro prismático hexagonal de facetas p , y l^2 ($11\bar{2}$)

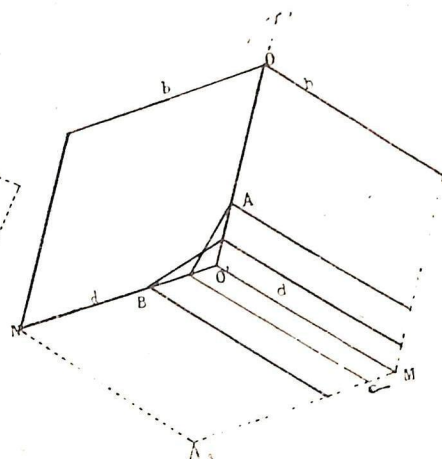


FIG. 116 El romboedro y truncaduras en las aristas laterales

D: En las aristas laterales (Fig. 116).

El caso general es el de dos facetas $ABCD$ y $A'B'C'D'$ que se cortan paralelamente a una arista d ; de las cuales la primera

intercepta en la arista d el segmento $O'B$; en la arista OO' , el segmento $O'A$; y en la otra arista d el corte es al infinito. Los símbolos de esta cara parametral, serán

$$\left. \begin{aligned} O'B &= \frac{1}{q} \\ O'A &= \frac{1}{s} \\ O'\delta &= \frac{1}{\infty} = 0 \end{aligned} \right\} (q \text{ o } \bar{s})$$

Cada arista da lugar a dos nuevas facetas. Las aristas que sufren truncaduras son 6; la forma resultante tiene, pues, 12 caras: el poliedro es un escalenoedro.

FORMAS BIPIRAMIDADAS

Trazamos una cara parametral CMN que obedezca a la siguiente condición $CM = CN$ siendo M y N los puntos medios de las aristas $A'E$ y $A'F$ del romboedro fundamental, ¿cómo corta esta faceta a los ejes de referencia $A'C'$, $A'E'$ y $A'F'$? (Fig. 117)

Observemos, desde luego, que estos ejes se reproducen en AC , AF' y $A'E'$, sólo que el sentido de éstos es opuesto al de los primeros. Observe mos, además, que la cara $C'N'M'$ es paralela de la cara propuesta y simétrica de la misma respecto al eje binario BB' . Ahora bien la faceta $C'N'M'$ corta al eje $A'C'$ a la distancia $(+1)$ y a los ejes $A'E'$ y $A'F'$, en la mitad de ellos $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

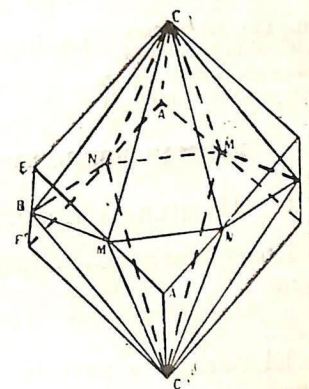


FIG. 117 El birromboedro ($22\bar{1}$)

La notación será

$$\left\{ \begin{aligned} s &= \frac{I}{A'C'} = \frac{I}{I} \\ r &= \frac{I}{A'M} = -\frac{I}{AM} = \bar{2} ; \\ q &= \frac{I}{A'N} = \frac{I}{AN'} = \bar{2} \end{aligned} \right.$$

Notación de la faceta CMN $(\bar{2} \bar{2} 1)$

Podemos igualmente decir que los símbolos de la cara parametral que engendra al isosceloedro (poliedro bipiramidado) es $(2 \bar{2} \bar{1})$ si consideramos la faceta paralela a la primera y que se halla en el hemisferio opuesto.

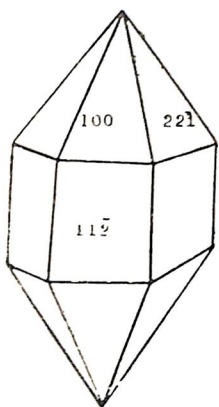


FIG. 118 El prisma bipiramidado, combinación del poliedro prismático y del birromboedro

La base del nuevo isosceloedro - que en el caso que nos ocupa se llama *birromboedro* - es un hexágono regular. En él, tres facetas del hemisferio boreal son las del romboedro primitivo; las otras tres la combinación de $(\bar{2} \bar{2} 1)$ haciendo intervenir los ejes binarios.

El *prisma bipiramidado* es una combinación del poliedro prismático $(1 \bar{1} 2)$ (Figura 118); y del *birromboedro*.

FORMAS MERIEDRICAS DEL SISTEMA TERNARIO

I. HEMIEDRIA HOLOAXICA.

Los elementos de simetría que intervienen en esta meriedría son

$$\Lambda_3, 3L_2$$

El punto de partida para el estudio de las meriedrías es la forma oblicua general, o sea, el escalenoedro (Fig. 104) en el que, habiendo suprimido los planos P de simetría, tienen que suprimirse necesariamente la mitad de las facetas, digamos mejor,

la mitad de los polos. En el hemisferio boreal no quedarán sino tres, las *directamente semejantes*, es decir, $(q r \bar{s})$, $(r \bar{s} q)$, $(\bar{s} q r)$. (Véase p. 119). En el hemisferio austral, responderán las facetas que nazcan directamente de las tres anteriores por intervención de los ejes binarios.

El poliedro, producto de estos elementos de simetría, será una doble pirámide triédrica que se apellida *trapezoedro trigonal* (fig. 119)

Si en vez de las caras directamente semejantes hubiésemos partido de las otras tres, $(s \bar{r} \bar{q})$, $(\bar{r} \bar{q} s)$, $(\bar{q} s \bar{r})$ habríamos obtenido otro trapezoedro trigonal pero *enantiomorfo* del primero.

En uno y otro las aristas *no concurrentes* en el eje ternario, forman un *hexágono gauso*, que al proyectarse en un plano perpendicular al eje Λ_3 nos ofrecerá un hexágono irregular, análogo en forma, al de la figura 103.

Realizan esta meriedría el cuarzo dextrorso y sinistrorso (Figs. 120 y 121), de características

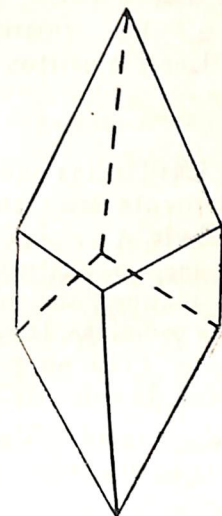


FIG. 119 El trapezoedro trigonal. Hemiedría holoaxica del sistema ternario

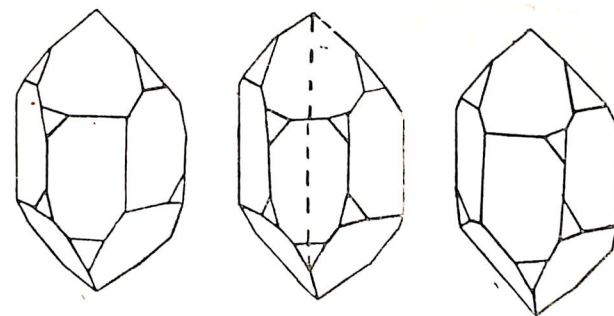


FIG. 120 y 121 Segundo ejemplo de meriedría holoaxica del sistema ternario. Los cuarzoes dextrorsos y sinistrorsos. El de la mitad es una combinación o macla de los dos cuarzoes.

$(100), (22\bar{1}), (11\bar{2}), (4\bar{1}\bar{2}), (41\bar{2}),$

La hemiedría holoáxica no tiene influencia en las formas romboédricas, prismas $(11\bar{2})$ y en la base (111) , porque tales formas pueden generarse con la intervención o bien de los elementos de simetría *holoédricos*, o bien con los de la *hemiedría holoáxica*.

2. PARAHEMIEDRIA.

Los elementos de simetría subsistentes en esta meriedría, son

$$\Lambda_3, C$$

Las facetas que conserva el hemi-poliedro boreal son las directamente semejantes, que van a concurrir formando vértice en el eje Λ_3 . La simetría del centro C va a reproducir otras tres facetas australes. Si la forma que estudiamos tuviese los tres planos P de simetría que pasaran por las diagonales de las caras rómbicas, la forma engendrada sería igual al romboedro primitivo. Pero no existiendo éstos, los planos diagonales no son planos de simetría.

El *dioplasio* (cobre silicatado) que realiza esta forma, se presenta según el modelo 122, pero con truncaduras $\frac{1}{2}d^3 = \frac{1}{2}(30\bar{1})$, y estas últimas obedecen a las condiciones de ésta meriedría (figs. 123). También ofrecen la misma simetría parahemiédrica la dolomía, la ilmenita y la fenaquita (silicato de glucinio).

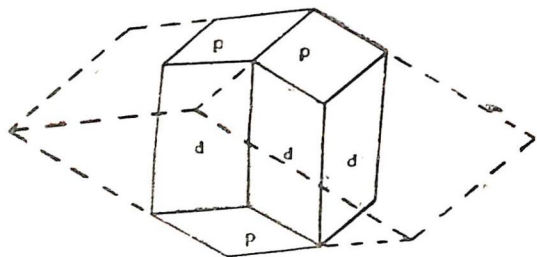


FIG. 122 El dioplasio, (cobre silicatado). Ejemplo de parahemiedría del sistema ternario.

$$d^1, (10\bar{1}), P(100)$$

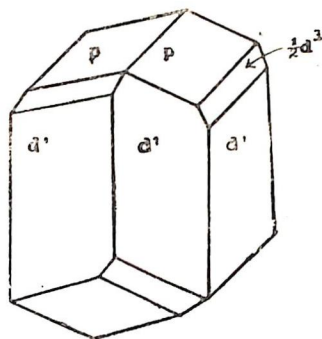


FIG. 123 Otra forma meriédrica del dioplasio. Además de las facetas de la figura anterior, aparece en la actual la cara parahemiédrica

$$\frac{1}{2}d^3 = \frac{1}{2}(30\bar{1})$$

3. ANTIHEMIEDRÍA.

Elementos de simetría de este grupo

$$\Lambda_3, 3P$$

En él quedan las seis facetas boreales del escalenoedro o del isosceloedro, pero como faltan el centro y los ejes binarios, no se reproducen las caras en el hemi-poliedro austral. La forma que resulta de estas condiciones es la de una pirámide abierta. Es, pues, un caso de *hemimorfismo*. Y como los prismas dodecagonales no son sino casos *límites* de los escalenoedros, el prisma que provenga de este caso antihemiédrico, será un prisma hexagonal

La forma $(10\bar{1})$ (Fig. 122) no sufre modificación en esta meriedría.

En el romboedro primitivo hay seis vértices e de los cuales 3 obedecen a la simetría del eje Λ_3 ; los otros 3 a la simetría de los ejes binarios. Suprimidos éstos, los vértices e no quedarán sino en número de 3. Por consiguiente la forma $(11\bar{2})$ (fig. 115) del prisma hexagonal, quedará reducida a un prisma triangular equilátero.

El mineral que realiza esta simetría antihemiédrica, es la turmalina (Fig. 124). También la realizan los minerales que constituyen el grupo de la *plata roja* (Pirargita, proustita).

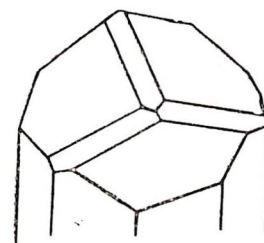


FIG. 124 La turmalina. Ejemplo de antihemiedría ternaria

4. TETARTOEDRIA

Elemento de simetría que aquí subsiste:

$$\Lambda_3$$

No quedan sino tres facetas - o lo que es lo mismo, tres polos - de los escalenoedros, romboedros, isosceloedros. Los prismas son triangulares.

Puede considerarse este caso como una hemiedría de la antihemiedría.

CAPITULO DECIMO

LOS SISTEMAS A) CUADRATICO, B) ORTORROMBICO, C) MONOCLINICO Y TRICLINICO

A SISTEMA CUADRATICO

Los elementos de simetría que intervienen en la holoedría del sistema *cuadrático* o *tetragonal* son, como hemos señalado anteriormente (pág. 29).

$$\lambda_4, 2L_2, 2L'_2, C, 2P, 2P', \pi$$

La forma holoédrica fundamental es un prisma recto con base cuadrada, (*) sea centrado o no. Los parámetros **a** y **b** del cuadrado de base son iguales. En cambio el parámetro **c** es distinto en valor de los dos primeros. (Figuras 125 y 126).

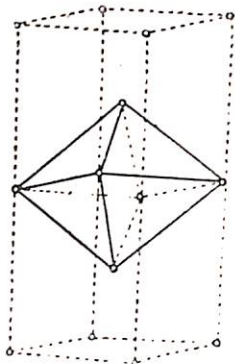


FIG. 125 El octaedro cuadrático, núcleo reticular del sistema del mismo nombre.

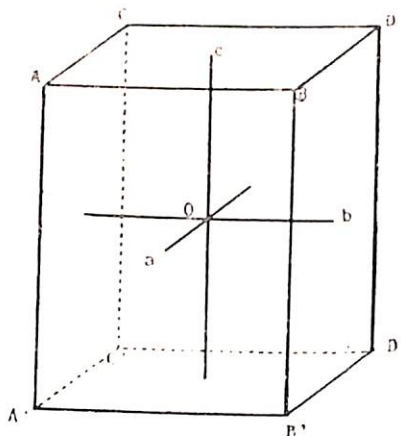


FIG. 126 Los parámetros **a b c** del sistema cuadrático.

(*) El núcleo reticular puede ser el prisma recto de la forma holoédrica fundamental cuando los prismas no son centrados; o bien un *octaedro cuadrático* cuando los prismas son centrados. Sin ir más allá en la discusión, hacemos intuitiva esta posibilidad con el dibujo adjunto de dos prismas centrados y la construcción del octaedro. (Fig. 125).

Los ejes binarios L_2 de primera especie son paralelas a los lados AC y AB del cuadrado de base; los ejes binarios L'_2 son paralelos a las diagonales CB y AD del mismo. El eje cuaternario pasa por el centro O, punto de cruce de los ejes binarios, siendo perpendicular al plano formado por los ejes binarios L_2 y L'_2 .

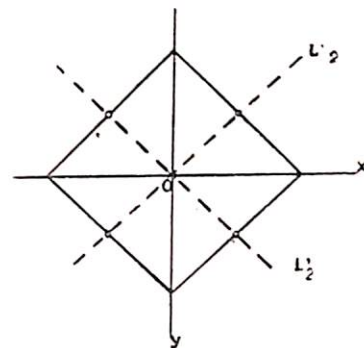


FIG. 128 Forma particular en este sistema. Forma paralela a los ejes binarios de segunda especie.

La forma general oblicua.—Si una cara parametral (q r s) cualquiera oblicua obedece a los elementos de simetría del sistema cuaternario, sabemos que el número máximo de caras que tendrá el poliedro será 16. (Véase la fórmula 5 de la pág. 74).

La forma oblicua más general es un poliedro de doble pirámide cuya base es un octógono irregular. Tratemos de buscar la notación de las facetas del *diocaedro* — así se denomina el poliedro — utilizando un triple elemento de simetría, el eje cuaternario, los ejes binarios y el centro.

En la (Fig. 127) representamos los ejes de las **X** y de las **Y**. El de las **Z** siendo perpendicu-

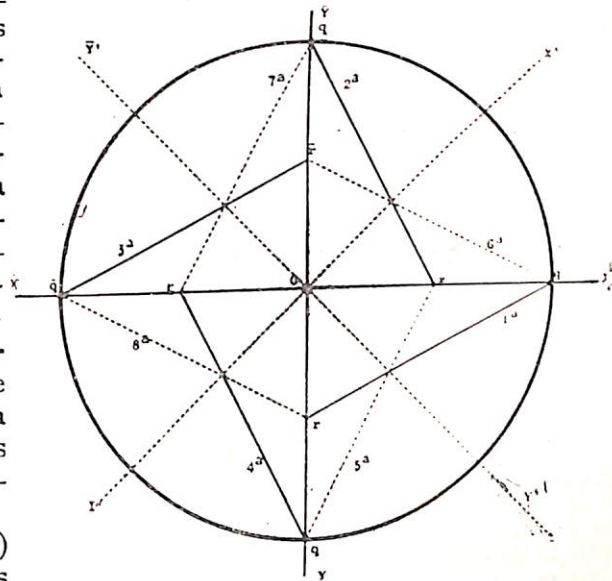


FIG. 127 Distribución de los ejes binarios en la cara basal del sistema.

lar al plano x o y, hállese representado, en proyección, por el punto **O**.

Sea, pues, una cara parametral que corta a los tres ejes de coordenadas, cortes que en la notación de Miller están representados por los símbolos (q r s). Al imprimir una rotación de 90° en torno del eje cuaternario - éste coincide con el eje de las **Z** -, la nueva faceta va a ocupar la posición 2.^a Según Miller la notación de la nueva faceta será

$$2^a \quad (r \bar{q} s)$$

Tras dos giros sucesivos, también de ángulo de 90° de rotación, en torno del eje de las **Z**, obtendremos nuevas intersecciones y nuevas facetas.

$$\begin{array}{l} \text{Estas serán} \\ 3^a \quad (\bar{q} \bar{r} s) \\ 4^a \quad (\bar{r} q s) \end{array}$$

Para encontrar las otras cuatro, vamos a utilizar la simetría de los 4 ejes binarios ox, oy, ox', oy', haciendo girar en torno de ellos la faceta (q r s). El resultado de estas operaciones de simetría será la reproducción de otras cuatro las que sumadas a las precedentes darán un hemi-poliedro. Sería de creer que, al tomar otra faceta, por ejemplo (r q s) como punto de partida, y al hacer con ella las operaciones de simetría enunciadas, se va a topar con resultados diversos, es decir, con cuatro facetas diferentes de las encontradas; mas no es así. Cualquiera que sea la faceta escogida, de las cuatro primeras, para las operaciones de simetría, se obtendrá un resultado concordante. Las otras cuatro caras así producidas son:

$$5^a \quad (q \bar{r} \bar{s}) ; 6^a \quad (\bar{q} r \bar{s}) ; 7^a \quad (\bar{r} \bar{q} \bar{s}) ; 8^a \quad (r q \bar{s})$$

La intervención del tercer elemento de simetría, el centro C, va a dar 8 facetas simétricas de las primeras y crear así el segundo hemisferio. Para ello bastará cambiar *simultáneamente* el signo de las notaciones de las 8 primeras caras.

Vamos ahora a discutir el caso de las características de algunas formas particulares.

FORMAS PARALELAS

1^o. *Al eje cuaternario*.--Siendo las facetas paralelas al eje **C** (λ_4), los polos de ellas tienen que hallarse proyectados en

la circunferencia de base o círculo fundamental. La forma así engendrada es un prisma octogonal indefinido (sin base) y cuya notación es

$$(q r O)$$

2^o. *A los ejes binarios de 1a. especie*.--Los polos de esta forma se hallan en estos mismos ejes **L**₂. Dos caras simétricas con respecto a uno de estos ejes, por ejemplo (q r s) y ($\bar{q} r \bar{s}$), se han confundido en una sola, la que tiene por símbolo (O r s) paralela al eje de las **X**.

El poliedro proveniente de estas condiciones de construcción es una doble pirámide cuadrangular que se apellida *octaedro cuadrático*.

En el caso concreto, cuando se realice la condición

$$r = s = 1$$

tendríamos (O 1 1) que es la notación de la *proto pirámide fundamental*. (*)

3^o. *A los ejes binarios de 2a. especie*.--Los polos de esta forma se hallan en **L**₂ circunstancia que viene a reducir, también aquí, a 8 el número de las facetas del poliedro. Las intersecciones con ox y oy son iguales

$$q = r$$

El símbolo de tal forma es (r r s).

Si r = s, la forma obtenida tiene por símbolo concreto (1 1 1): es la *deuteropirámide fundamental*.

FORMAS NORMALES

1^o. *Al eje cuaternario*.--El polo se proyecta en el centro **O** del círculo fundamental. La designación de tal forma es (Fig. 129)

$$(p = 0 0 1)$$

2^o. *A los ejes L*₂.--Es un prisma de primera especie, caso límite de la proto pirámide.

Notación $m = (1 0 0)$ (Figuras 130, 131).

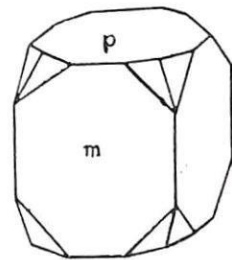


FIG. 129 El dicoctaedro, forma oblicua general, con el prisma **m** (100), y la base **p** (001).

(*) En las figuras 130 y 131 damos el dibujo de los octaedros cuadráticos combinados con el prisma m.

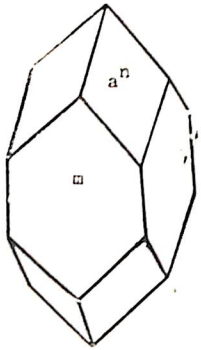


FIG. 131 Octaedro cuadrático de segunda especie a^1 (111) combinado con el prisma m

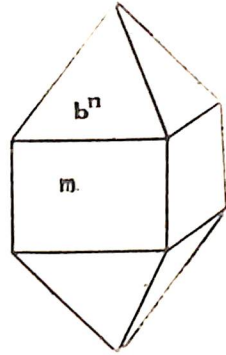


FIG. 132 Octaedro de primera especie b^2 (012) combinado con el prisma m (100)

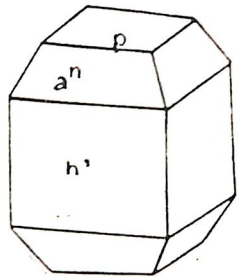


FIG. 133 Octaedro de segunda especie combinado con la cara h' (110).

3^o. A los ejes L_2 . - Es el caso límite de la déuteropirámide.

La notación de esta forma es $h' = (110)$. (Fig. 132).

De la figura 129 a la 135 ofrecemos algunas combinaciones de estas formas.

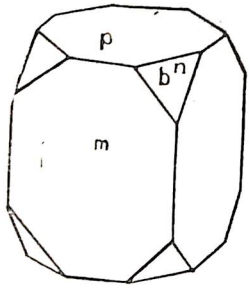


FIG. 134 Octaedro cuadrático de primera especie combinado con la faceta h' y la base p

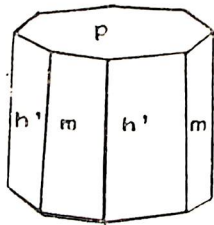


FIG. 135 Combinación de los dos prismas cuadráticos m y h' .

FORMAS MERIEDRICAS DEL SISTEMA CUATERNARIO

I. Hemiedría holoáxica. Los elementos de simetría que subsisten en esta meriedría son

$\lambda_4, 2L_2, 2L'_2$
Desaparecen... $\pi, 2P, 2P'$ y C

La subsistencia del eje cuaternario exige la de las caras $1^a, 2^a, 3^a$ y 4^a (Fig. 136) en el hemisferio boreal. La carencia del centro C y del plano de simetría π pide que ninguna de ellas se reproduzca en el hemisferio austral. De igual modo la carencia de planos de simetría P y P' va a repercutir con la supresión de las caras $5^a, 6^a, 7^a$ y 8^a del hemisferio boreal.

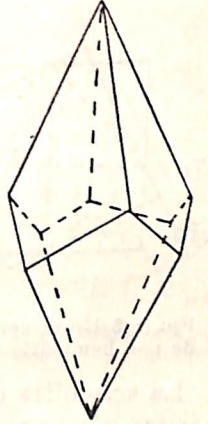


FIG. 136 Hemiedría holoáxica cuadrática: el trapezoedro cuadrático o tetragonal

Veamos ahora cuáles facetas deben subsistir en el hemi-poliedro austral. Hagamos funcionar, por ejemplo, el eje binario L_2 en torno del cual gira la faceta (qrs) . La cara reproducida en el hemisferio austral será la faceta $(rq\bar{s})$, siendo \bar{s} la característica del polo austral. Las caras que van a desarrollarse en esta zona serán por lo tanto las siguientes: $(rq\bar{s}), (q\bar{r}\bar{s}), (\bar{r}\bar{q}\bar{s}), (\bar{q}\bar{r}\bar{s})$. Tendremos así, como resultado del juego de estos elementos de simetría un poliedro de ocho caras, bipiramidado, y en el cual las cuatro caras del

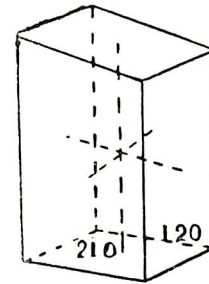


FIG. 137 A Parahemiedría tetragonal o cuadrática. En ella subsisten el eje cuaternario el plano π de simetría y el centro

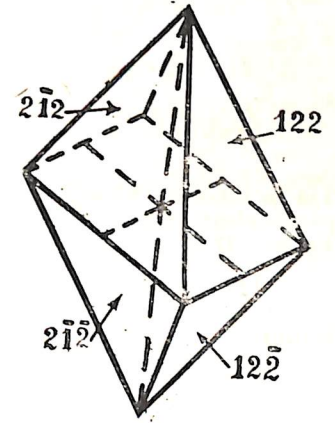


FIG. 137 B Parahemiedría tetragonal. Otro ejemplo de esta meriedría.

hemi poliedro boreal van a cortarse con las otras cuatro del hemi-poliedro austral formando un octógono *gauso* (*) (fig. 136).

II. *Parahemiedría*.—Elementos de simetría subsistentes aquí

$$\lambda_4, \pi, C$$

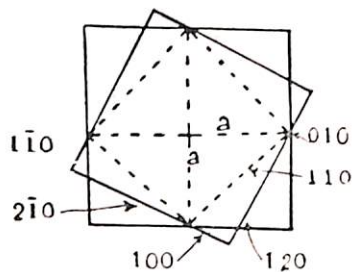


FIG. 138 Un tercer ejemplo de parahemiedría cuadrática

El dioctaedro se transforma en una doble pirámide cuadrática, de base cuadrada y cuyos lados no tienen relación alguna con los ejes binarios.

Las figuras 137 A, 137 B, 138 nos dan una idea expresada gráficamente de esta meriedría.

La scheelita (WO_4Ca) y la meionita (del grupo de las werneritas o escapolitas) (Figs. 139 y 140), cristalizan según estas formas:

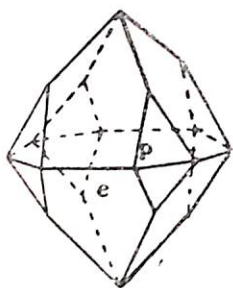


FIG. 139 La scheelita. Ejemplo de parahemiedría tetragonal. Formas: **p** (111), **e** (101)

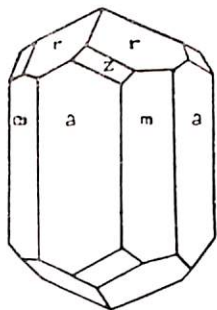


FIG. 140 La meionita. Formas: **r** (111), **z** (311), **a** (100)

III. *Antihemiedría*.

Elementos de simetría

$$\lambda_4, 2P, 2P'$$

Careciendo estas formas de plano π principal, tienen que ser *hemimórficas*: las formas que obedecerán a esta meriedría

(*) Traducimos así el adjetivo francés *gauche*.

son los hemioctaedros y los hemidioctaedros. Y como hay dos especies de octaedros; y por otra parte, aunque *geoméricamente* una forma hemimórfica (la boreal) no difiera de la segunda (austral), sí la hay en la estructura molecular, la antihemiedría nos dará *seis formas diferentes* las unas de las otras (Véanse las Figs. 141, 142, 143).

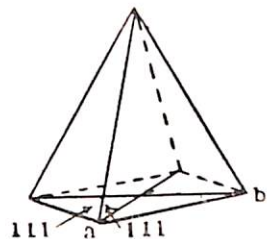


FIG. 141 Antihemiedría cuadrática. 1er. ejemplo

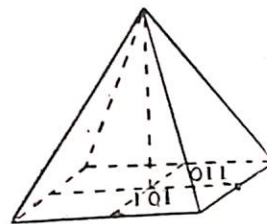


FIG. 142 Antihemiedría cuadrática. 2º ejemplo

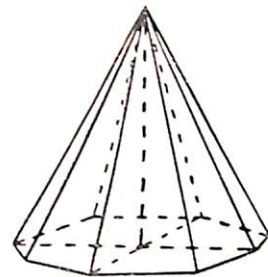


FIG. 143 Antihemiedría cuadrática. 3er. ejemplo

IV. *Tetartoedría*.

Símbo'o λ_4

Esta meriedría podría deducirse tanto de la antihemiedría en la que se hubiesen suprimido los planos P y P'; como también de la parahemiedría al suprimir en ésta el plano π y el centro C. También aquí las formas que obedecen a la *tetartoedría* son *hemimórficas*.

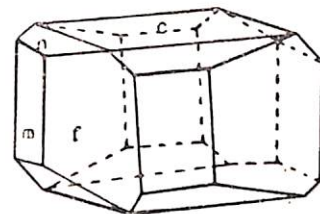


FIG. 144 La wulfenita. Ejemplo de tetartoedría cuadrática. **m** (111), **c** (001), **f** (230), **m** (110)

La wulfenita ($PbMoO_4$) puede citarse como ilustración de esta meriedría (Véase la Fig. 144).

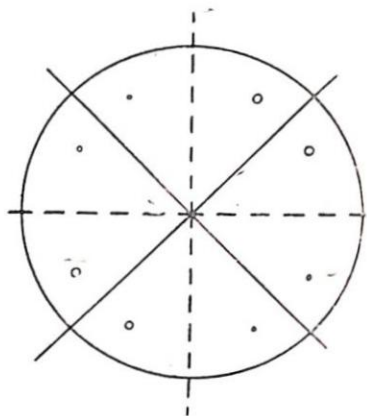
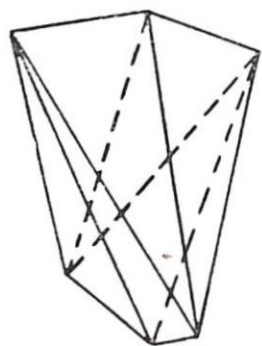
V. *Antihemiedría esenoédrica*.

Los elementos de simetría de esta meriedría pueden pertenecer a uno de los siguientes grupos.

$$\begin{aligned} \text{a), } & \lambda_2, 2L_2, 2P' \\ \text{b), } & \lambda_2, 2L'_2, 2P \end{aligned}$$

En lo que se refiere a la supresión de la mitad de las caras de la forma general u oblicua (dioctaedro) uno u otro grupo tienen los mismos efectos.

El poliedro que va a nacer del dioctaedro, obedeciendo a



estas condiciones, está compuesto por 8 facetas y se apellida *escalenoe-dro tetragonal* o cuadrático (*). En la (Fig. 145 y 146) ofrecemos la representación y proyección estereográfica de este poliedro es-fenoédrico.

Figs. 145, 146 Escalenoedro tetragonal denominado también *diesfenoedro*. Ejemplo de antihemiedría cuadrática.

Del octaedro, por su parte, van a proceder dos *esfenoedros* o tetraedros irregulares.

Cristalizan según esta simetría la calcopirita, el cianuro mercúrico y el yoduro de tetretil-ammonio (Figs. 147, 148).

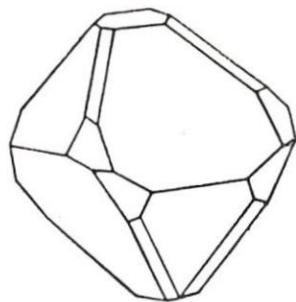
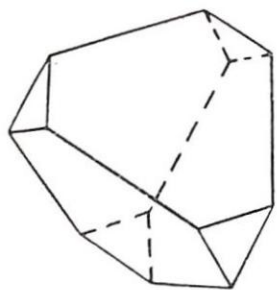


Fig. 147 Un cristal de calcopirita cuando cristaliza en el sistema tetragonal. Esta forma difiere muy poco de la simetría cúbica, sistema en el cual cristaliza regularmente la calcopirita.

Fig. 148 Otra forma de cristalización de la calcopirita.

VI. *Tetartoedría esfenoédrica*.—Símbolo de simetría: λ_2

Puede proceder del dioctaedro (qrs) tomando de él sólo la cuarta parte de las caras. Según ello habrá *cuatro maneras* de presentarse la tetartoedría esfenoédrica, las que, tomadas en

(*) Se le denomina también diesfenoedro.

conjunto, abrazarán el total de las caras del dioctaedro. Las otras formas a las cuales puede afectar esta meriedría son: el prisma (q r O), el octaedro (1 1 1); el octaedro (1 0 1).

Un ejemplo de esta meriedría es un sílico-aluminato de calcio (2 Ca O, Al₂ O₃, Si O₂).

B SISTEMA ORTORRÓMBICO

Según ya vimos en páginas anteriores, los elementos de simetría de este sistema son los siguientes: (pág 28)

$$L_2, L'_2, L''_2, C, P, P', P''$$

Posee tres ejes binarios localizados, de dos en dos, en tres planos de simetría, y el centro.

Para encontrar el núcleo de tal sistema, en el plano del dibujo, tomamos dos ejes binarios, por ejemplo, L_2 y L'_2 que hacemos coincidir con los dos ejes de referencia ox, oy, que se cortan en O. El punto O debe ser necesariamente un nudo del sistema.

Sea N otro nudo de él. Sobre la posición de N con respecto a los ejes cabe una disyuntiva: a) o bien N se halla en uno de los ejes binarios; b) o bien se encuentra fuera de ellos.

a) En la fig. 149 concretamos la primera posibilidad. Tanto la presencia del eje binario L'_2 como del plano P de simetría, exigen que a la distancia ON₁ igual a ON se halle otro nudo del sistema. Si M es otro nudo, próximo a O, que se halla en el eje L_2 , las leyes de simetría conocidas exigirán la presencia del simétrico M₁ a la distancia

$$OM_1 = OM$$

en el mismo eje L_2 . La figura construida nos muestra que la malla del sistema será un paralelogramo romboidal centrado.

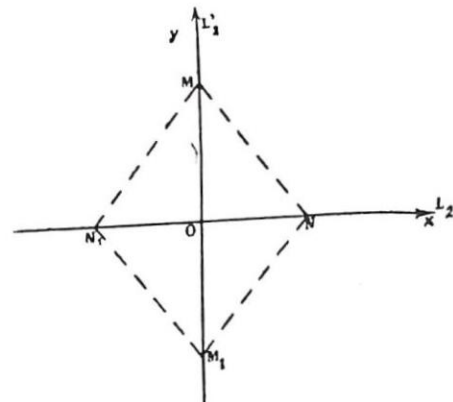


Fig. 149 Posición de dos ejes binarios y de un nudo en O el sistema ortorrómbico.

b) Sea N_1 el nudo más próximo a O , fuera de los ej. s. La presencia de L_2 y L_2' va a exigir la reproducción en N_2, N_3, N_4 del nudo N_1 y de tal modo que se realicen la condición (fig 150)

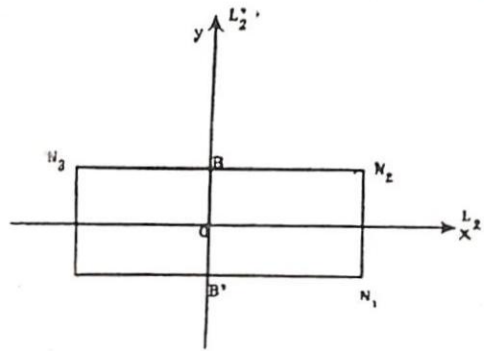


FIG. 150 La malla del sistema ortorrómbico es un rectángulo centrado

$$B'N_1 = B'N_4 = BN_2 = BN_3$$

En el caso actual la malla del sistema es un rectángulo centrado.

Al discutir más a fondo la cuestión, examinando la posición posible de los nudos en los planos limítrofes y las proyecciones de esos nudos en la malla que representamos, llegamos a la conclusión de que son cuatro los núcleos posibles: 1º núcleo hexaedral rectangular; 2º núcleo hexaedral rómbico, 3º núcleo octaedral rectangular; 4º núcleo octaedral rómbico.

LA FORMA GENERAL OBLICUA

Por lo discutido en capítulos anteriores, sabemos cómo podemos descubrir el número máximo de caras de un sistema. La fórmula general aplicada al sistema ortorrómbico o terbinario nos da

$$2(1 + 3) = 8$$

que es el máximo de facetas que puede poseer la forma general de este sistema.

Sea, pues, la cara parametral ABC que corta a los ejes de referencia o x, o y, o z -ejes que coincidirán con los binarios del sistema-

La notación de Miller para la tal faceta será (fig. 151)

$$\frac{1}{a} = q : \frac{1}{b} = r ; \frac{1}{c} = s$$

siendo OA = a ; OB = b ; OC = c

La designaremos con el símbolo (q r s). Poniendo en juego la simetría de los ejes binarios, la cara parametral va a dar origen a otras tres.

Son por su orden: (Fig. 152)

- 1º (q r s)
- 2º (q \bar{r} \bar{s})
- 3º (\bar{q} r \bar{s})
- 4º (\bar{q} \bar{r} s)

Si ahora interviene el tercer eje binario de simetría, él nos va a dar una faceta más. Una rotación de 180º trasladará A a A', B a B', quedando C invariable. La notación de la nueva faceta es

$$5º (\bar{q} \bar{r} s)$$

La intervención del centro C nos va a dar las tres restantes:

- 6º (q r \bar{s})
- 7º (\bar{q} r s)
- 8º (q \bar{r} s)

El poliedro representante de la forma oblicua general, en este sistema, es un octaedro rómbico irregular.

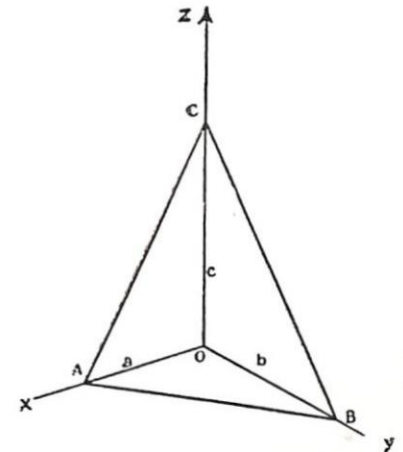


FIG. 151 La cara parametral en el sistema ortorrómbico

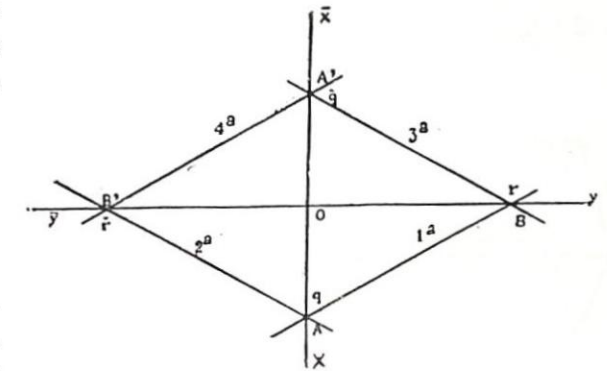


FIG. 152 Génesis de las caras de la forma oblicua en este sistema con la intervención de la cara parametral y los elementos de simetría propios del sistema.

FORMAS PARTICULARES

I. PARALELAS

a) Al eje vertical c (o z). Los cortes en los ejes o x, o y son cualesquiera q, r; mas el corte al eje o x es al infinito ($\frac{1}{0} = \infty$). Esta forma particular tendrá la notación

(q r o)

El poliedro que responde a las condiciones expuestas en un *prisma de base romboidal*.

b) *Al eje binario ox.* -Se traducirá esta forma mediante cuatro troncaduras, dos en el hemisferio norte y dos en el hemisferio sur tal como se ve en la (Fig. 153). La notación de esta forma es

(o r s)

El dibujo ostenta la forma (o i r)

c) *Al eje binario oy.* La forma que resulte de esta construcción llevará por símbolo

(q o s)

En el dibujo la forma concreta es (i o i). Las formas b) y c) que re-

FIG. 153 Formas particulares. Forma paralela al eje binario ox. Notación de esta forma: (o r s)

producimos en las figuras 154 y 155 se denominan *domos*; la segunda *braquidomo* y la primera *macrodomo*

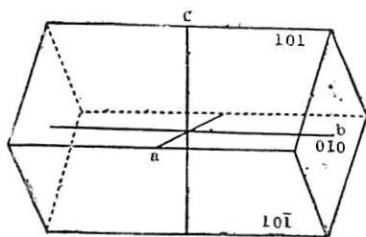


FIG. 154 El braquidomo del sistema ortorrómbico

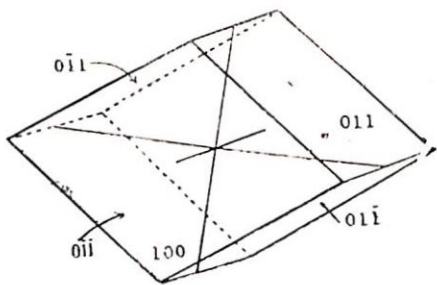


FIG 155. El braquidomo del mismo sistema

II. NORMALES

No necesitamos analizar en detalle los casos particulares. Si la cara parametral es *normal* al eje de ox, su notación será (o o i); tal faceta será paralela al plano de los ejes de referencia ox oy. La simétrica de ella con respecto al centro es (o o i-bar). A estas caras se las apellida *bases*.

Si la cara parametral es *normal* a ox, tendrá por notación (i o o). (fig. 155). A esta cara se conoce con el nombre de *braquipinacoides*. Si en cambio es normal a oy, la faceta tiene por notación (o i o). Se la denomina *macropinacoides* (fig. 154). Como se ve inmediatamente estas tres formas constituyen un prisma rectangular.

MERIEDRIAS DEL SISTEMA TETRAGONAL

I. HEMIEDRIA HOLOAXICA.

Elementos de simetría de esta forma

L_2, L'_2, L''_2

Esta meriedría no tiene efecto alguno ni en los prismas, ni en los domos, ni en las pinacoides, ni en la base, pues, tales formas pueden surgir con la intervención de sólo los ejes binarios. En cambio, se deja sentir en los octaedros los que, gracias a la carencia de los planos de simetría P, P', P'', van a degenerar en poliedros esenoédricos (*esenoedros rómbicos*) (Fig. 156).

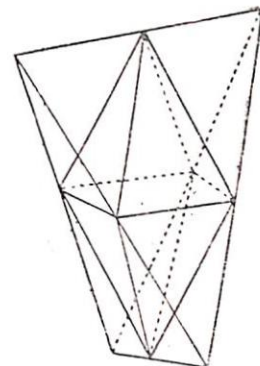


FIG. 156 El esenoedro rrómbico

Obedece a las condiciones de esta meriedría el sulfato hidratado de magnesia

(SO₄ Mg. 7H₂ O)

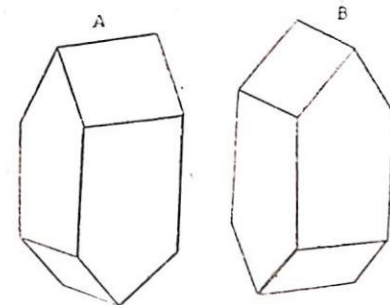
llamado epsomita. (Figs. 157, 158)

II.—ANTIHEMIEDRIA.

Sus elementos de simetría son

L_2, P', P''

y no pueden ser otros. Si, por ejemplo, admitiéramos la presencia complementaria de L'_2 , éste con el eje binario ya existente, exigiría la intervención obligatoria de L''_2 . Si admitiéramos que existen los tres planos P de simetría, sería forzoso admitir el centro y todos los ejes binarios. Si por el contrario dejamos solamente un eje L_2 y un plano P de simetría, esta meriedría recaería en los elementos del sistema monoclinico.



FIGS. 157 y 158 La epsomita (sulfato hidratado de magnesia). Ejemplo de hemiedría holoaxica del sistema ortorrómbico

Tomemos, pues, el eje existente L_2 como eje oz de referencia. Los prismas que son paralelos a este eje quedarán inmutados en la antihemiedría. En cambio tal meriedría afectará a todas las demás y tendremos así, merced a la supresión del plano π , cristales hemimórficos con terminaciones diferentes.

La calamina (Fig. 159) y el topacio (Fig. 160) cristalizan según esta meriedría.

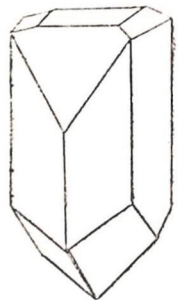


FIG. 159 La calamina (hidrosilicato de zinc). Ejemplo de antihemiedría ortorrómbica

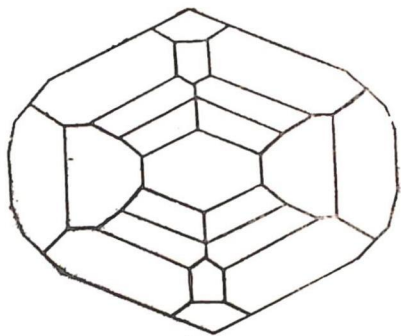


FIG. 160 El topacio, Antihemiedría ortorrómbica

C. EL SISTEMA MONOCLINICO

Los elementos de simetría del sistema monoclinico son:

$L_2, C, P.$

Núcleo del sistema.— N_1, N_2, N_3 son tres puntos del sistema reticular situados en el plano del dibujo (Fig. 161). Necesariamente existirá otro nudo N_4 en el otro vértice del paralelogramo de lados $N_1 N_2, N_2 N_4, N_4 N_3, N_3 N_1$.

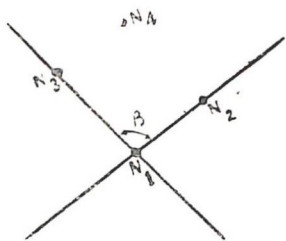


FIG. 161 La malla cristalina en el sistema monoclinico

Sabemos que, al tomar a la malla como plano P de simetría, por cada uno de los nudos puede pasar el eje de simetría binario L_2 (Véase pág. 21)

Escojamos el nudo N_1 . Una rotación de 180° de la malla llevará N_3 a coincidencia con N_2 , y N_2 a coincidir con N_4 . El eje L_2 será normal a las filas $N_2 N_4, N_3 N_1$; pero estas hileras podrán hacer entre sí un ángulo β cualquiera (Fig. 162).

Si una malla limítrofe $L'_2 L_2, L'_3 L_3$ es tal que sus nudos se proyectan en los nudos de la malla, el núcleo podrá ser

o bien un paralelepípedo con un paralelogramo $M'_3 M_3 L'_3 L_3$ de base; o bien otro paralelepípedo de base romboidal $R_2 R'_2 B B'$. Puede igualmente ser un octaedro irregular el núcleo del sistema como lo muestra la figura 163.

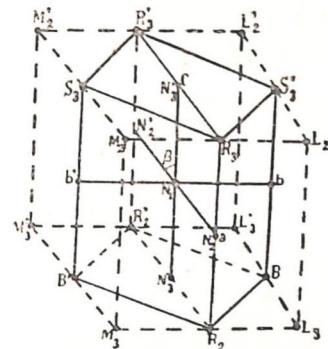


FIG. 162 El paralelepípedo monoclinico, núcleo del sistema

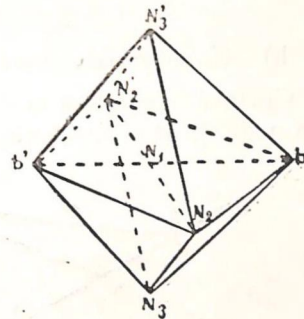


FIG. 163 El octaedro irregular monoclinico, otro núcleo del sistema

En la figura 162 representamos el plano de simetría P en el plano $R_2 R'_2 R_3 R'_3$. El eje binario L_2 coincide con el eje cristalográfico $b' b$. El prisma de base $R_2 R'_2 B B'$ tiene por símbolos según Miller $(110), (\bar{1}\bar{1}0), (001)$

LA FORMA GENERAL

Si nos atenemos a la fórmula general que nos da el máximo posible de caras de un sistema, obtendríamos para el sistema binario o monoclinico

$$2(1 + 1) = 4$$

Lo cual quiere decir: si en el plano del dibujo representamos a los ejes $O X$ y $O Z$, y perpendicularmente a ellos al eje binario $o y$; si llamamos (qrs) a la cara parametral, la forma general constaría de las siguientes facetas (Fig. 164 B).

- $1^\circ (qrs)$; $2^\circ (\bar{q}\bar{r}\bar{s})$;
- $3^\circ (q\bar{r}s)$; $4^\circ (\bar{q}rs)$;

y como este poliedro *no es un tetraedro*, tendríamos aquí un poliedro *abierto*.

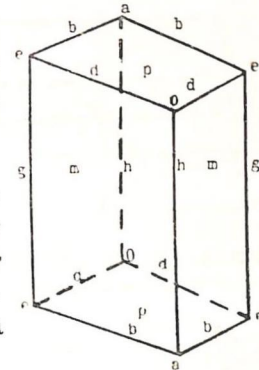


FIG. 164 A Designación de las facetas y ángulos diedros del paralelepípedo fundamental con los símbolos de Levy

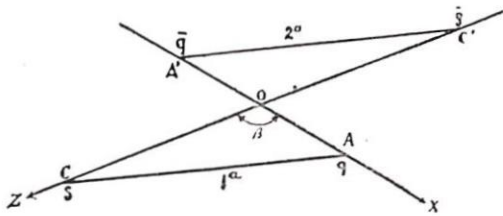
FORMAS PARTICULARES

a) *Cara parametral paralela al plano P de simetría.*

Las intersecciones de esta cara con los ejes **b** y **c** serían al infinito. La notación de esta forma será por lo tanto
(100)

b) *Cara parametral paralela al eje c*

Cortará al eje **a** a la distancia **n a** y al eje **b** a la distancia **m b** y al eje **c** al infinito; tal forma podría ser paralela a la



faceta (a, b, ∞), si $m \cong n$. Como los parámetros son valores unitarios y como lo que prima en cristalografía es la *dirección*, tal forma podría ser caracterizada por la notación (110) como caso particular.

Esta forma es idéntica a la cara **m** (Fig. 164 A)

FIG. 164 B. Génesis de la forma general de este sistema.

del paralelepípedo nuclear.

c) *Cara parametral paralela al eje b.*

Una faceta de esta condición cortará al eje **c** a una distancia **n c**; al eje **a** a la distancia **m a**; al eje **b** al infinito. Esta forma podría ser paralela a (a, ∞, c), siempre que $n = m$, y en tal caso, según la notación de Miller, tendría las características (Fig. 165)

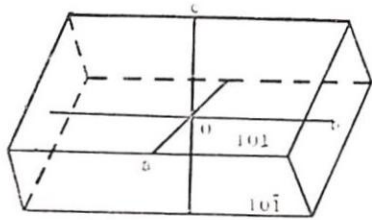


FIG. 165 Forma particular: cara parametral paralela al eje binario

(101)

d) *Cara parametral paralela al plano de los ejes a y c.*

Cortará a **b** a la distancia **n b**; a los ejes **a** y **c** al infinito. Tal faceta será paralela al plano caracterizado por (010). Diremos pues, que la tal faceta es

(010)

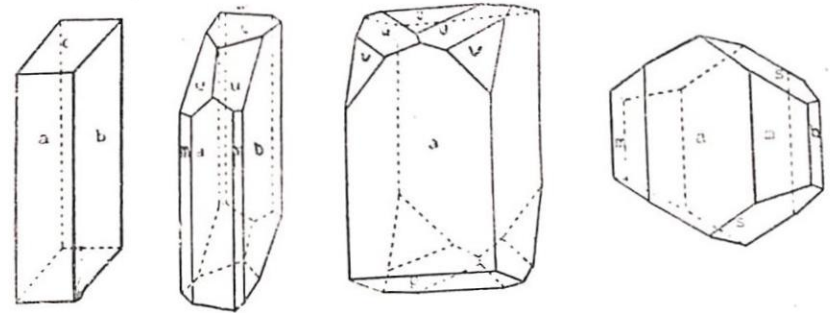
DENOMINACIONES.—A las formas paralelas al eje **a** no perpendicular a **c**, y que cortan a los otros dos ejes a una distancia **k b** y **l c**, y cuyo símbolo sería según Miller
(ors)

siendo $r = \frac{1}{k}$; $s = \frac{1}{l}$; se las apellida *clinodomas*. Ejemplos de estas formas: (011) ; (021)... etc.

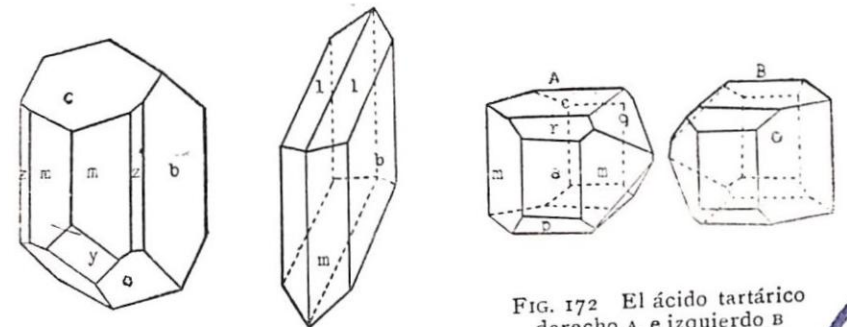
A la cara (100) se le apellida *ortopinacoide*; a la cara (001) *pinacoide basal* a la cara (010) *clinopinacoide*.

A las caras (qos), por ejemplo (101) se les conoce con el nombre de *ortodomas*.

De la figura 166 a la 171 damos ejemplos de minerales que cristalizan en este sistema, piróxenos, feldespatos, epidotos y el yeso.



FIGS. 166 167 168 169
Diversas formas de cristalización del piróxeno monoclinico (augita). **c** (cor); **a** (100); **b** (010); **u** (111); **m** (110); **v** (221); **s** (111); **z** (130); **o** (111); **p** (101).



170 El feldespato ortosa 171 El yeso

FIG. 172 El ácido tartárico derecho A, e izquierdo B



MERIEDRIAS DEL SISTEMA BINARIO

a) Hemiedría holoáxica.

Símbolo L_2

La forma general se reduce, como traducción de esta meriedría, a dos caras casi siempre no paralelas. La hemiedría holoáxica presenta dos ejemplares enantiomorfos, como las dos figuras 172 A y B, de ácido tartárico dextrorso y sinistrorso.

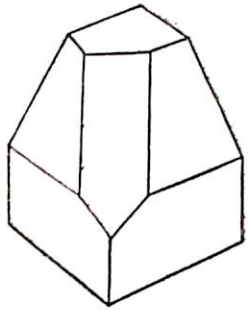


FIG. 173 La escolecita, (silicato hidratado de alúmina). Forma antiemidrica del sistema binario.

Simetría rara en los minerales. es muy frecuente en los compuestos orgánicos.

b) Antihemiedría.

Símbolo P

Conserva sólo el plano de simetría. Las caras se reducen a dos planos simétricos con respecto a P y que pueden ser no paralelos.

A esta meriedría obedece la escolecita. Muchos compuestos orgánicos cristalizan en esta meriedría. (Véase fig. 173).

D. EL SISTEMA TRICLINICO O ASIMETRICO

En el sistema asimétrico no existe otro elemento de simetría sino el centro C. Mal se puede hablar aquí del núcleo del sistema. Tomamos, no obstante, como forma fundamental o de referencia un paralelepípedo en el cual sus ocho vértices sean simétricos, de dos en dos, con respecto al centro C, estando cada par de ellos colocados a los extremos de una misma diagonal.

Cada forma estará así integrada por dos caras simétricas con respecto al centro C. También en este sistema designaremos con el grupo de letras (qrs) la notación de la forma general.

Designación de las formas particulares.

- (100) macropinacoide
- (010) braquipinacoide
- (001) pinacoide basal
- (qro) prismas
- (qos) macrodomos
- (ors) braquidomos
- (qrs) pirámides

Los ejes se hallan orientados de la siguiente manera:

El eje **c** es vertical; el segundo eje **a** se halla en el plano inclinado hacia el observador y que va de adelante hacia atrás, el último es el eje **b**.

Los ángulos designados con las letras griegas α, β, γ , se hallan formados de este modo:

$$\alpha = \angle (b, c)$$

$$\beta = \angle (a, c) \text{ (Fig. 174)}$$

$$\gamma = \angle (a, b)$$

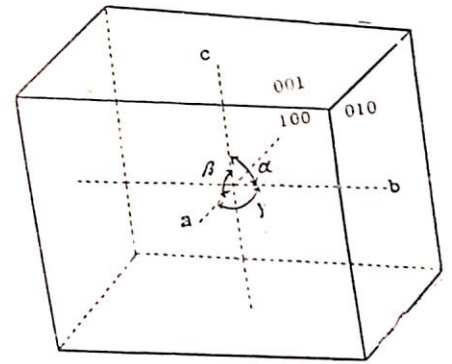


FIG. 174 El paralelepípedo fundamental del sistema triclínico o asimétrico.

Una forma cualquiera no podrá ser determinada mientras no se sepa: a) el valor de los ángulos α, β, γ ; b) las relaciones **a:b**; **b:c** de los ejes. Por donde se verá que son necesarios cinco datos.

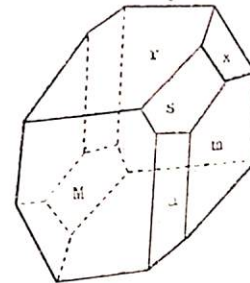


FIG. 175 La axinita, borosilicato de aluminio y de calcio, **a** (100), **s** (201), **r** (111), **x** (111), **m** (110).

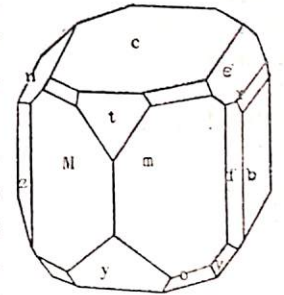


FIG. 176 El feldespato plagioclasa anortita, **c** (001), **e** (021), **t** (207), **m** (110), **e** (021), la faceta entre **c, m, t, e** (111), **f** (130), **r** (061)

Ponemos a la axinita (Fig. 175) y a la anortita (Fig. 176) como ejemplos de esta simetría.

Hemiedría.

Símbolo oC

Todas las fórmulas se reducen a un solo plano (monoedro). Se cita como ejemplo de la hemiedría triclínica, entre otros, al bicromato de potasio ($Cr_2O_7K_2$) (Fig. 177).

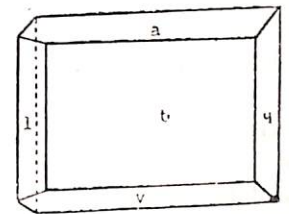


FIG. 177 Ejemplo de meriedría triclínica, el bicromato potásico.

CAPITULO UNDECIMO

LAS AGRUPACIONES CRISTALINAS O MACLAS

Las partes componentes de un cristal *maclado* (*) se relacionan entre sí *geométricamente* como si una de ellas hubiese derivado de la otra por *reflexión* en un plano común a las dos; o como si la una procediese de la otra en virtud de una rotación de 180° al rededor de un eje también común a las dos; o finalmente como si la derivación hubiese tenido lugar simultáneamente con intervención del plano de reflexión y del eje de rotación. Se los denomina *plano de macla* y *eje de macla*; uno y otro guardan relaciones sencillas y simples con los ejes del cristal. Y si alguna vez no o-tentan relaciones sencillas, las tienen en cambio con otros ejes y planos.

LEYES DE LAS MACLAS.

1º. Ningún plano de simetría del cristal simple puede llegar a ser plano de macla en el cristal compuesto.

2º. De igual suerte, un eje de simetría del cristal simple, perteneciente a un sistema monoclinico, cuadrático o hexagonal, no puede llegar a ser un eje de macla en el cristal agregado de la misma singonía. Un plano, empero, o eje de una simetría más elevada, puede tornarse plano o eje de macla de un cristal que pertenezca a la misma singonía siempre que sea de una simetría menos rica.

Debido a ello, un *cristal maclado* es susceptible de una simetría más alta que la de sus componentes o agregados. Los cristales maclados de todos los sistemas que poseen un centro de simetría, tendrán a la vez un plano de macla y un eje de macla

(*) Confer "A Textbook of Mineralogy, etc. by Edward Salisbury Dana, fourth edition enlarged by William E. Ford-New-York, John Wiley & Sons-1932

normal al plano. En aquellos en los que falta el centro de simetría, el plano o el eje de macla pueden presentarse independientemente

Damos dos ejemplos para ilustrar lo dicho.

a) En el octaedro del sistema cúbico, el plano *a b c d e f* (Fig. 178), paralelo a dos caras (*a 111* y *a $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$*) es el plano de macla. Tal plano en la macla es un plano de simetría por reflexión. Púedese considerar esta macla como engendrada por el giro de 180° de la mitad del octaedro en torno de un eje perpendicular a dos caras del octaedro. Como el cristal primitivo tiene un centro de simetría, el cristal maclado tiene a la vez eje y plano de macla perpendiculares entre sí. Un plano de macla es paralelo a una cara posible (Véase ley de Weiss p. 38) de la especie y casi siempre de una de las formas más frecuentes y fundamentales. Las excepciones son raras. La fig. 179 nos ofrece la macla engendrada en virtud de esta ley.

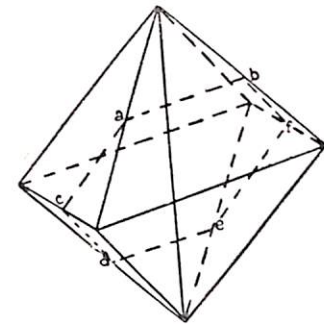


FIG. 178 El octaedro del sistema regular con el plano de macla *a, b, c, d, e, f*

b) Los cristales de cuarzo son enantioforfos y son unos dextrogiros y otros levogiros (figs. 120 y 121). Carecen de plano y centro de simetría. La ley de las maclas va a traducirse en un plano de reflexión como lo muestra la fig. central.

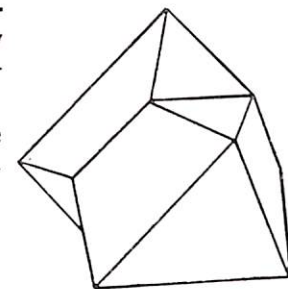


FIG. 179 El cristal maclado proveniente de la rotación de una parte de él al rededor del eje de macla.

EL PLANO DE COMPOSICION.

Al plano que sirve de unión y contacto a dos cristales invertidos se le ha puesto el nombre de *plano de composición*. Este plano y el de macla coinciden a menudo. Una prueba de ello encontramos en las (Figs. 178 y 179) del octaedro; en él ambos planos son idénticos.

Cuando no coinciden los dos planos, se hallan generalmente normales entre sí; siendo así el plano de composición parale-

lo al eje de revolución. Las micas ofrecen un ejemplo de plano de composición del cristal agrupado que hace ángulo recto

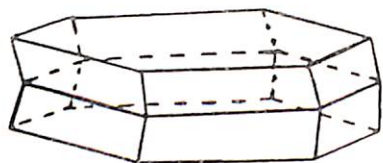


FIG. 180 La macla de la mica

con el plano de macla. La (Fig. 180) representa una macla de mica en la cual la base (001), es el plano de composición, cuando el plano teórico de macla debería ser (110).

Maclas de compenetración.

En los ejemplares ofrecidos por la naturaleza, no hay la uniformidad regular que exige la teoría. Rara vez los cristales agrupados guardan las leyes de la simetría para las maclas; pues, mientras el uno es bien desarrollado, el cristal inverso no tiene sino un desenvolvimiento atrofiado.

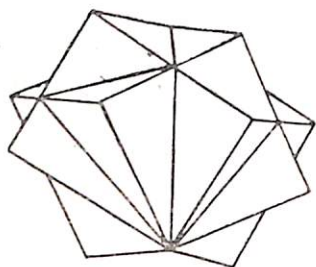


FIG. 181 Macla de compenetración: la fluorita

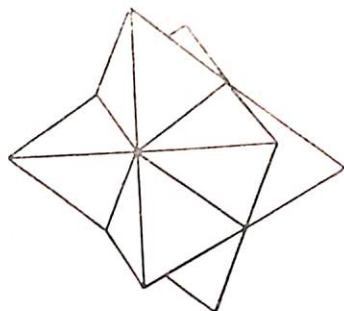


FIG. 182 Macla de compenetración: la tetraedrita

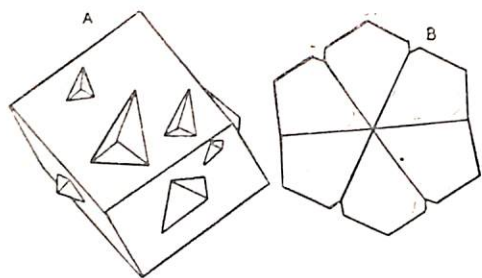


FIG. 183 A Macla de compenetración: la cabacita

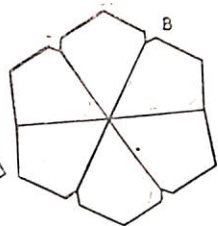


FIG. 183 B La aragonita

La maclas de compenetración están formadas por dos o más ejemplares que se han compenetrado y se han desarrollado así entrecruzados. Véanse en las (Figs. 181, 182 y 183 A

Maclas polisintéticas.

La agrupación de laminillas excesivamente delgadas de cristales inversos,

en posición paralela unas de otras, dando así origen a estrías o líneas paralelas en una cara de clivage, es lo que se llama macla polisintética. Fenómeno ordinario es éste en los feldspatos triclinicos, según la cara $p = (001)$ y $g' = (010)$. También los piróxenos, la magnetita, la barita, etc. ofrecen maclas polisintéticas. (Véase la fig. 198).

Maclas repetidas.

Otra manera de maclarse adoptan varios cristales cuando, invertidos y unidos entre sí, no paralelamente, forman la macla o agrupación. Los diferentes ejes de macla pueden hallarse en zona, o bien estar inclinados los unos con respecto a los otros. Las maclas de la aragonita (Fig. 183 B) son una ilustración del primer caso; y las de la estauroлита (Fig. 184) del segundo. En ambos casos la repetición de las maclas tiende a producir formas circulares cuando el ángulo de rotación es una parte a ícuota de 360° (más o menos), para pasar de un cristal a su gemelo. Se conocen maclas de tres gemelos, como el crisoberilo (Fig. 185), de cinco en los octaedros de oro y en los de la espínela; de ocho en el rutilo.

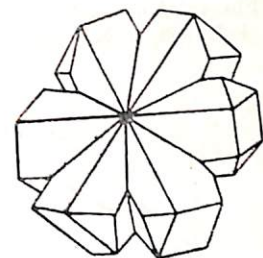


FIG. 184 La estauroлита

Las maclas repetidas dan la apariencia de una simetría más elevada que la prevista por la teoría para los cristales simples.

Por esta razón, al hablar de algunos minerales como de la aragonita que nos ofrece una sección hexagonal en la base, de la filipsita con sus múltiples maclas de cristales monoclinicos que dan la impresión de un dodecaedro del sistema cúbico, diremos que se trata de una *seudo simetría*.

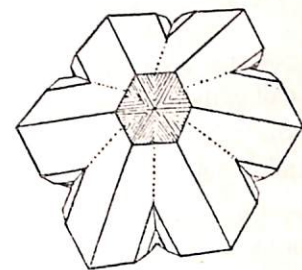


FIG. 185 El crisoberilo

EJEMPLOS PARTICULARES DE MACLAS.

1.º En el sistema cúbico.

Las maclas de la clase normal de este sistema son de una

sola especie: el plano de la macla es paralelo a una faceta del octaedro, el cual coincide a menudo con el plano de composición. En el grupo de las *espinelas* es común esta clase de macias. En la (Fig. 186) vemos una macla engendrada por un cubo. Cuando el plano de macla pasa por las diagonales de tres caras del cubo tendremos la misma macla anterior pero acortada; la macla así engendrada ofrecerá un aspecto de tres pirámides. Todas estas macias son de contacto (Fig. 187 y 188).

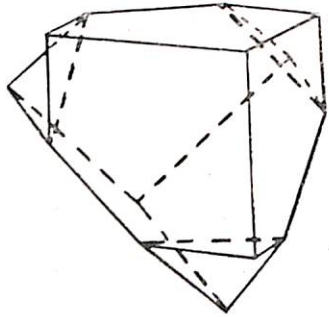


FIG. 186 Una macla engendrada por un cubo. Macla del cobre.

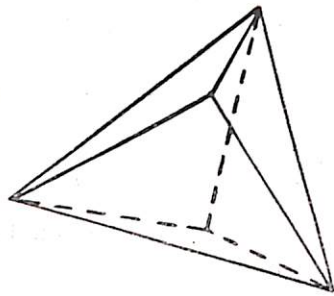


FIG. 187 Otra macla según la cual cristaliza el cobre.

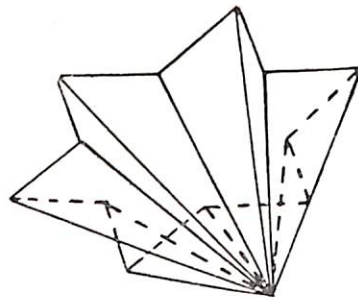


FIG. 188 Macias de cristales que pertenecen a la meriedría tetraédrica del sistema cúbico.

Para no recargar el curso no describimos las macias complicadas de compenetración que ofrecen la Galena, la Haiyanita la Sodalita (véase el curso de Mineralogía por Dana-Ford, ya citado, pág. 187). La pirita en su forma de dodecaedro pentagonal nos ofrece otro ejemplo de macla. El plano de macla es una cara del dodecaedro pentagonal y la normal a ella es el eje de macla. En el caso actual tanto el *plano* como el *eje* eran elementos de simetría en la holoedría. El piritoedro maclado posee, por lo tanto, todos los planos del *tetrahexaedro*. Las figuras 188 y 189 muestran formas análogas pero para los cristales que pertenecen a la meriedría tetraédrica del sistema cúbico.

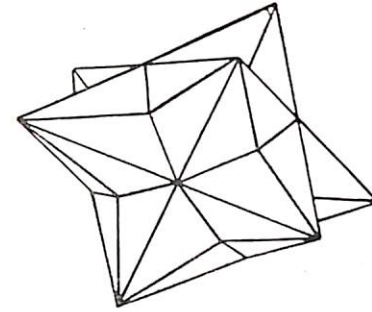


FIG. 189 Macias de cristales que pertenecen a la meriedría tetraédrica del sistema cúbico

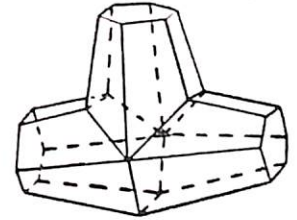


FIG. 190 macias de la pirrotita

2º SISTEMA HEXAGONAL.

Las macias en este sistema *son raras*. La pirrotita nos ofrece un ejemplo de macla en este sistema. En ella el plano de macla es el de la pirámide $(10\bar{1}1)$ -pirámide de primera especie- y los ejes verticales de cada individuo son casi perpendiculares entre sí. (Fig. 190)

En cambio en el sistema romboédrico las macias son muy frecuentes. La calcita y el cuarzo nos las ofrecen en varias formas; serán estudiadas en sus propios lugares en el curso de Mineralogía.

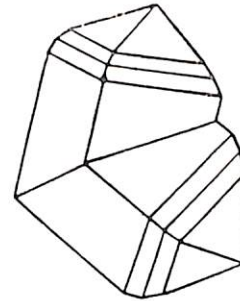


FIG. 191 Las macias del zircón

3º SISTEMA CUADRÁTICO.

El caso más común es el de las macias cuyo plano de unión es la cara de la pirámide $(1\bar{1}1)$, o una paralela a ella. Es el del rutilo y de su grupo en el cual entra la casiterita y el zircón (Fig. 192). El rutilo puede además formar una macla de seis gemelos, ofreciendo de este modo un caso de simetría *seudo-hexagonal*.

La calcopirita, de la clase esfenoidal ofrece la cara (111) como plano de macla. Difiriendo muy poco los ángulos de esta forma de los del octaedro del *sistema cúbico*, la macla de la calcopirita puede llegar a ser confundida con la macla de una *espinela*. Puede también haber casos en que el plano de macla sea la cara (101) .

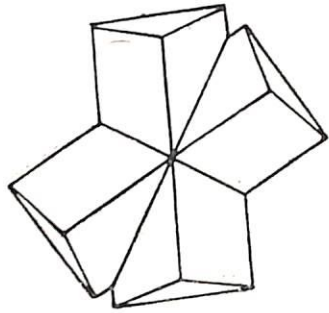


FIG. 192 La macla de la pirita arsenical

4º Sistema ortorrómbico.

La cara de macla más común es la del prisma cuyo ángulo es de 60° , más o menos. Un ejemplo clásico es, como ya lo anotamos antes al hablar de las maclas repetidas, el de la aragonita. En la sección basal de esta macla (Fig. 183 B) hay irregularidades y estrías que revelan el carácter de macla del mineral; otro signo de lo mismo es que el ángulo de unión no es exactamente el de 60° . Un examen a la luz polarizada dará a conocer las maclas de la witherita y de la bromlita, en forma aparente de pirámides hexogonales.

Las maclas que simulan formas simétricas de otros sistemas, se apellidan *maclas de mimetismo*.

La pirita arsenical es un ejemplo de macla en la cual el plano de unión de los gemelos es una cara del *macrodomo* (1 0 1), como lo indican las (Figs. 192 y 193). Otra muestra de macla análoga nos da el crisoberilo (Fig. 185). Otros ejemplos numerosos de maclas veremos en el Curso de Mineralogía.

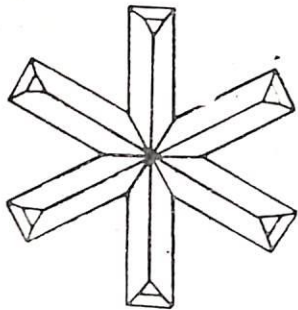


FIG. 193.
Las maclas de la pirita arsenical.

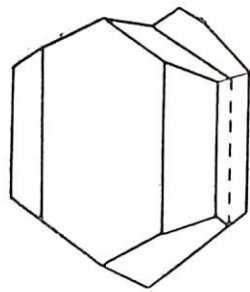


FIG. 194.
Las maclas de la augita,
(piróxeno monoclinico).

La *estauroлита* nos muestra tres maneras diferentes de maclarse. a) El plano de macla es (0 3 2) y los cristales gemelos se cruzan casi en ángulo recto; b) el plano de macla es la cara (2 3 0) del prisma; c) el plano de macla es la cara (2 3 2) de la pirámide y los cristales se cruzan en un ángulo de 60° . Presenta este mineral maclas más complicadas; una de ellas

en forma de estrella y otra que agrupa simultáneamente los planos de macla (0 3 2) y (2 3 2).

En las clases meriédricas se presentan también casos de maclas.

5º. Sistema monoclinico.

Las maclas que tienen como eje al eje vertical *c* son comunes en el sistema monoclinico. Muestras de ello son las maclas de la augita, del yeso, de la ortosa (Figs. 194, 195, 196, 197). La macla

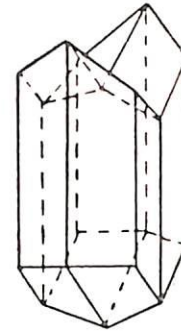


FIG. 195.
Maclas del yeso.

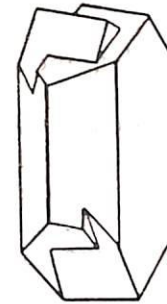


FIG. 196.
Maclas de compenetración
de la ortosa.

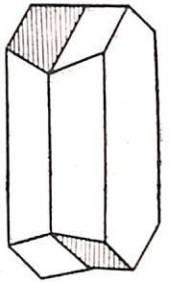


FIG. 197.
Maclas de contacto
de la ortosa.

de la ortosa en la forma trazada (Fig. 196), se apellida de *Carlsbad*; puede presentarse como una macla de contacto (Fig. 197) o de compenetración irregular. Citaremos otras dos maclas de ortosa, la de Baveno y la de Manebach. En la primera el plano de macla es la cara del clinodomo (0 2 1); en la segunda, la cara (0 0 1). De estas trataremos cuando expliquemos las propiedades de los minerales de las rocas.

En los piróxenos se presentan comúnmente las maclas polisintéticas siendo el plano de macla la cara (0 0 1) (Fig. 198). En los cristales del sistema monoclinico que tienen un prisma o domo de 60° de ángulo, no son raras las maclas en estrella al estilo del crisoberilo.

La filipsita ofrece ejemplos de maclas múltiples y algunas de ellas con pseudo-simetría.

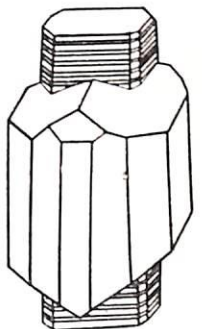


FIG. 198.
Maclas polisintéticas
en los piróxenos
monoclinicos.
En la figura vemos
a una anfíbola que
congloba a un piróxeno

6º Sistema triclínico.

Las más interesantes maclas de este sistema se encuentran en los feldespatos triclínicos o plagioclasas. Las maclas que tienen como plano de unión la cara (0 1 0); las *polisintéticas* que se traducen en una serie de laminillas muy delgadas y paralelas, con estrías en la cara (0 0 1) como huellas de las láminas, se ponen de relieve al examinarlas con luz polarizada en el microscopio. Las *polisintéticas* son conocidas con el nombre de maclas de la albita.

Otra macla importante es la de la *periclina*, en la cual el eje de macla es el eje cristalográfico **b**; el plano de macla pertenece a la zona [(0 0 1), (1 0 0)]. Pueden ser, como las de la albita, *polisintéticas*. En este caso unas y otras dejan dos series de estrías; las de la *periclina* en la faceta g' (0 1 0) [*]. El ángulo de estas últimas con la arista pg' [(0 0 1), (0 1 0)] es característico de cada especie de los feldespatos triclínicos. Le estudiaremos en detalle en la segunda parte. «Los minerales de las rocas».

CAPITULO DECIMO SEGUNDO

FENOMENOS LUMINOSOS DE LOS CRISTALES
ALGUNAS ENSEÑANZAS DE OPTICA AQUI UTILIZADAS

LA POLARIZACIÓN DE LA LUZ (*)

La experiencia de Huyghens en 1.678, con el espató de Islandia - cristal que nosotros conocemos con el nombre de calcita, cristalizado en el sistema romboédrico, - dió a conocer que hay en la naturaleza cuerpos transparentes que poseen *doble refracción*, es decir, en los que un rayo de luz, al penetrar en ellos, da origen a dos rayos refractados. Como este fenómeno luminoso es de importancia excepcional en Cristalografía, vamos a describirlo con alguna detención para luego sacar de él conclusiones importantes.

SECCIÓN PRINCIPAL DE UN ESPATO

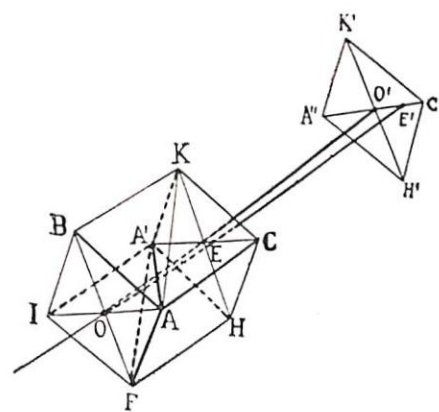


FIG. 199 Experiencia de Huyghens en el espató de Islandia. Refracción de los rayos ordinarios **o** y extraordinarios **e** a través del romboedro.

Llámase con este nombre al plano diagonal de simetría $KAA'F$ que contiene al eje ternario $\overline{AA'}$ y la normal a la cara $p(001)$ del romboedro. Todo otro plano paralelo a éste, se llamará también *sección principal*.

LA EXPERIENCIA DE HUYGHENS

Hacemos caer un rayo de luz *natural* normalmente en una de las caras del romboedro, por ejemplo en la faceta $BAIF$ (Fig. 199). Al atravesar el cristal, el rayo se ha desdoblado en dos: el

(*) El estudiante que desee comprender las enseñanzas consignadas en este capítulo y los siguientes, deberá estar ya familiarizado con la nociones de refracción e interferencia de la luz; como también con las ecuaciones del movimiento pendular u oscilatorio.

(*) También las de la albita en la cara (0 0 1), o en sus paralelas.

rayo *O ordinario* que *pasa sin desviación* y el rayo *E extraordinario*. Recojamos en una pantalla tanto la proyección de la faceta *BIAF* como también el rayo *EE'*; veremos que *EE'* va a proyectarse en un punto *E'* de la pequeña diagonal *A''C'*, proyección de *IA* o de *A'C*. El rayo *OO'* queda sin desviación, como dijimos. Si ahora hacemos girar al rededor del rayo *OO'* el cristal de calcita, el rayo ordinario *OO'* queda inmóvil mientras el rayo extraordinario *EE'* ha girado al rededor de *OO'*, pero quedando siempre en el plano *IACA'*, el cual es también un *plano de sección principal*. La intensidad luminosa de ambos rayos es igual, siendo para cada uno de ellos la mitad del valor de la intensidad del rayo incidente, en el caso *teórico* de que no hubiese pérdida de luz por absorción, dispersión, reflexión, etc.

Vamos ahora a operar con dos romboedros: con uno que recibe la luz ordinaria y al que llamaremos *polarizador* (I) y con otro (II) al que apellidaremos *analizador* (Fig. 200). En el

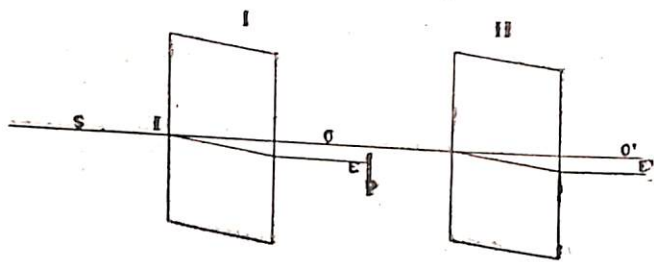


FIG. 200 La misma experiencia anterior, pero con las secciones principales de dos espátos de Islandia.

polarizador (I) suprimimos mediante una pantalla *P* uno de los rayos emergentes, por ejemplo, *E*; llegará así a II sólo el rayo ordinario *O*, el cual va a dar origen a otros dos rayos emergentes *O'* y *E'*. Ahora las intensidades de *O'* y de *E'* no son tan sencillas como en el caso de I, si hacemos girar II en torno de *OO'*; pues, cuando II es paralelo a I, sólo subsiste el rayo *O'*, cuando, empero, II es perpendicular a I, subsiste sólo el rayo *E'*. Para las posiciones intermedias, *O'* y *E'* varían en sentido inverso. Si en vez de suprimir *E*, hubiésemos suprimido *O*, los fenómenos observados habrían sido análogos.

Mediante el empleo del prisma de calcita llamado *Nicol*, vamos a interceptar el rayo ordinario, de modo que atraviese el polarizador I sólo el rayo extraordinario *E*. Observamos que I es atravesado por *E* cualquiera que sea la orientación del polarizador; no así cuando se recibe en II el rayo polarizado. Cuando los dos *nicoles* I y II – cuyos caracteres describiremos luego – tienen las *secciones principales* paralelas entre sí, el rayo extraordinario atraviesa al segundo II sin dificultad. Pero si las *secciones principales son perpendiculares entre sí*, la luz queda interceptada y el producto es una perfecta obscuridad: el nicol II ha hecho el oficio de un cuerpo opaco.

La luz que atravesó el nicol I ha adquirido una nueva propiedad – entre otras, – la de no poder atravesar un segundo nicol II cuando la sección principal de éste es perpendicular a la del primero I. Se dice entonces que la *luz se ha polarizado*.

En la *Teoría ondulatoria de la luz* – modificada hoy por la teoría electro magnética – se dice que la luz es el efecto de un fenómeno ondulatorio siendo la vibración, u ondulación, *perpendicular* a la dirección de propagación luminosa, o sea, a la dirección de la velocidad de la luz. Estas vibraciones se ejecutan, pues, en un plano perpendicular, π , a la dirección del rayo luminoso, y en todas direcciones al rededor del rayo en un tiempo excesivamente corto. Cambiando a cada instante la dirección de la vibración, ningún azimut será privilegiado.

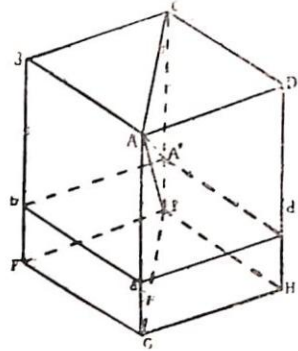
De las diferentes vibraciones constituyentes de un rayo de luz, un nicol no deja pasar sino las componentes contenidas en la sección principal, es decir, las vibraciones *paralelas a la diagonal más pequeña del rombo o cara de entrada* (figura 199). Toda vibración paralela a la sección principal atraviesa el nicol *analizador*, toda vibración perpendicular a él, es extinguida por él. En una vibración intermedia, su componente paralela a la sección principal, pasa a través del nicol; en cambio es detenida la componente perpendicular. En todos los puntos del rayo emergente, las vibraciones luminosas son constantemente paralelas a una dirección invariable, es decir, se encuentran constantemente contenidas por un plano.

Dos *nicoles* cuyas secciones principales se hallan en ángulo recto, van a extinguir por completo la luz polarizada porque el segundo no dejará pasar la vibración que dejó pasar el primero.

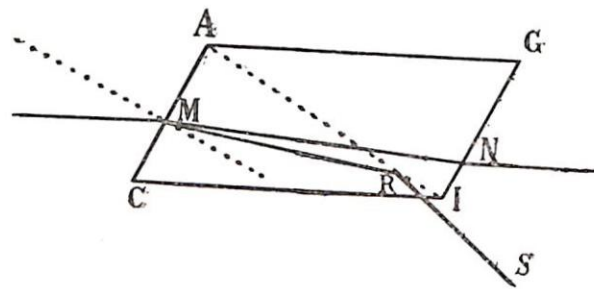
RESUMIMOS LO DICHO: 1º Un rayo que atraviesa el nicol I es polarizado; las vibraciones de él son paralelas a la diagonal menor de la cara romboédrica del nicol; 2º un rayo que puede ser extinguido - o detenido - por un nicol, tiene sus vibraciones en ángulo recto con la diagonal menor del nicol que le detiene.

EL NICOL

Es un paralelepípedo o prisma oblicuo, nacido del mismo romboedro fundamental, como lo demuestran las (Figs. 201, 202).



Si en este paralelepípedo hacemos que todas las facetas sean iguales, o lo que es lo mismo la cortamos según una cara de clivaje $A''b''d''$, de modo que cada faceta sea un rombo, la diagonal AA'' será el eje Λ_3 ternario. Ya sabemos que el plano $ACGI$ es el plano de sección principal, digamos mejor, uno de los planos de sección principal. Lo dibujamos aparte en el paralelogramo $ACGI$ (fig. 202). Esa sección la



cortamos según la diagonal AI y luego pegamos las dos mitades con bálsamo de Canadá. Tal disposición nos desembaraza del rayo ordinario; y así podemos trabajar con solo el extraordinario. Un rayo de luz LM , al atravesar el nicol, da un rayo *extraordinario* MN , y otro ordinario MR que sufre en el corte AI una *reflexión* total, con lo cual queda abolido y sólo subsiste el rayo extraordinario.

col, da un rayo *extraordinario* MN , y otro ordinario MR que sufre en el corte AI una *reflexión* total, con lo cual queda abolido y sólo subsiste el rayo extraordinario.

PLANOS DE OSCILACIÓN DE LOS RAYOS E y O EXTRAORDINARIO Y ORDINARIO

No sólo las experiencias aquí consignadas sino todos los fenómenos de la luz polarizada pueden explicarse, considerando las vibraciones del rayo *extraordinario* localizadas en el plano que contiene el rayo de luz y la diagonal pequeña de la cara del romboedro (plano $IAA'C$, fig. 199); y las vibraciones luminosas del rayo ordinario en otro plano perpendicular al primero, más tarde hallaremos oportunidad de hablar con mayor abundancia de este asunto.

TEORIAS FISICAS SOBRE LOS FENOMENOS LUMINOSOS

Han circulado sucesivamente las siguientes: a) Teoría de la emisión de Newton; b) teoría ondulatoria de Fresnel; c) teoría electromagnética de Maxwell; d) teoría cuántica de Planck; e) teoría de la mecánica ondulatoria de Luis de Broglie.

La primera ha caído ya en desuso desde tiempos atrás; la segunda ha sido abandonada parcialmente, para la explicación de aquellos fenómenos que son dominio común de la Optica y la Electricidad; pero quedan en su integridad todos los teoremas de ella que miran a los fenómenos de interferencia y polarización que son los que directamente nos tocan. Podemos, pues, utilizarla como primera aproximación.

La tercera reconoce como base 6 ecuaciones diferenciales de Maxwell. Abarca dentro de su amplitud tanto las leyes de los fenómenos ópticos como las de los eléctricos y magnéticos. Sobre ella diremos lo que cuadre a nuestra finalidad; mas nada de la cuarta y de la quinta.

ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO VIBRATORIO.

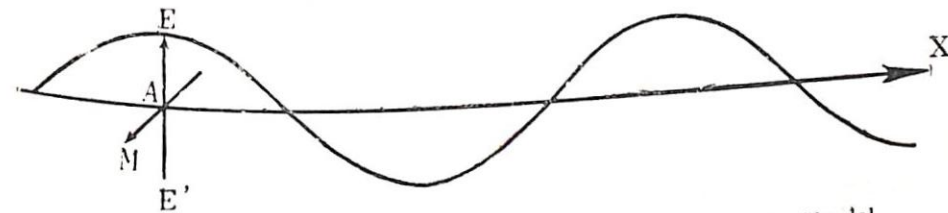


Fig. 203. La sinusoides, representación figurativa de la oscilación del vector AE , oscilación eléctrica. El vector AM es el de la oscilación magnética.

Sea AX un rayo luminoso, (Fig. 203). Tomemos en él un punto cualquiera A. Según la teoría electromagnética, en este punto — como en los demás — se presentan periódicamente cambios de intensidad del campo eléctrico y magnético. Si representamos por el vector AE la amplitud máxima de la oscilación eléctrica, y por AM al vector de la oscilación magnética en su mayor amplitud, tales vectores sufrirán una variación de E a E' y de M a M' (*) pasando por el valor 0 y de modo que aritméticamente AE' sea igual a AE y AM' igual a AM. Es de advertir que el vector AM se halla constantemente vibrando en un plano perpendicular a aquél en que vibra el vector AE.

Ya se comprenderá que la representación figurativa de la oscilación de uno y otro vector será sinusoidal.

En un movimiento vibratorio hay que tener en cuenta los siguientes elementos: 1º La amplitud de la vibración figurada por el valor doble del vector AE o AM respectivamente; 2º El tiempo T empleado en una oscilación completa, es decir, el que ha necesitado el móvil para regresar a E, habiendo sido el punto E el de partida. Este intervalo de tiempo T es lo que se llama *período*; 3º La longitud de onda λ ; 4º La velocidad de propagación de la vibración.

Para comprender mejor los elementos que entran en el concepto de vibración u oscilación, es necesario examinar lo que sucede en el movimiento circular uniforme de un móvil M.

Imaginemos un móvil M que dotado de un *movimiento uniforme*, gira en la circunferencia iniciándose el movimiento desde el punto A, dotado de una velocidad v y describe todo el círculo en un tiempo T. Las coordenadas x, y, de un punto cualquiera M serán (Fig. 204).

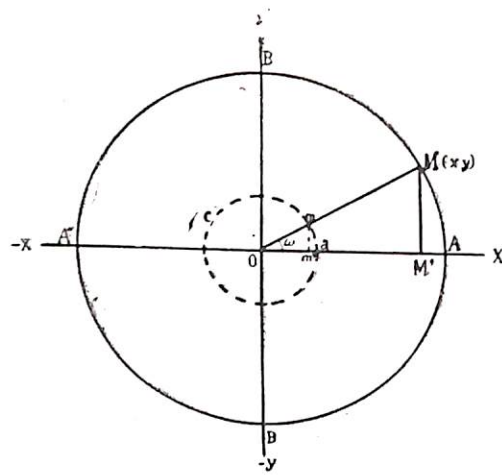


FIG. 204. El movimiento circular uniforme de un móvil M nos ofrece los elementos del movimiento oscilatorio.

(*) El punto M' es simétrico de M con respecto a A. Se le ha omitido en el dibujo

$$(1) \quad x = r \cos \omega t$$

$$(2) \quad y = r \sin \omega t$$

Tracemos ahora otro círculo c que tenga por radio la unidad. El valor del arco \widehat{am} del círculo c es

$$\widehat{am} = \omega t$$

Tenemos por otra parte la proporción

$$\frac{\widehat{am}}{\widehat{AM}} = \frac{2 \pi r}{2 \pi r}$$

$$(3) \quad \widehat{am} = \omega t = \frac{\widehat{AM}}{r}$$

Como tenemos un movimiento uniforme, el recorrido \widehat{AM} está definido por

$$\widehat{AM} = vt$$

siendo t el tiempo empleado en recorrer \widehat{AM} y v la velocidad del móvil. Cuando éste ha recorrido una *circunferencia entera* C en el tiempo T el valor del recorrido será

$$(4) \quad C = vT$$

De las dos relaciones últimas deducimos

$$\frac{\widehat{AM}}{C} = \frac{t}{T}$$

Pero como $C = 2 \pi r$ obtendremos

$$(5) \quad \widehat{AM} = 2 \pi r \frac{t}{T}$$

Si sustituimos este valor (5) en (3) habremos obtenido el valor ω — llamado velocidad angular — en función de cantidades cinéticas

$$\omega = 2 \pi \frac{t}{T}$$

Hecha esta substitución o transformación las fórmulas (1) y (2) pasan a estas otras

$$(1) \quad x = r \cos \left(2 \pi \frac{t}{T} \right)$$

$$(2) \quad y = r \sin \left(2 \pi \frac{t}{T} \right)$$

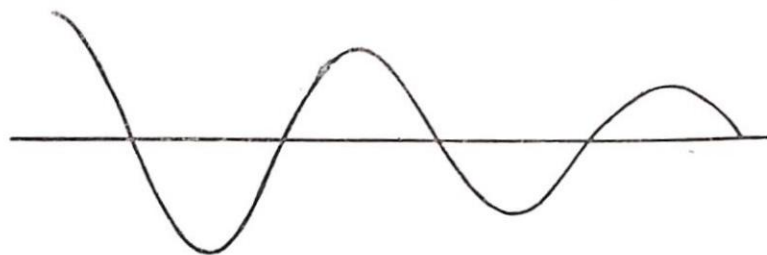


FIG. 206 Una sinusoide de movimiento oscilatorio, pero amortiguado.

Aquí también llamaremos longitud de onda λ en la línea de propagación del movimiento vibratorio, al espacio comprendido por dos moléculas **m** en fase, por ejemplo, por las moléculas **a** y ξ . Si T es el tiempo que ha necesitado la molécula **m** para hacer una vibración completa, o lo que es lo mismo, si T es el tiempo que ha necesitado **v** para franquear la distancia $m_1 m_2$ (figura 205) el valor de λ será, también

$$\lambda = v T$$

La longitud de onda en los fenómenos de la energía radiante - una de cuyas formas es la energía luminosa - va aproximadamente desde un $\frac{7}{10^{10}}$ de centímetro (rayo λ de las sustancias radioactivas), hasta miles de kilómetros de las ondas Hertzianas. La energía luminosa visible ocupa una muy pequeña porción de esta escala: desde 400 Angstrón, hasta 7.600 A° (*).

Sabemos por la óptica elemental que la luz blanca es el resultado de varios colores que van del rojo al violado, cada uno de los cuales está caracterizado por una longitud de onda propia. Por consiguiente, cada color - digamos mejor, cada raya determinada del espectro luminoso - poseerá una curva sinusoidal propia. Según esto la de la luz blanca vendrá a ser una *sinusoide resultante*.

También la misma óptica elemental nos enseña que el índice de refracción **n** del rayo de luz que pasa de un medio A a otro B, es la relación de las velocidades de la luz en esos dos medios, de este modo

(*) El Angstrón (pr. ongstren) equivale a $\frac{1}{10^8}$ de centímetro

$$n = \frac{v_a}{v_b}$$

Si el medio A es el vacío y si hacemos que la unidad de medida sea la velocidad en el vacío, el valor de **n**, será, hechas estas suposiciones

$$n = \frac{1}{v_b}$$

Diferencia de fase y decalage. - Para la claridad en la exposición de los fenómenos de birrefringencia y para la inteligencia de la intensidad de la luz emergente al pasar los rayos de luz a través del microscopio polarizante, estimamos necesaria la presentación de los párrafos subsiguientes sobre la fase, el ángulo de decalage y la composición de movimientos oscilatorios paralelos.

Sabemos por lo ya visto en páginas anteriores

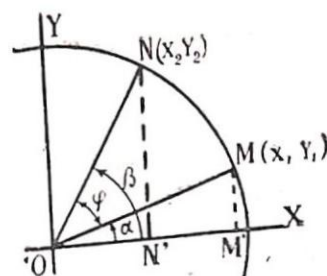


FIG. 207. Fase y ángulo de decalage en el movimiento oscilatorio.

$$(9) \quad \begin{aligned} x_1 &= r \cos \alpha = r \cos \left(t_1 \frac{2\pi}{T} \right) \\ x_2 &= r \cos \beta = r \cos \left(t_2 \frac{2\pi}{T} \right) \end{aligned}$$

$$\alpha = t_1 \frac{2\pi}{T} ; \quad \beta = t_2 \frac{2\pi}{T}$$

$$(10) \quad \phi = \beta - \alpha = \frac{2\pi}{T} (t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

La relación $\frac{2\pi}{T}$ es lo que se llama *velocidad angular* ω .

$$(11) \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Introduciendo este símbolo, las *elongaciones* x_1 , x_2 , toman la forma

$$(12) \quad x_1 = r \cos \omega t_1 ; x_2 = r \cos \omega t_2$$

$$(x_2 - x_1) = r (\cos \omega t_2 - \cos \omega t_1)$$

$$(13) \quad N'M' = x_1 - x_2 = r (\cos \omega t_1 - \cos \omega t_2)$$

$$\text{La expresión } \phi = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau$$

y la fórmula (13) nos dan lo que se llama *diferencia de fase y deca- lage* respectivamente. Podemos también escribir

$$(14) \quad x_1 = r \cos \omega t_1$$

$$x_2 = r \cos (\omega t_1 + \delta)$$

Las dos elongaciones con sus fases ωt_1 y $(\omega t_1 + \delta)$, presentan una diferencia de *fase constante* que corresponde a un *deca- lage constante*. Preguntamos ¿cuál es la significación de la *dife- rencia de fase* δ ? Para que la abscisa x_2 tome el valor de x_1 , basta que se tenga la igualdad $\omega t_1 = \omega t_2 + \delta$

$$t_2 = \frac{\omega t_1 - \delta}{\omega} = t_1 - T \frac{\delta}{2\pi}$$

la diferencia $(t_1 - t_2)$ es

$$\tau = t_1 - t_2 = T \frac{\delta}{2\pi} \quad (15)$$

La última fórmula nos enseña que los dos móviles pasan por *un mismo punto* a épocas separadas por un intervalo cons- tante igual a, $- \delta \frac{T}{2\pi}$ segundos. Si comparamos el valor de

ϕ (10) con el de δ despejado de (15), notaremos que entre las dos existe la relación

$$\phi = - \delta \quad (16)$$

COMPOSICION DE DOS MOVIMIENTOS OSCILATORIOS
PARALELOS PROCEDENTES DE DOS CAUSAS VIBRANTES
QUE TIENEN EL MISMO PERIODO T
Y SE HALLAN EN FASE

Sean S y S' dos causas físicas de vibración que tienen dos amplitudes \mathbf{a} y \mathbf{a}' respectivamente.

Un punto M, dentro del ambiente de propagación del movimiento vibratorio, (Fig. 208B), se halla a la distancia \mathbf{d} de S, y a la distancia \mathbf{d}' de S'.

Un tal punto va a participar de las vibraciones de S y de S', pero sufriendo un retardo τ con respecto a S, y otro de τ' con respecto a S'. Se pide: 1°. dar el valor de estos retardos; 2°. calcular el movimiento resultante de M bajo la influencia de las dos causas vibrantes.

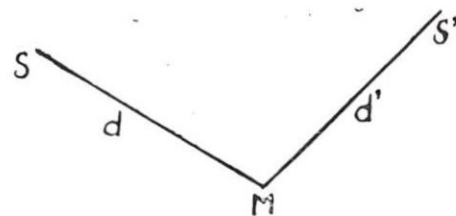


FIG. 208 A. Dos fuentes de vibración S y S'.
El punto M participa de la vibración de las dos fuentes.

$$\text{La distancia de M a S es, } d = \tau v = \tau \cdot \frac{\lambda}{T} \quad (1)$$

$$\text{La distancia de M' a S' es, } d' = \tau' v = \tau' \cdot \frac{\lambda}{T}$$

De esas dos relaciones deducimos los valores de τ y τ' en función de las distancias conocidas

$$(17) \quad \begin{aligned} \tau &= d \frac{T}{\lambda} \\ \tau' &= d' \frac{T}{\lambda} \end{aligned}$$

Las elongaciones z y z' de M correspondientes a las dos causas de vibración son, pues

$$z = a \cos 2 \pi \left(\frac{t-d}{T} \right) = a \cos 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{T} \right) \quad (18)$$

$$z' = a' \cos 2 \pi \left(\frac{t-d'}{T} \right) = a' \cos 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{T} \right)$$

Y la elongación resultante Z será

$$(19) \quad Z = z + z'$$

Para calcular el valor de (19) podemos utilizar el método gráfico representando a cada vector giratorio.

Sea oz el eje de las elongaciones, (Fig. 208 B). La vibración z está representada por el vector **a** que gira al rededor de O y hace con el eje oz un ángulo variable α , cuyo valor es

$$(20) \quad \alpha = 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right)$$

La segunda z' representada por el vector a' que gira al rededor de O haciendo un ángulo α' , cuyo valor es

$$(21) \quad \alpha' = 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{\lambda} \right)$$

El ángulo θ que hacen entre sí los dos vectores es

$$(22) \quad \theta = \alpha' - \alpha = 2 \pi \frac{d' - d}{\lambda}$$

que es el valor de la diferencia de fase.

La vibración resultante se halla representada por la diagonal OA del paralelogramo cuyos lados son **a** y **a'**. La amplitud de ella es la suma geométrica ($a + a'$) de las dos amplitudes componentes.

La elongación resultante es la proyección de OA en OZ. Sea β el ángulo que forma A con este eje. Para calcular tanto el valor de A como el de β , escribimos

$$(23) \quad A \cos \beta = a \cos \alpha + a' \cos \alpha'$$

$$A \sin \beta = a \sin \alpha + a' \sin \alpha'$$

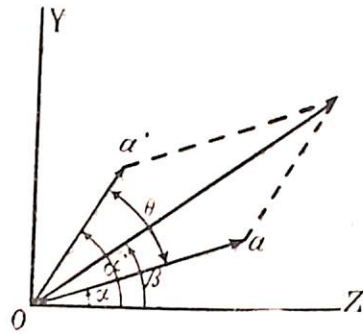


FIG. 208 B. Composición de dos movimientos oscilatorios paralelos procedentes de dos causas vibrantes con el mismo período T y que se hallan en fase.

Elevemos al cuadrado miembro por miembro esas dos relaciones y sumemos

$$A^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = a^2 \cos^2 \alpha + a'^2 \cos^2 \alpha' + 2 a a' \cos \alpha \cos \alpha' + a^2 \sin^2 \alpha + a'^2 \sin^2 \alpha' + 2 a a' \sin \alpha \sin \alpha'$$

$$A^2 = a^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + a'^2 (\cos^2 \alpha' + \sin^2 \alpha') + 2 a a' \cos \alpha \cos \alpha' + \sin \alpha \sin \alpha'$$

$$(9) \quad A^2 = a^2 + a'^2 + 2 a a' \cos (\alpha - \alpha')$$

La intensidad I de la vibración resultante es proporcional al cuadrado A^2 de su amplitud

$$\frac{I}{2 \pi^2 N^2} = A^2 \quad ; \quad \frac{I}{A^2} = 2 \pi^2 N^2$$

En la cual N es el valor inverso de T, y como T es constante, también lo es N (N se llama frecuencia).

VOCABULARIO DE LOS MOVIMIENTOS OSCILATORIOS O PENDULARES

Se dice que dos móviles M y M' están en fase o son sincrónicos (Figs. 209) cuando los arcos α y α' descritos por M y M' respectivamente, son arcos iguales. Lo cual implica la igualdad entre T y T'.

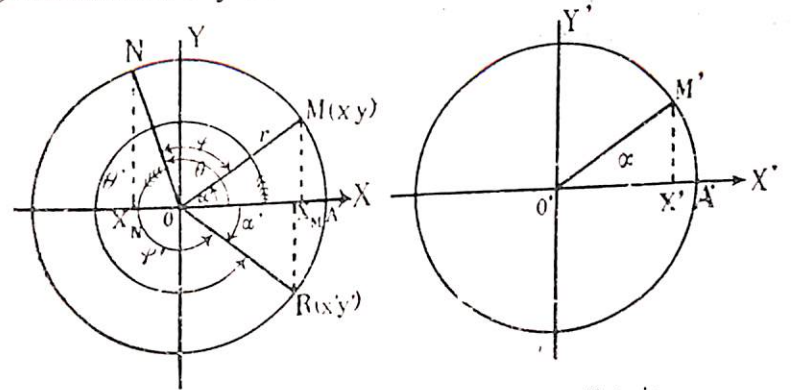


FIG. 209 Elementos del movimiento oscilatorio.

La elongación x de un movimiento vibratorio es el valor algebraico de OX determinado por la proyección en el eje de las x del punto M ocupado por el móvil.

El símbolo T significa el tiempo empleado por M en recorrer *una vez* todo el círculo.

Se entiende por *amplitud* r del movimiento oscilatorio al *valor máximo* que adquiere x ; lo cual sucede cuando M pasa por el punto A y el diametralmente opuesto a él.

Si dos móviles N y M se mueven en el mismo círculo, se dice que hay entre ellos una diferencia de fase ϕ a la diferencia existente entre los dos ángulos θ y α de ambos móviles

$$\phi = (\theta - \alpha)$$

Se entiende por longitud de onda λ al camino recorrido por la partícula móvil en el tiempo T . Sabemos que su valor es

$$\lambda = v T$$

De esa relación se deduce el valor de la velocidad de propagación

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Las funciones armónicas de M y R están definidas por las elongaciones x_M y x_R

$$x_M = r \cos \left(2\pi \frac{t_N}{T} - \phi \right)$$

$$x_R = r \cos \left(2\pi \frac{t_N}{T} - \phi' \right)$$

A lo que en Mecánica se denomina *velocidad angular*, ω , se le llama igualmente *pulsación*.

CAPITULO DECIMO TERCERO

EL ELIPSOIDE DE LOS INDICES

SUS PROPIEDADES CRISTOLOGRAFICAS

Tomemos un cristal cualquiera que no pertenezca a la *sin-gonía cúbica* y hagamos que en un punto O de su masa se origine un rayo de luz OL_1 . Las vibraciones luminosas OE_1 y OM_1 van a desarrollarse perpendicularmente a la dirección OL_1

(Fig. 210) del rayo luminoso. Midamos el índice de refracción n_o y n_e de los rayos ordinario y extraordinario respectivamente por los métodos ópticos conocidos. Una vez obtenidos esos valores, construiremos longitudes iguales o *proporcionales* a ellos a un lado y otro de O en las direcciones OM_1 y OE_1 . Habremos así obtenido 4 puntos $P_1 P'_1, P_2 P'_2$.

Midamos los índices n_o y n_e en otras direcciones $OL_2, OL_3, OL_4 \dots etc.$ y hagamos con los valores obtenidos para cada dirección idéntica construcción de puntos. Se llega a descubrir que la superficie en el espacio así creada mediante esos puntos que corresponden a n_e , es la de un *elipsoide* que por esta razón se la llama el *elipsoide de los índices*. En cambio la superficie que corresponde a n_o es una *esfera*.

Sabemos por la Geometría Analítica que la superficie de segundo grado que se apellida *elipsoide* está definida por la ecuación.

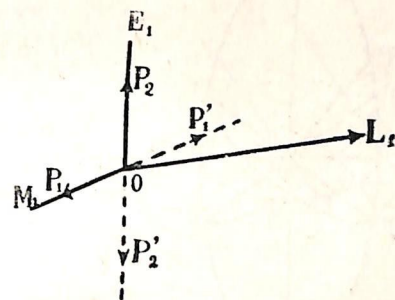


FIG. 210 Explicación elemental de la construcción del elipsoide de los índices.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$

Se conocen dos clases de elipsoides en Geometría Analítica, los de *revolución* en los que dos ejes **a** y **b** son iguales; siendo **c** diferente ($a = b \neq c$); y los elipsoides con tres ejes distintos ($a \neq b \neq c$).

Admiten *elipsoides de revolución* los cristales de las simonías o sistemas hexagonal, romboédrico y cuadrático. En cambio los sistemas rómbico, monocínico y triclinico poseen *elipsoides con tres ejes distintos*. En los elipsoides con tres ejes diferentes, toda sección hecha en él por un plano es una elipse, salvo cuando esa sección es una *sección cíclica*, como luego veremos.

En la (Fig. 211) admitamos que $OS = a$, $OL = b$, $OE = c$ y que tengamos $a > b > c$.

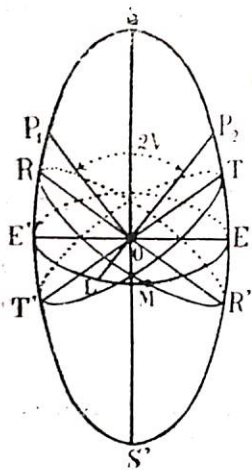


FIG. 211 Las dos secciones circulares en el elipsoide de los índices $R R'$ y $T T'$

En el arco elíptico $S E'$, en la proximidad de E' , podemos hallar un radio OR mayor que OE e igual a OL .

Por lo tanto

$$OL = OR$$

El elipsoide es una superficie *centrada*; en virtud de lo cual los puntos L' y R' son simétricos de L y de R respectivamente, refiriéndonos al centro O .

Es decir, tendremos en la elipse $R L' R'$ tres puntos *por lo menos* que se hallan a igual distancia del centro O . No conocemos sino una curva con esta propiedad, el *círculo*. Por consiguiente la sección elíptica se ha transformado, en este sitio, en *sección circular*.

Un raciocinio análogo nos conduciría a encontrar otro círculo en la sección $T T'$.

Estas dos secciones se apellidan *cíclicas* y tienen una importancia excepcional en los fenómenos de *birrefringencia*, como luego veremos.

Tracemos las perpendiculares OP_1 y OP_2 a los diámetros de ambas secciones circulares; y llamemos $2V$ al ángulo $P_1 OP_2$, menor que 180° , de esas dos perpendiculares. Este ángulo $2V$ se apellida ángulo de los *ejes ópticos*.

La disposición u orientación del elipsoide de los índices en los cristales es la base para la distinción de los cristales *positivos* de los *negativos*.

Son *positivos* aquellos cristales que tienen por bisectriz del ángulo $2V$, al eje π_z o sea al eje mayor OS del elipsoide, en cambio son *negativos* cuando la bisectriz del mismo ángulo es π_p u OE .

Es de notar que tanto los ejes π_z , π_p como los ejes ópticos OP_1 y OP_2 se hallan en un solo y mismo plano. En el *elipsoide de revolución dos ejes b y c* son iguales, $n_m = n_p$. En él hay una infinidad de secciones circulares, las que son perpendiculares al gran eje π_z ; toda otra sección que haga con π_z un ángulo diferente de 90° , será elíptica. El ángulo $2V$ es aquí nulo.

LA ORIENTACION DEL ELIPSOIDE

El problema práctico interesante es el que se refiere a descubrir cómo está orientado el elipsoide de los índices en un cristal dado, y cuáles son los medios para descubrirlo. A este fin nos van a ayudar los siguientes teoremas(*)

TEOREMA I.

En el elipsoide de los índices es forzoso que exista una sección circular *normal* al eje ternario, senario o cuaternario del cristal (Fig. 212).

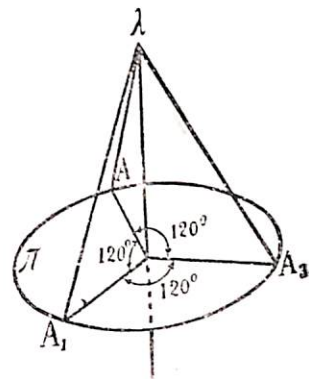


FIG. 212 En los elipsoides de los índices, en los cristales de los sistemas ternario, senario y cuaternario, hay una sección perpendicular a los ejes A_3 , A_4 , A_6 del cristal, respectivamente.

Contemos el elipsoide incluido, por decirlo así, en un cristal dotado de *eje ternario* con un plano π perpendicular al eje ternario; y tomemos en él un punto A_1 en la *elipse* de sección.

(*) En lo que se refiere a la construcción del *elipsoide* apellidado de los *índices* y al que los autores ingleses y americanos denominan "Indicatriz óptica de Fletcher", es preciso anotar que hay perfecta discrepancia y tal que esta falta de uniformidad trae consigo inevitablemente, como ya lo temía Wright, citado por Johannsen, la confusión de ideas del alumno. Pues, mientras unos toman, cual lo hacemos nosotros, los índices n_z , n_m , n_p como ejes del elipsoide, otros toman las velocidades v_z , v_m , v_p , y otros la dirección y la amplitud de la vibración. En el capítulo siguiente veremos las orientaciones de los índices y de las velocidades y las relaciones que guardan con las vibraciones X , Y , Z .

Sabemos que a la distancia angular de 120° encontraremos otro punto A_2 simétrico de A_1 , y a una distancia lineal OA_2 igual a OA_1 siendo O el centro por donde pasa el eje λ_2 . De A_2 pasaremos al simétrico A_3 mediante otra rotación de 120° más. Tomemos, pues, 3 puntos $A_1 A_2 A_3$ que se hallan a igual distancia angular y lineal de O . Por consiguiente esa sección no puede ser una elipse sino un círculo.

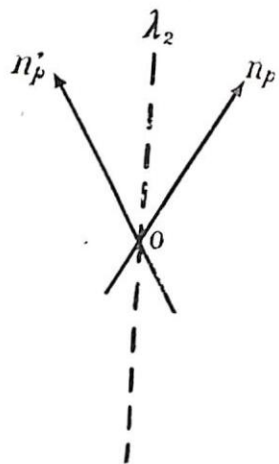


FIG. 213 Los cristales de los sistemas triterminario y monoclinico poseen un elipsoide uno de cuyos ejes (n_x o n_p) debe coincidir con un eje binario.

TEOREMA III.

Si los caracteres ópticos de un cristal son también propiedades del elipsoide de los índices, la normal a cualquier plano de simetría del cristal debe coincidir con uno de los ejes del elipsoide y deben hallarse los otros dos en el dicho plano de simetría.

Tomemos el eje n_x para fijar las ideas y supongamos que este eje no coincide con la normal ON al plano π de simetría; este eje n_x tendrá que reproducirse en n'_x para satisfacer las leyes de simetría (Fig. 214); el elipsoide llegará de este modo a

TEOREMA II.

Cuando el elipsoide posee tres ejes distintos, uno de ellos (n_x, n_m, n_p) debe coincidir con un eje binario λ_2 del sistema (Fig. 213).

Supongamos que el eje de simetría binario λ_2 , no coincide con uno de los ejes del elipsoide, por ejemplo, con n_p . Si imprimimos al sistema una rotación de 180° al rededor de λ_2 , el eje n_p va a repetirse en n'_p , con lo cual tendríamos, no ya tres ejes del elipsoide, sino cuatro lo que es imposible. Por consiguiente, uno de los ejes del elipsoide debe coincidir con el eje binario λ_2 (Fig. 213).

tener cuatro ejes en vez de tres, lo cual es absurdo. Por consiguiente uno de los ejes tiene que coincidir con ON y los otros dos hallarse contenidos en el plano π .

Tratemos ahora de aplicar los teoremas demostrados a los diferentes sistemas o simetrías.

1º En el sistema cúbico hay tres ejes cuaternarios (λ_4). Perpendicularmente a cada uno de ellos debe haber una sección circular (teorema I). Hay, pues, tres secciones circulares. La superficie de los índices no puede ser sino una esfera.

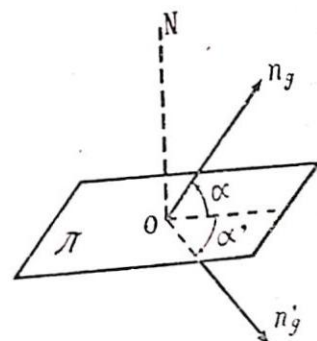


FIG. 214. En el plano de simetría del cristal deben hallarse situados dos ejes del elipsoide de los índices.

2º En el sistema senario o hexagonal hay un eje λ_6 (Fig. 215) de orden senario; en el elipsoide de los índices habrá igualmente una sección circular perpendicular al eje λ_6 . Debemos aquí distinguir una doble posibilidad: a) esta sección circular coincide con la sección cónica del elipsoide de tres ejes distintos; o bien, b) el elipsoide propio del sistema es un elipsoide de revolución y el eje senario λ_6 coincide con uno de los ejes n_x o n_p .

La primera posibilidad es inadmisibles porque la presencia del eje senario exigiría la existencia al rededor de él, de 6 ejes n_x y otros 6 ejes n_p . Por consiguiente sólo es posible la segunda alternativa, es decir, el elipsoide de los índices es de revolución y el eje λ_6 coincide con eje n_x (o tal vez n_p).

Lo que acaba de demostrarse con respecto al sistema hexagonal es aplicable, punto por punto, al romboédrico y al cuadrático.

Diremos, en consecuencia, que el elipsoide de los índices es de revolución para los sistemas hexagonal, romboédrico y cuadrático.

3º En el sistema ortorómbico hay otros ejes binarios perpendiculares en-

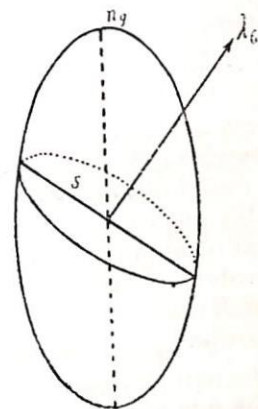


FIG. 215. El elipsoide de los índices del sistema senario es un elipsoide de revolución. El eje λ_6 debe coincidir con n_x o con n_p .

tre sí. Según los teoremas II y III, uno de los ejes del elipsoide, por ejemplo n_x , va a coincidir con uno de los ejes binarios L_2 ; n_m y n_p se hallarán en el plano π_2 de simetría cuya normal es L_2 . Habrá variedad de casos conforme sea n_x o n_p el eje del elipsoide que coincida con el eje binario L_2 .

4º En el sistema *monoclinico* hay un eje L_2 de simetría binario y un plano P de simetría. En virtud del segundo y tercer teorema, uno de los ejes del elipsoide, por ejemplo n_x , coincidirá con $L_2 = BB'$ en la (Fig. 216) y los otros dos ejes n_m y n_p del elipsoide se hallarán en el plano P de simetría (A E A' E').

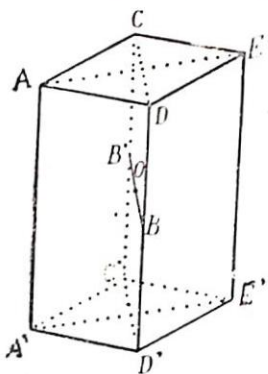


FIG. 216. en los cristales del sistema monoclinico, dos ejes del elipsoide deben hallarse situados en el plano de simetría y el tercero coincidirá con el eje binario.

5º En el sistema *triclínico*, puesto que sólo C es el elemento de simetría, y no hay aquí un solo eje binario, el elipsoide de los índices puede tener en los cristales de esta singonía cualquier orientación.

CONSECUENCIAS

1ª—La distinción entre el elipsoide de revolución y el elipsoide de tres ejes nos obliga a separar los cristales birrefringentes en 2 grupos. Y si a las dos superficies de los índices, añadimos la superficie esférica propia de los dos sistemas cúbicos, tendremos *tres grupos de cristales*, a) los monorrefringentes, llamados también *isótropos*; estos son todos del sistema cúbico; b) los cristales cuya superficie de índices es un elipsoide de revolución, llamados también *birrefringentes uniáxicos*. Este grupo está integrado por los cristales de las singonías *hexagonal, romboédrica y cuadrática*; c) Los cristales cuya superficie de índices es un elipsoide de tres ejes distintos, apellidados también *birrefringentes biáxicos*; los tales pueden pertenecer a los sistemas *ortorrómbico, monoclinico o triclínico*.

2ª — Los cristales birrefringentes (sean éstos uniáxicos o biáxicos) poseen dos superficies de índices simultáneamente, la una que corresponde al índice de refracción de la luz ordinaria (n_o) y que, siguiendo como sigue a la ley de Descartes, es una esfera; y la otra que corresponde al índice de refracción de la luz polarizada o, mejor dicho, del rayo extraordinario (n_e).

Cuando la superficie elipsoidal esté envuelta por la superficie esférica, el índice de refracción n_o será mayor que el índice de refracción n_e . Y como las velocidades de propagación de la luz son el valor inverso de los índices, teniendo $n_o > n_e$ forzosamente tendremos,

$$v < v_e$$

es decir, que la figura representativa de tal fenómeno será la de la (Fig. 217). A esta clase de cristales se los llama *uniáxicos negativos*. En el caso de ser la superficie esférica envuelta por la elipsoidal, el índice n_o será menor que el índice n_e , y por lo tanto tendremos las dos desigualdades simultáneas

$$n < n_e ; v > v_e$$

Tal es el caso representado por la (Fig. 218). A estos cristales se los llama *uniáxicos positivos*.

3ª — Para cualquier dirección OP del rayo de luz se encuentran dos índices de refracción n_o y n_e . Hay sin embargo una dirección privilegiada (OZ) para la cual los dos índices son iguales; y como OZ es la traza de un plano que ha cortado a las dos superficies según un círculo, todas las direcciones que coincidan con los radios de este círculo tendrán un solo índice ($n_o = n_e$) en los cristales *uniáxicos*; siendo, pues, ésta una dirección privilegiada.

4ª — Las direcciones privilegiadas en los cristales *biáxicos* son las que coinciden con los radios de las secciones cíclicas. (Véase fig. 211).

5ª — Las vibraciones tanto del rayo ordinario como del extraordinario, se efectuarán en los planos *normales* a los rayos de luz, es decir, en los *planos tangentes* a los elipsoides de los índices y a las esferas.

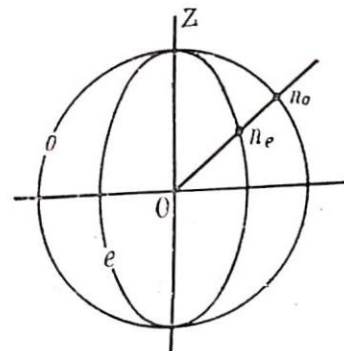


FIG. 217. Posición mutua de las superficies de los índices esférica y elipsoidal en los cristales llamados negativos.

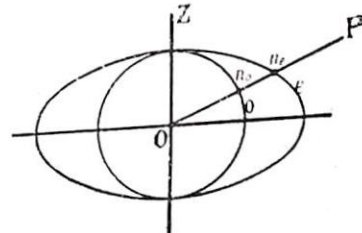


FIG. 218. Posición de esas mismas superficies en los cristales positivos.

CAPITULO DECIMO CUARTO

LA SUPERFICIE DE LOS INDICES SEGUN LA TEORIA
ELECTROMAGNETICA DE LA LUZ
EL ELIPSOIDE DE LOS INDICES. ONDAS Y PLANOS DE ONDA
LOS FENOMENOS LUMINOSOS EN LOS CRISTALES UNIAXICOS
Y BIAJICOS

El elipsoide de los índices, en la forma antes expuesta, (véase pág. 179), no abarca sino un aspecto limitado del concepto general que en la óptica tiene la superficie apellidada de los índices. En los subsiguientes párrafos queremos ocuparnos de este problema cabalmente desde el punto de vista general.

Como una consecuencia genuina de la Teoría electromagnética de la luz, se demuestra que, si **a**, **b**, **c**, son los *índices principales* de un ambiente anisótropo, y en él, el índice **a** es mayor que **b** y éste mayor que **c**, (*); y si llamamos α , β , γ a los cosenos directores de la *normal* al plano de onda, cuya definición daremos más tarde, el índice **n** de refracción, en una dirección determinada, se halla definido por las siguientes relaciones,

$$\frac{(n^2 - a^2)p}{a^2 \alpha} = \frac{(n^2 - b^2)q}{b^2 \beta} = \frac{(n^2 - c^2)r}{c^2 \gamma} \quad (1)$$

en las cuales los símbolos **p**, **q**, **r** representan los cosenos directores del vector *vibración* y cuya dirección es perpendicular a la normal.

Estas relaciones pueden escribirse también en la siguiente forma,

(*) Correspondientes a ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 que son, en la teoría de Maxwell, las constantes dieléctricas principales de un ambiente determinado.

$$\frac{p}{a^2 \alpha} = \frac{q}{b^2 \beta} = \frac{r}{c^2 \gamma}$$

Si multiplicamos numerador y denominador de la primera por α ; los de la segunda por β ; los de la tercera por γ , obtendremos

$$\frac{p \alpha}{a^2 \alpha^2} = \frac{q \beta}{b^2 \beta^2} = \frac{r \gamma}{c^2 \gamma^2}$$

Adicionándolas ahora miembro por miembro, obtendremos

$$\frac{p \alpha}{a^2 \alpha^2} = \frac{q \beta}{b^2 \beta^2} = \frac{r \gamma}{c^2 \gamma^2} = \frac{p \alpha + q \beta + r \gamma}{\left[\frac{a^2 \alpha^2}{n^2 - a^2} + \frac{b^2 \beta^2}{n^2 - b^2} + \frac{c^2 \gamma^2}{n^2 - c^2} \right]} \quad (2)$$

El numerador no es otra cosa, según sabemos por la Geometría Analítica del Espacio, sino el valor del *coseno* θ , siendo θ el ángulo formado por el vector vibración y la normal a la onda. Como, empero, el ángulo θ es recto, se deduce lógicamente la ecuación

$$p \alpha + q \beta + r \gamma = 0 \quad (3)$$

Relación que nos lleva de la mano a esta otra

$$\frac{a^2 \alpha^2}{n^2 - a^2} + \frac{b^2 \beta^2}{n^2 - b^2} + \frac{c^2 \gamma^2}{n^2 - c^2} = 0 \quad (4)$$

pues, de otro modo las relaciones (1) carecerían de sentido. La última relación puede escribirse en la siguiente forma

$$a^2 \alpha^2 (n^2 - b^2)(n^2 - c^2) + b^2 \beta^2 (n^2 - a^2)(n^2 - c^2) + c^2 \gamma^2 (n^2 - a^2)(n^2 - b^2) = 0 \quad (4')$$

El desarrollo de (4') dará una ecuación bicuadrada, función de n^4 y n^2 . Llamaremos n' y n'' a las raíces *positivas reales*. Advertimos que cada normal **L** tendrá sus propios cosenos directores e igualmente dos valores reales positivos de **n**, bien determinados.

TRES CASOS PARTICULARES INTERESANTES
Si suponemos que existe una normal **L**, particular para la cual los cosenos directores β y γ son nulos, es decir, que es una *recta normal* al plano **Oz**, el plano de onda, al cual es per-

pendicular L_c , será paralelo al plano yOz . La ecuación (4') va a simplificarse y se reducirá a esta otra

$$a^2 n^4 - a^2 (b^2 + c^2) n^2 + a^2 b^2 c^2 = 0$$

de la cual deduciremos inmediatamente los valores de n' y de n''

$$n' = b \quad n'' = c$$

Resultado que condensaremos diciendo: cuando los frentes de onda son paralelos a los planos de referencia, los índices de refracción coinciden con los índices principales.

LAS CURVAS QUE RESULTAN DE LA INTERSECCION CON LA SUPERFICIE DE LOS INDICES Y LOS PLANOS DE REFERENCIA, SON DOS: LA UNA CIRCULAR Y ELIPTICA LA OTRA

Refiriéndonos a la (Fig. 219), llamamos

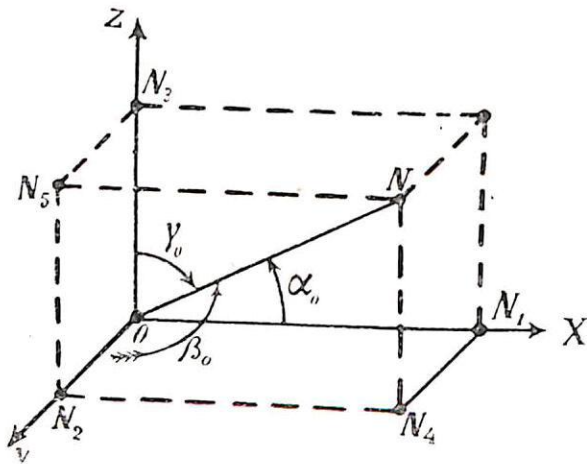


FIG. 219 Posición en el espacio del vector n (índice de refracción); y sus coordenadas cartesianas x, y, z .

$$\alpha = \cos \alpha_0 \quad \beta = \cos \beta_0 \quad \gamma = \cos \gamma_0$$

a los cosenos directores de la recta ON que tiene por coordenadas (x, y, z) , siendo

$$ON = n$$

Tratemos de expresar los cosenos directores en función de x y z , coordenadas de N

$$\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{x}{ON}; \quad \beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{y}{ON}$$

$$\gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{z}{ON}$$

Al cortar la superficie de los índices el plano $y=0$, es decir, el plano xOz , el valor de β sería nulo

$$\beta = 0 \quad (*)$$

Por consiguiente en este caso particular, la ecuación (4') toma la forma siguiente:

$$a^2 \alpha^2 (n^2 - b^2) (n^2 - c^2) + c^2 \gamma^2 (n^2 - a^2) (n^2 - b^2) = 0$$

$$(n^2 - b^2) [a^2 \alpha^2 (n^2 - c^2) + c^2 \gamma^2 (n^2 - a^2)] = 0 \quad (5)$$

Decir que $\beta=0$, es lo mismo que decir que el ángulo β_0 es igual a $\frac{\pi}{2}$, lo cual equivale a decir que ON ha sido substituido por la proyección de ON en el plano zOx ; y en este caso los ángulos α, γ son complementarios y se hallan en el plano xOz . En tal virtud, la relación general, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ se reduce a esta otra:

$$\alpha^2 + \gamma^2 = 1$$

Observemos ahora que

$$n^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (6)$$

$$[\text{proy. } ON]^2 = x^2 + z^2$$

$$\text{Por otra parte, } x = n \alpha; \quad y = n \beta; \quad z = n \gamma \quad (7)$$

Substituímos en (5) los valores de n despejados de las relaciones (7); con lo cual obtenemos

$$[x^2 + z^2 - b^2] [a^2 x^2 + c^2 z^2 - a^2 c^2 (\alpha^2 + \gamma^2)] = 0$$

$$[x^2 + z^2 - b^2] [a^2 x^2 + c^2 z^2 - a^2 c^2] = 0 \quad (8)$$

La ecuación (8) nos conduce a las dos ecuaciones simultáneas

$$[x^2 + z^2 - b^2] = 0$$

$$[a^2 x^2 + c^2 z^2 - a^2 c^2] = 0$$

(*) No olvidemos que los cosenos directores α, β, γ de una recta cualquiera L , están ligados entre sí por la relación $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$

que pueden escribirse del siguiente modo

$$(9) \quad x^2 + z^2 = b^2$$

$$(10) \quad \frac{x^2}{c^2} + \frac{z^2}{a^2} - 1 = 0$$

Vemos inmediatamente que (9) es la ecuación de un círculo de radio b y cuyo centro coincide con el origen de las coordenadas cartesianas.

La relación (10) es la ecuación de una elipse de semi-ejes a y c cuya intersección coincide igualmente con el punto de origen.

Por consiguiente, la intersección del plano xoz , $y = 0$, con la superficie de los índices, nos ofrece una doble curva plana, una de las cuales es un círculo y la otra una elipse.

Sirviéndonos de un procedimiento análogo, llegaremos a descubrir que la intersección del plano xoy ($z = 0$) creará dos curvas planas, círculo la una y elipse la otra cuyas ecuaciones son,

$$(11) \quad \begin{aligned} x^2 + y^2 &= c^2 \\ \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} - 1 &= 0 \end{aligned}$$

La intersección de la superficie de los índices con el plano yoz , ($x = 0$), nos dará, por su parte, estas otras dos curvas

$$(12) \quad \begin{aligned} y^2 + z^2 &= a^2 \\ \frac{y^2}{c^2} + \frac{z^2}{b^2} - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Con los datos ofrecidos por las ecuaciones (9), (10), (11) y (12) podremos ya construir, en los tres planos de referencia, las precisadas curvas. Ya que

$$a > b > c$$

demos a esos semi-ejes los valores 30, 20, 15, respectivamente, siendo cualquiera la unidad de longitud. La expresión gráfica de esas ecuaciones es la construcción que nos ofrece la (Fig. 220). Más tarde estudiaremos algunos detalles interesantes de la elipse y del círculo que aparecen en el plano zox .

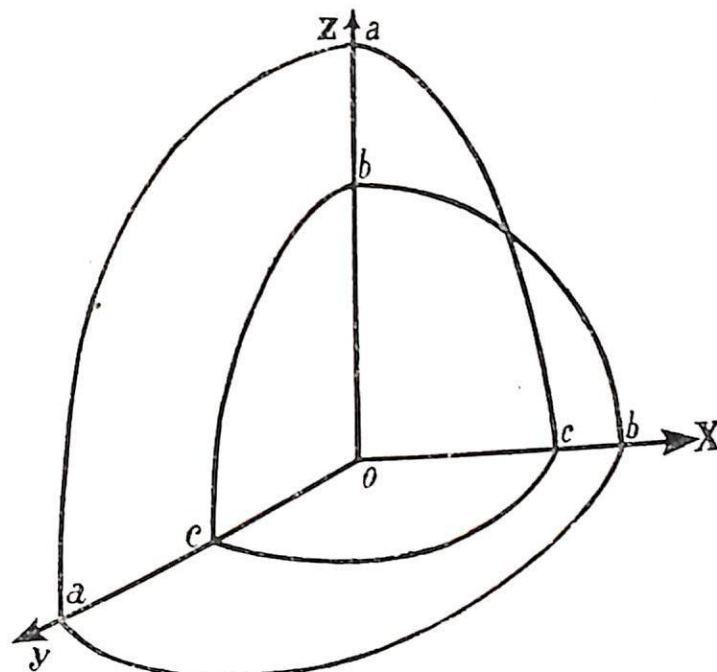


Fig. 220 Corte realizado por los principales planos de referencia en la superficie de los índices.

LA ECUACION DEL ELIPSOIDE DE LOS INDICES DEDUCIDA DE LA FORMULA FUNDAMENTAL (4).

Retrocedamos a la fórmula (4), y tratemos de eliminar en ella los cosenos directores α , β , γ de la normal MH (figura 221) al plano de onda. Escribamos la fórmula (1) del siguiente modo

$$\frac{\left(\frac{n^2}{a^2} - 1\right) p}{\alpha} = \frac{\left(\frac{n^2}{b^2} - 1\right) q}{\beta} = \frac{\left(\frac{n^2}{c^2} - 1\right) r}{\gamma}$$

Multipliquemos numerador y denominador de la primera por p , los de la segunda por q , los de la tercera por r ; luego adicionémoslas. Hecho lo cual obtendremos la nueva expresión (13) que es igual a las tres anteriores

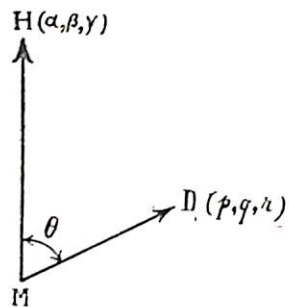


FIG. 221 El vector vibración D, y la normal H al plano de onda.

$$(13) \quad n^2 \left(\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2} \right) - 1 = 0$$

Como el vector D de la vibración, de cosenos directores (p q r), es normal al vector MH, — MH (Fig. 222) es, a su vez, normal al plano de onda. — el denominador de la expresión (13) debe ser nulo ya que el denominador no es sino el valor de *cos θ* (véase fórmula 3, pág. 187). Para que subsista la realidad expresada por las proporciones (1) es, necesario que también el numerador sea nulo. Por consiguiente

$$(14) \quad \frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2} = \frac{1}{n^2}$$

Desde un punto O cualquiera tracemos ahora un vector ON paralelo al vector MD; y en él un segmento dirigido ON = n siendo las c ordenadas del punto N x, y, z. Tendremos evidentemente

$$x = np; y = nq; z = nr$$

Despejando de estas relaciones los valores de p, q, r en función de x, y, z, e introduciendo esos valores en (14) obtendremos

$$(15) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

La relación (15) es la ecuación de un elipsoide triáxico de semi-ejes a, b, c. Es la del *elipsoide de los índices*.

Observemos que en esta última construcción la dirección de las velocidades del rayo luminoso cuyas vibraciones son X, Y, Z, serán perpendiculares a las direcciones de ON (n_x, n_y, n_z), es decir, de los índices de refracción, ya que, según la construcción, la dirección de éstos es paralela a la de la vibración luminosa. Esta observación resultará aún más clara con la exposición que hacemos en el párrafo siguiente.

LA SUPERFICIE Y EL PLANO DE ONDA
CONSTRUCCION DE UNO Y OTRA

En un ambiente isotrópico, es decir, en un medio en el que la luz puede propagarse en todas direcciones, con la misma velocidad al rededor de un punto luminoso P, por ejemplo, el aire, el agua, el vidrio, las ondas luminosas son esféricas. Denomínase frente de onda a la superficie continua, — en el caso de los ejemplos, la esférica —, que se ha integrado por todas las partículas que comienzan su vibración en el mismo instante de tiempo. En términos de Mecánica racional diremos que todos los puntos de esa superficie están en concordancia de fase.

Convendremos en estudiar los fenómenos de propagación de una luz monocromática, de aquello que en su vibración sinusoidal está perfectamente caracterizada por una longitud λ de onda bien definida; o lo que es lo mismo por un período T determinado. Denominaremos v a la velocidad de propagación a lo largo de la normal MH al plano de onda.

Como hay una relación recíproca entre el índice n y la velocidad v, ligadas entre sí por la ecuación

$$v = \frac{1}{n}$$

Admitamos que de la superficie elipsóidica de los índices (fórmula 15) hemos pasado al elipsoide de las velocidades mediante la transformación por radios vectores recíprocos. (*)

En un ambiente anisótropo consideremos una onda plana P₀ P₀ (Fig. 222) proveniente de una fuente luminosa al infinito.

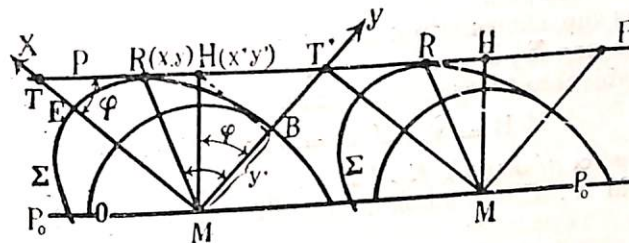


FIG. 222. Posiciones mutuas de las superficies de ondas y de los planos de onda

(*) El problema geométrico de la inversión o transformación por radios vectores recíprocos se halla discutido en cualquier Geometría Elemental completa. Véase este problema por ejemplo, en «Complements de Géométrie» por A. GREVY. — París Vuibert et Nony, éditeurs, págs. 564 y siguientes.

En tales condiciones, tenemos derecho para identificar la onda elipsoidal con una onda plana, siempre que el foco luminoso se halle a una distancia muy grande. En virtud del principio de Huyghens, esa onda plana es, a su vez, una nueva fuente de luz y la propagación de ella se hace como si todos los puntos M, M_1, M_2, \dots, M_n , fuesen focos emisores, independientes, de vibraciones *síncronas*. Al cabo de la primera unidad de tiempo, esas vibraciones van a formar las superficies $\Sigma, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots$, etc., elipsoidales de centro M, M_1, M_2, \dots etc.; superficies que admiten, como plano tangente común, al plano PP , paralelo a P_0P_0 . Quiere esto decir que al cabo de la primera unidad de tiempo, el plano P_0 ocupa la posición de P . Veamos cual es la velocidad v_0 de un rayo extraordinario y cuál la velocidad v_e de la onda luminosa. Estudiaremos estas velocidades en el ambiente óptico de un *crystal uniaxíco*.

VELOCIDAD DE UN RAYO EXTRAORDINARIO EN UN CRISTAL UNIAXICO

Suponemos conocidos los índices extremos o máximos del cristal, n_0 y n_e y que son al mismo tiempo los semi-ejes del elipsoide de revolución del cristal uniaxíco negativo (véase pág. 185). Conocemos, pues, igualmente v_0, v_e . Prácticamente el índice n_0 y la velocidad v_0 del rayo ordinario son constantes. No así los del rayo extraordinario, índice y velocidad que cambian de valor con la dirección; y es este valor el que vamos a calcular. Supongamos que un plano paralelo a la hoja del dibujo, perpendicular a los planos de onda cuyas trazas son P_0P_0 y PP , corta a las superficies elipsoidales; y que esos cortes en el plano del dibujo son Σ, Σ, \dots etc. Tendremos en virtud de lo ya antes establecido (véase figura 222).

$$MB = v_0; ME = v_e; MR = v_r$$

Llamemos α al ángulo $RM B$. ángulo de refracción luminosa del rayo MR . Conocemos la ecuación de la elipse Σ , que es la siguiente

$$(16) \quad v_0^2 x^2 + v_e^2 y^2 - v_0^2 v_e^2 = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{y}{MR} = \frac{y}{v_r}; \quad \sin \alpha = \frac{x}{MR} = \frac{x}{v_r}$$

$$y = v_r \cos \alpha, \quad x = v_r \sin \alpha$$

Substituyendo estos valores de x, y en la ecuación (16) obtendremos

$$v_0^2 v_r^2 \sin^2 \alpha + v_e^2 v_r^2 \cos^2 \alpha = v_0^2 v_e^2$$

$$v_r^2 (v_0^2 \sin^2 \alpha + v_e^2 \cos^2 \alpha) = v_0^2 v_e^2$$

$$(17) \quad v_r^2 = \frac{v_0^2 v_e^2}{v_0^2 \sin^2 \alpha + v_e^2 \cos^2 \alpha}$$

La fórmula (17) nos ofrece el valor de la velocidad de propagación del rayo MR en función de las velocidades máxima v_e y de la velocidad mínima v_0 .

VELOCIDAD DE LA ONDA LUMINOSA EN UN CRISTAL UNIAXICO NEGATIVO VALOR DE SU INDICE \mathcal{E} DE REFRACCIÓN

Consideremos una serie de ondas luminosas Σ, Σ provocadas por los puntos M, M del plano de onda P_0P_0 (fig. 222). Llamamos α , como en el número anterior, al ángulo $RM B$, al que denominaremos ángulo de refracción. Sea MR la distancia franqueada por ellos en la *unidad de tiempo*. Mientras los rayos han recorrido la distancia MR , la onda no ha hecho sino el trayecto MH , distancia de un plano de onda P_0P_0 , al subsiguiente, al cabo de un tiempo igual a 1. Sea,

$$(18) \quad w = MH$$

Esta distancia nos representará la *velocidad de la onda* que acompaña a los rayos MR . Llamemos,

$$\angle T'MH = \phi$$

Como la perturbación luminosa es causa de la formación de la onda, el índice \mathcal{E}_R de refracción del rayo será igualmente el de la refracción de la onda. Tendremos por lo tanto,

$$(18) \quad w = \frac{1}{\mathcal{E}}$$

En Geometría Analítica se demuestra que, si $R(x, y)$ es un punto de la elipse, $H(x', y')$ un punto de la tangente TT' a ella, la ecuación de esta tangente es

$$(19) \quad \frac{xx'}{a^2} + \frac{yy'}{b^2} - 1 = 0$$

y como

$$a = v_e; \quad b = v_0$$

la ecuación anterior toma la siguiente forma

$$(20) \quad \frac{x x'}{v_e^2} + \frac{y y'}{v_o^2} - 1 = 0$$

Si substituimos en (19) o (20) las coordenadas de T (MT, O) y de T' (O, MT'), que son puntos de la tangente, obtendremos

$$(21) \quad MT = \frac{v_e^2}{x} \quad ; \quad MT' = \frac{v_o^2}{y}$$

Combinando las relaciones (18) y (21), obtendremos fácilmente las siguientes ecuaciones

$$\text{sen } \phi = \frac{MH}{MT} = \frac{w x}{v_e^2} \quad ; \quad \text{cos } \phi = \frac{MH}{MT'} = \frac{w y}{v_o^2}$$

$$(22) \quad x = \frac{v_e^2 \text{sen } \phi}{w} \quad ; \quad y = \frac{v_o^2 \text{cos } \phi}{w}$$

Trasladamos a la ecuación (16) de la elipse los valores de x, y ofrecidos por las relaciones (22)

$$v_o^2 \frac{v_e^4 \text{sen}^2 \phi}{w^2} + v_e^2 \frac{v_o^4 \text{cos}^2 \phi}{w^2} = v_o^2 v_e^2$$

de la cual deducimos la siguiente

$$(23) \quad v_e^2 \text{sen } \phi + v_o^2 \text{cos}^2 \phi = w^2$$

La expresión (23) es la ecuación de la velocidad del frente de onda en un cristal uniaxial negativo en función de la velocidad máxima y mínima del elipsoide de las velocidades.

Expresemos ahora la ecuación de w en función de las coordenadas x', y' de H

$$(24) \quad \text{sen } \phi = \frac{x'}{w} \quad ; \quad \text{cos } \phi = \frac{y'}{w}$$

No olvidemos que entre sen ϕ y cos ϕ existe la relación conocida fundamental

$$\text{sen}^2 \phi + \text{cos}^2 \phi = 1$$

En ella substituimos los valores (24)

$$\left(\frac{x'}{w}\right)^2 + \left(\frac{y'}{w}\right)^2 = 1$$

$$(x')^2 + (y')^2 = w^2$$

Si en la ecuación (23) substituimos los valores de sen ϕ y cos ϕ dados por las relaciones (24), obtendremos la ecuación

del óvalo, es decir de la curva de cuarto grado que es el lugar geométrico de los puntos H, extremos de la normal MH al frente de onda. Esta es

$$(25) \quad v_e^2 (x')^2 + v_o^2 (y')^2 = [(x')^2 + (y')^2]^2 \quad (*)$$

El valor del índice de refracción de la onda se le obtiene del siguiente modo, Conocemos ya las relaciones

$$v_e = \frac{1}{n_e} \quad ; \quad v_o = \frac{1}{n_o} \quad ; \quad w = \frac{1}{\mathcal{E}}$$

que no son sino la traducción para los casos particulares de la relación general $v = \frac{1}{n}$. Introducimos estas nuevas variables en la ecuación (23). Hecho lo cual obtendremos la siguiente

$$\frac{\text{sen}^2 \phi}{n_e^2} + \frac{\text{cos}^2 \phi}{n_o^2} = \mathcal{E}^2$$

De la cual es fácil deducir la fórmula (26) que nos da el valor del índice de refracción de la onda

$$(26) \quad \mathcal{E} = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \text{sen}^2 \phi + n_e^2 \text{cos}^2 \phi}}$$

DIRECCIONES DE LA VIBRACION LUMINOSA EN LOS CRISTALES UNIAXICOS

En la (Fig. 223) representamos la sección principal de un cristal de calcita (cristal negativo); y en ella el elipsoide de las velocidades, siendo My uno de sus semi-ejes, paralelo al eje cristalográfico ternario. Un rayo de luz que entra por M dará origen a dos rayos refractados, al rayo ordinario MH y al extraordinario MR. Al cabo de la unidad de tiempo, la perturbación

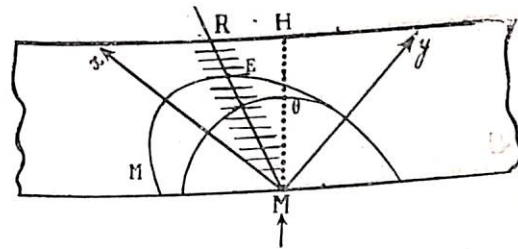


FIG. 223. Sentido de las vibraciones de los rayos ordinario y extraordinario.

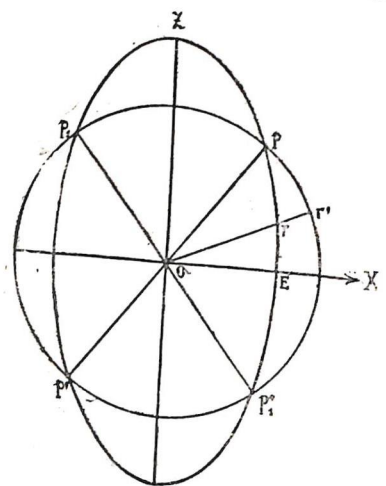
(*) Muy luego daremos la construcción del óvalo definida por la ecuación (25) en la figura 228.

que sea la dirección de la transmisión en el plano xoz , el frente del rayo será un círculo.

El otro rayo, cuyas vibraciones se hallan en el plano xoz , avanzará con una velocidad variable, según la dirección de los radios vectores de la elipse, cuyo semi-eje mayor es γ y cuyo semi-eje menor es α . Siendo las vibraciones del rayo OR paralelas a la tangente geométrica a la elipse (figura 223), sólo llegarán a ser normales al rayo OR cuando éste c incida con los semi-ejes ox , oz .

Resumimos lo expuesto. En el plano xoz hemos encontrado dos curvas: la una circular, que representa el frente de los rayos cuyas vibraciones son perpendiculares al plano del dibujo; la segunda elíptica que representa el frente de los rayos cuyas vibraciones están contenidas en el plano del dibujo. En este segundo caso, las vibraciones no hacen siempre ángulo recto con la dirección del rayo.

Todos estos resultados se hallan gráficamente consignados en el plano xoz de las (Figs. 220 y 225). El círculo de radio ob en la primera es el círculo



de radio $op = \frac{1}{\beta}$ en la segunda; el semi-eje menor oc de la elipse en la figura 220 corresponde al semi-eje $OE = \frac{1}{\gamma}$ de la fig. 225; el semi-eje mayor oa de la primera corresponde a $oz = \frac{1}{\alpha}$ en la segunda.

Veamos ahora lo que pasa en el plano yoz . También aquí tendremos dos rayos que parten de O en dirección de y . El uno con vibraciones paralelas a oz y teniendo γ por índice de refracción, marchará con una velocidad

$$(30) \quad v_p = (v_y)^z = \frac{1}{\gamma}$$

FIG. 225. Génesis de la superficie de los índices siendo el elipsoide de los mismos el punto de partida.

El otro rayo con vibraciones paralelas a ox y teniendo a α por índice de refracción; la velocidad v_g de él será

$$(31) \quad v_g = (v_y)^x = \frac{1}{\alpha}$$

Consideremos ahora la luz en marcha siguiendo la dirección oz , estando, por consiguiente, localizadas las vibraciones de él en el plano xoy . Uno de los rayos tendrá sus vibraciones paralelas a oy y será β su índice de refracción. La velocidad de él v_m será

$$(32) \quad v_m = (v_z)^y = \frac{1}{\beta}$$

El otro rayo va a vibrar paralelamente a ox y será α su índice, y su velocidad v_g igual a

$$(33) \quad v_g = (v_z)^x = \frac{1}{\alpha}$$

En cualquiera otra dirección intermedia, por ejemplo os (fig. 223) habrá dos rayos, el uno con vibraciones perpendiculares al plano yoz , tendrá α por índice y por velocidad $\frac{1}{\alpha}$, velocidad que, teniendo como tiene vibraciones paralelas a una misma dirección, será uniforme e igual para toda dirección; el frente de onda de los rayos será, en tal virtud, un círculo. El otro rayo, con sus vibraciones localizadas en el plano zoy , tendrá velocidades variables en función de los ejes de la elipse γ y β . En el plano yoz , de la figura 220, consignamos estos resultados, a excepción de las vibraciones cuya representación no consta en el dibujo.

Pasamos a examinar finalmente los fenómenos que se realizan en el plano xoy . Todos los rayos que tienen vibraciones paralelas a oz tendrán una marcha igual y franquearán la distancia $d = v_p$ en la unidad de tiempo; esta velocidad será

$$(34) \quad v_p = (v_d)^x = \frac{1}{\gamma}$$

cualquiera que sea la dirección del rayo en dicho plano. El frente de onda de este rayo es por consiguiente un círculo de radio igual a $\frac{1}{\gamma}$. Los rayos cuyas vibraciones se hallan en el pla



del éter provocada por el rayo ordinario alcanzará el punto E, mientras el rayo extraordinario E habrá llegado a E en ese mismo tiempo.

El rayo ordinario se conduce en un ambiente anisótropo prácticamente como se conduce en una substancia isotrópica, pues, tal rayo, obedeciendo a la ley de Descartes, posee un índice de refracción n constante; las vibraciones de él se efectúan perpendiculares a la dirección de propagación. En la figura 223 representamos por puntos en la dirección MH esas vibraciones del rayo extraordinario, según los postulados de la teoría electro-magnética, hacen ángulo recto, no con la dirección ME, sino con la dirección MH. Esas vibraciones están figuradas en el dibujo por las pequeñas líneas transversales al rayo extraordinario ME.

EL PROCESO LUMINOSO EN LOS CRISTALES BIAXICOS

Ya hemos visto que en esta clase de cristales el elipsoide de los índices tiene tres semi-ejes distintos **a, b, c** siguiendo las direcciones x, y, z respectivamente y que son perpendiculares entre sí, (véase pág. 184). Tales ejes fueron apellidados, sobre todo por los autores del siglo pasado, *ejes de elasticidad*. En lo que se refiere a los fenómenos luminosos, las direcciones antedichas gozan de ciertos privilegios, como vamos luego a ver.

Suponemos, ante todo, que el orden de las magnitudes de los ejes obedece a la doble desigualdad.

$$a < b < c$$

y tomamos las direcciones ox, oy, oz , no como las direcciones de la propagación de la luz sino como la de la vibración luminosa (véase pág. 192).

Imaginémonos que en el punto 0 (Fig. 224) hay un centro luminoso. De 0 parten rayos en dirección de ox, oy, oz . Llamemos α, β, γ a los índices de refracción *mínimo, medio y máximo*, a los que se los designa igualmente con los símbolos n_p, n_m, n_g . En la predicha figura establecemos la correspondencia entre los ejes del elipsoide y estos símbolos.

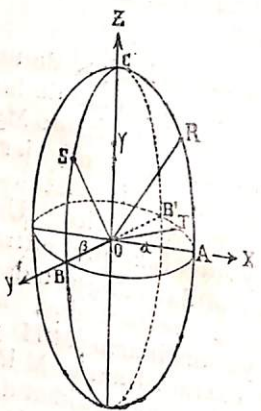


FIG. 224. El elipsoide de los índices.

$$(27) \quad OC = \gamma \quad ; \quad OB = \beta \quad ; \quad OA = \alpha$$

Consideremos ahora los rayos que vibran en el plano zoy . Del punto 0 parten *dos rayos en dirección* de ox : a) el uno que vibra paralelamente al eje oz y cuya velocidad vamos a ver. Para ello consideremos que OA es al mismo tiempo índice de refracción ($\alpha = n_p$), y la dirección del trayecto recorrido por la luz en la unidad de tiempo. En la dirección ox , habrá, pues, un punto A' que obedezca a la condición:

$$OA' = v_p$$

pero sabemos que $\frac{1}{\gamma}$ es menor que $\frac{1}{\alpha}$ y $\frac{1}{\beta}$. De aquí concluimos la relación

$$v_p = \frac{1}{\gamma}$$

Para figurar con un solo símbolo tanto la dirección de la velocidad como de la vibración, acompañaremos al símbolo **v** *dos índices*, el superior indicará la dirección de la vibración y el inferior la dirección de la propagación. Por lo tanto

$$(28) \quad v_p = (v_x)^z = \frac{1}{\gamma}$$

La relación (28) nos enseña que el índice de refracción del rayo menos rápido es el valor inverso de su velocidad; y viceversa.

b) El otro rayo que va en dirección ox y que vibra paralelamente a oy tiene una velocidad igual a $\frac{1}{\gamma}$; la razón de ello es análoga a la ya enunciada. En tal virtud

$$(29) \quad v_m = (v_x)^y = \frac{1}{\beta}$$

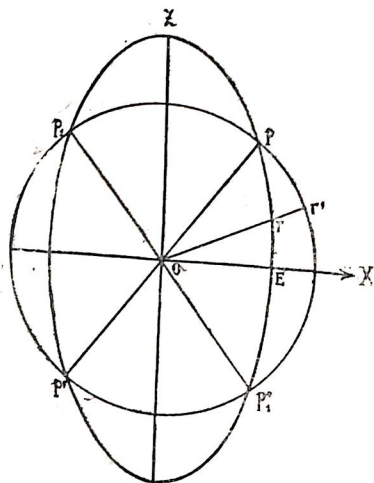
Tomemos ahora una dirección intermedia OR, pero siempre en el plano xoz . Uno de los rayos tendrá sus vibraciones constantemente paralelas a oy , ya que OR será siempre normal a oy . La velocidad de él será constantemente igual a $\frac{1}{\beta}$; y la distancia franqueada en la unidad de tiempo, —la velocidad—, será igual a $\frac{1}{\beta}$. Como la velocidad es la misma, cualquiera

que sea la dirección de la transmisión en el plano xoz , el frente del rayo será un círculo.

El otro rayo, cuyas vibraciones se hallan en el plano xoz , avanzará con una velocidad variable, según la dirección de los radios vectores de la elipse, cuyo semi-eje mayor es γ y cuyo semi-eje menor es α . Siendo las vibraciones del rayo OR paralelas a la tangente geométrica a la elipse (figura 223), sólo llegarán a ser normales al rayo OR cuando éste c incida con los semi-ejes ox , oz .

Resumimos lo expuesto. En el plano xoz hemos encontrado dos curvas: la una circular, que representa el frente de los rayos cuyas vibraciones son perpendiculares al plano del dibujo; la segunda elíptica que representa el frente de los rayos cuyas vibraciones están contenidas en el plano del dibujo. En este segundo caso, las vibraciones no hacen siempre ángulo recto con la dirección del rayo.

Todos estos resultados se hallan gráficamente consignados en el plano xoz de las (Figs. 220 y 225). El círculo de radio ob en la primera es el círculo



de radio $op = \frac{1}{\beta}$ en la segunda; el semi-eje menor oc de la elipse en la figura 220 corresponde al semi-eje $OE = \frac{1}{\gamma}$ de la fig. 225; el semi-eje mayor oa de la primera corresponde a $oz = \frac{1}{\alpha}$ en la segunda.

Veamos ahora lo que pasa en el plano yoz . También aquí tendremos dos rayos que parten de O en dirección de y . El uno con vibraciones paralelas a oz y teniendo γ por índice de refracción, marchará con una velocidad

$$(30) \quad v_p = (v_y)^z = \frac{1}{\gamma}$$

El otro rayo con vibraciones paralelas a ox y teniendo α por índice de refracción; la velocidad v_g de él será

$$(31) \quad v_g = (v_y)^x = \frac{1}{\alpha}$$

Consideremos ahora la luz en marcha siguiendo la dirección oz , estando, por consiguiente, localizadas las vibraciones de él en el plano xoy . Uno de los rayos tendrá sus vibraciones paralelas a oy y será β su índice de refracción. La velocidad de él v_m será

$$(32) \quad v_m = (v_z)^y = \frac{1}{\beta}$$

El otro rayo va a vibrar paralelamente a ox y será α su índice, y su velocidad v_g igual a

$$(33) \quad v_g = (v_z)^x = \frac{1}{\alpha}$$

En cualquiera otra dirección intermedia, por ejemplo os (fig. 223) habrá dos rayos, el uno con vibraciones perpendiculares al plano yoz , tendrá α por índice y por velocidad $\frac{1}{\alpha}$. velocidad que, teniendo como tiene vibraciones paralelas a una misma dirección, será uniforme e igual para toda dirección; el frente de onda de los rayos será, en tal virtud, un círculo. El otro rayo, con sus vibraciones localizadas en el plano zoy , tendrá velocidades variables en función de los ejes de la elipse γ y β . En el plano yoz , de la figura 220, consignamos estos resultados, a excepción de las vibraciones cuya representación no consta en el dibujo.

Pasamos a examinar finalmente los fenómenos que se realizan en el plano xoy . Todos los rayos que tienen vibraciones paralelas a oz tendrán una marcha igual y franquearán la distancia $d = v_p$ en la unidad de tiempo; esta velocidad será

$$(34) \quad v_p = (v_a)^z = \frac{1}{\gamma}$$

cualquiera que sea la dirección del rayo en dicho plano. El frente de onda de este rayo es por consiguiente un círculo de radio igual a $\frac{1}{\gamma}$. Los rayos cuyas vibraciones se hallan en el pla



no x o y marcharán con velocidades variables, según las direcciones de ellos. El rayo que marcha a lo largo de ox tendrá sus vibraciones paralelas a oy y un índice de refracción igual a β . Su velocidad v_m será igual a

$$(35) \quad v_m = (v_x)^y = \frac{1}{\beta}$$

Los rayos intermedios OT tienen una vibración paralela en dirección a la tangente a la elipse y por velocidad, v_t , una función de α y β .

La condensación gráfica de los resultados habidos tras esta discusión, resultados relativos a los fenómenos luminosos realizados en el elipsoide de las velocidades, será una combinación de elipses y los círculos, en los tres planos de referencia, en todo igual a la figura 220, ya encontrada antes, mediante el método puramente algebraico.

Observación.—Queremos insistir en la correspondencia recíproca existente entre la superficie de los índices y el elipsoide de los mismos. En un párrafo anterior vimos cómo de la ecuación de la superficie se podía pasar a la del elipsoide; ahí ra vemos que, recíprocamente, del elipsoide de los índices hemos deducido la representación del sólido o superficie de los mismos.

EJES OPTICOS PRIMARIOS

Hemos visto ya que en el elipsoide de los índices hay dos secciones cíclicas (fig. 211) y que son *dos secciones circulares*. Como una consecuencia general de lo estudiado hasta aquí podemos enunciar la siguiente regla: toda sección hecha en el elipsoide, y que es una sección elíptica, representa los índices de refracción de los rayos cuyas vibraciones se hallan en la sección, o son paralelas a ella, y cuyos frentes de onda marchan en dirección normal a la misma.

Retrocedamos a la figura 226 (reproducción de la fig. 220). En ella vemos que el único sitio en donde coinciden los dos frentes de onda, circular la una y elíptica la otra, es el punto n' , sitio en el cual el óvalo corta al círculo. El rayo que marcha en la dirección Or' es el que provoca este frente de onda. El punto n' queda perfectamente determinado por la intersección de la normal On' (MH en la figura 222) al frente de onda. Por esta razón, On' representa la dirección de la transmisión de la onda,

onda provocada por el rayo Or . El rayo particular de que nos ocupamos es uno de aquellos cuyo frente de onda es tangente tanto al círculo como a la elipse. En otros términos, éste es uno de los rayos que hace avanzar a las dos ondas, a lo largo de una dirección común, con la misma velocidad.

Pero un plano tangente a los frentes de onda, tangente en r' y n' lo será a la superficie de las velocidades también en otros puntos, a saber, en los de un círculo continuo cuyo diámetro sea $r'n'$. Desde que la normal On' a la onda forma un ángulo recto con la tangente $r'n'$, y ésta es la traza de la base de un cono $r'On'$ cuyo vértice se hallaría en o , se infiere que, todos los rayos refractados de o a r' o a otro punto del círculo de base del cono, deben estar representadas por una onda que marcha a lo largo de la normal On' . La línea On' representa, por consiguiente, la única línea a lo largo de la cual marcha más de una onda. Esta línea On' debe hacer ángulo recto con la sección cíclica del elipsoide de los índices ya que es la sola dirección según la cual los dos frentes de onda caminan con igual velocidad y por consiguiente tienen el mismo índice de refracción. Este eje On' , se apellida *eje óptico primario*, o *eje óptico binormal*. (*)

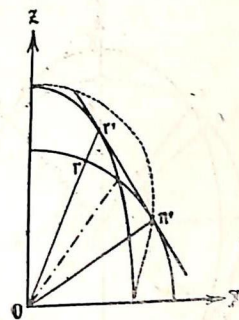


FIG. 226. Figuración de la cuarta parte del óvalo; es la designada por puntos. Mn' , es la línea a lo largo de la cual marchan dos ondas con igual velocidad.

CALCULO DE LOS EJES OPTICOS

Retrocedamos por algunos instantes a la figura 211. Tomemos una de las secciones cíclicas; y conservando fijo el punto o , hagamos girar a una de ellas, por ejemplo, a la sección $RM R'$, en torno de o de modo que el diámetro OM tome la dirección del eje menor $E E'$ de la elipse; y la del otro OR llegue a coincidir con la del eje mayor $S' S$ de la misma. Hecho este traslado obtendremos una figura análoga a la del dibujo 227.

(*) Confer "Manual of Petrographic Methods", by Albert Jahannsen Mc Graw - Hill Books, edición de 1934. pág. 100 y siguientes.

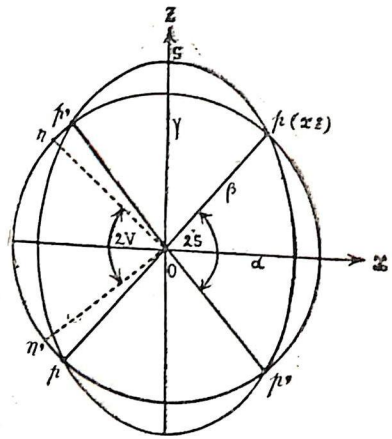


FIG. 227. Cálculo del ángulo $2V$ de los ejes ópticos primarios de un cristal biáxico.

Sean las líneas pp , $p'p'$ las trazas dejadas en el plano XOZ por las intersecciones de las dos secciones cíclicas $RM R'$ y TT' (figura 211) con el plano XOZ . Trazamos las perpendiculares on a pp y on' a $p'p'$. El ángulo formado por on y on' es el ángulo de los ejes, $2V$, que vamos a calcular.

Siendo α , β , γ los índices menor, medio y mayor del cristal biáxico, y estos mismos los semi ejes del elipsoide, su ecuación será

$$(36) \quad \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

El punto p , común a la sección cíclica y al plano x o z tiene por coordenadas $(x, 0, z)$. Por consiguiente la intersección del plano $y = 0$ y el elipsoide anterior nos será dada por la ecuación

$$(37) \quad \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

La ecuación (37) es la de la elipse trazada en el plano x o z . Por otra parte el punto $p(x, z)$ es también punto del círculo de radio β . Por consiguiente $\beta^2 = x^2 + z^2$

$$(38) \quad x^2 = \beta^2 - z^2$$

Introducimos el valor de x tomado de (38) en la ecuación (37). Tendremos

$$(39) \quad \frac{\beta^2 - z^2}{\alpha^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

La ecuación (39) es una ecuación de 2º grado en z
 $z^2(\alpha^2 - \gamma^2) = \gamma^2(\alpha^2 - \beta^2)$

$$(40) \quad z^2 = \frac{\gamma^2(\alpha^2 - \beta^2)}{\alpha^2 - \gamma^2}$$

Para deducir el valor de x introducimos en (38) el de z obtenido con la última relación. Tendremos

$$(41) \quad x^2 = \frac{\alpha^2(\gamma^2 - \beta^2)}{\gamma^2 - \alpha^2}$$

Entre los ángulos $2V$ y $2S$ existe la relación
 $2V + 2S = \pi$

Porque las líneas on y on' son respectivamente perpendiculares a pp , $p'p'$. Por lo tanto

$$V + S = \frac{\pi}{2}$$

$$V = \frac{\pi}{2} - S$$

$$\text{tg } V = \text{cotg } S$$

Pero $\text{tg}^2 S = \frac{z^2}{x^2} = \frac{\gamma^2(\beta^2 - \alpha^2)}{\alpha^2(\gamma^2 - \beta^2)}$

$$(42) \quad \text{tg}^2 V = \frac{\alpha^2(\gamma^2 - \beta^2)}{\gamma^2(\beta^2 - \alpha^2)}$$

La fórmula (42) nos ofrece el medio para encontrar el valor del ángulo $2V$, una vez conocidos los índices principales del cristal biáxico.

EJES OPTICOS SECUNDARIOS

Examinemos un poco más detenidamente la figura 225. En ella encontramos 4 puntos p, p, p', p' que son los puntos de intersección de los dos frentes de onda provocados por los rayos ordinario y extraordinario.

Como estas curvas son la representación geométrica de la velocidad de los rayos, éstos perderán la doble refracción a lo largo de las líneas pp y $p'p'$, y en interior del cristal; no así cuando salgan de él. Porque desde ese instante las ondas van a marchar normalmente con respecto a las tangentes $t_1 t_2$ y $l_1 l_2$ al círculo y a la elipse respectivamente. Desde ese instante, no teniendo ya las ondas un frente común, tendrá lugar la doble refracción y por consiguiente, marchará desde p al exterior dos ondas de luz en las direcciones po y pe (Fig. 228).

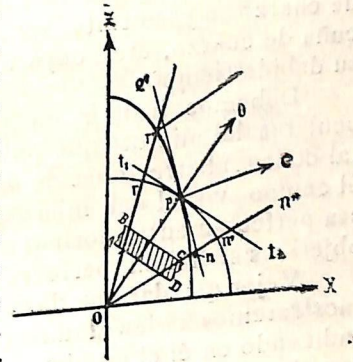


FIG. 228. Los ejes ópticos secundarios en un cristal biáxico.

Las direcciones pp y $p'p'$, a lo largo de las cuales marchan los dos rayos con igual velocidad se apellidan direcciones de los ejes ópticos secundarios.

CAPITULO DECIMO QUINTO

EL MICROSCOPIO POLARIZANTE OBSERVACIONES CON LA LUZ NATURAL

El microscopio polarizante

Las partes esenciales de un *microscopio mineralógico* coinciden con las del microscopio ordinario tanto en lo mecánico como en lo óptico; sólo que aquel posee algunos dispositivos más para la observación de los fenómenos con luz polarizada. Tales son los nicoles polarizador y analizador; el equipo de lentes condensadoras para la producción de la luz convergente; la presencia de una lente adicional, llamada de Bertrand, para el examen de las figuras de interferencia; las laminillas auxiliares de cuarzo o yeso tinte sensible, de mica cuarto de onda, de la cuña de cuarzo, etc., cuya utilidad y empleo serán estudiadas a su debido tiempo.

Debemos insistir en la necesidad de que los objetivos y oculares del microscopio polarizante tengan una corrección total de las aberraciones de esfericidad, acromatismo y otras; que el campo visual del microscopio sea amplio; que el eje óptico sea perfectamente normal a la platina del microscopio; que los objetivos se hallen perfectamente centrados.

Mejor que dar una descripción literal detallada del aparato, mostraremos a los alumnos el modelo KM de la Casa Leitz, indicando en él el nombre y utilidad de las diferentes piezas integrales.

LA FÓRMULA DEL AUMENTO

De las fórmulas geométricas relativas al microscopio, la que mayor empleo va a tener es la relativa al agrandamiento o ampliación del objeto puesto al examen. Establezcamos esa re-

La (Fig. 230) AOB es el objeto sometido al examen del microscopio. Visto a través de la lente 1 va a dar una *imagen real invertida* en A'O'B'. Esta imagen real es vista ahora por una segunda lente L, imagen que cae entre el foco F' y el centro C de ella. La construcción geométrica, por los métodos habituales, nos permite trazar la imagen virtual A₂O₂ del objeto OA. Advertimos que f', f son los focos de la lente 1.

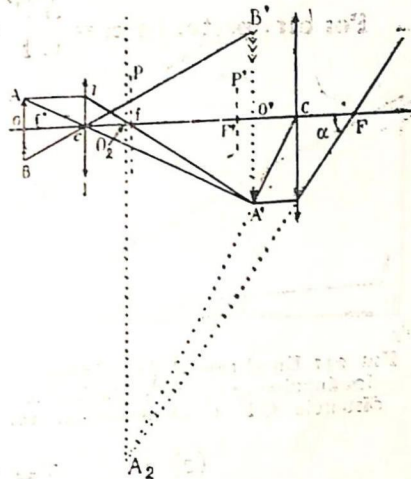


FIG. 230 Fórmula del aumento del microscopio.

Por f pasa el plano focal P de la primera lente. Los puntos F F' son los focos de la segunda lente; c y C son los centros ópticos de la primera (1) y de la segunda (L) respectivamente.

Llamemos,

f = distancia focal de 1 (30 mm.)

F = distancia focal de L (40 mm.)

Δ = distancia de los planos focales P y P' (70 mm.)

Consideremos los triángulos semejantes Icf, f'O'A'

$$\frac{Ic}{cf} = \frac{A'O'}{f'o'} \quad ; \quad \frac{Ic}{A'O'} = \frac{cf}{f'o'}$$

$$\frac{A'O'}{Ao} = \frac{f'o'}{f}$$

Pero como la distancia O'F' es en realidad insignificante, podemos suponer la igualdad

$$f'o' = fF' = \Delta$$

$$\frac{A'o'}{Ao} = \frac{\Delta}{f}$$

$$(1) \quad A'O' = Ao \frac{\Delta}{f}$$

$$\text{Por otra parte, } \operatorname{tg} \alpha = \frac{A'O'}{CF} = \frac{A'O'}{F}$$

Pero en el microscopio los ángulos que intervienen son pequeños; podemos, pues, confundir la $\operatorname{tg} \alpha$ con el mismo ángulo α ; y escribir (Fig. 231).

$$\alpha = \frac{A'O'}{F}$$

Y si substituyo en el valor de α , tomándolo de (1), el de $A'O'$, obtendremos,

$$(2) \quad \alpha = \frac{1}{F} \cdot \frac{\Delta}{f} \cdot AO$$

Coloquemos ahora tanto AO como A_2O_2 a la distancia de la *visión distinta*, o sea, 250 mm, para las vistas normales; la relación de estas magnitudes serán las relaciones de las tangentes y, en el caso actual tratándose de ángulos pequeños, la de los ángulos α y β . Pues, tenemos

$$(3) \quad \frac{OA}{OF} = \operatorname{tg} \beta; \quad \frac{O_2A_2}{O_2F} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{O_2A_2}{OA} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\frac{\alpha}{OA}} = OF \frac{\alpha}{OA}$$

$$(4) \quad O_2A_2 = OF \alpha$$

Substituyamos en (4) el valor de α

$$(5) \quad O_2A_2 = \frac{250 \Delta}{f F} AO$$

En (5) debemos tomar AO igual a la unidad, a fin de poder saber cuantas veces ha aumentado el microscopio; por lo tanto la fórmula final N , número de diámetros de agrandamiento dado por el microscopio al objeto AO , será

$$(6) \quad N = \frac{250 \Delta}{f F}$$

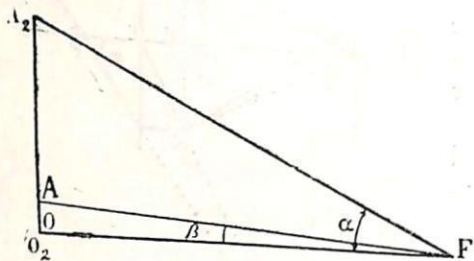


FIG. 231 En el campo del microscopio, los ángulos α , β son pequeños. La distancia OF es de 250 milímetros.

OBSERVACIONES CON LA LUZ NATURAL

Al decir que hacemos «observaciones con la luz natural» no damos a entender que utilizamos la luz como con un microscopio ordinario, pues, al servirnos del *microscopio polarizante* obligamos a la luz a pasar a través del polarizador y por lo tanto, la luz que llega a la laminilla delgada ya no es simplemente la luz natural sino luz polarizada. Queremos con esto dar a entender que *no nos hemos servido en nuestras observaciones del nicol analizador*.

A. — LA REFRINGENCIA.

Cuando se examina una laminilla delgada a la luz natural, se observa a menudo que ciertos cristales se destacan con un relieve mayor que otros. Y es que los contornos del mineral más refringente, es decir, de aquel cuyo índice de refracción n es mayor que el de los minerales que le rodean, absorbe mayor cantidad de luz que los últimos. Como lo que nos interesa en Petrografía micrográfica es, no tanto la determinación del índice n de cada mineral, cuanto la diagnosis por exclusión de tal o cual cristal, mediante este carácter óptico, bástanos saber si un mineral A es más refringente que otro mineral B.

El procedimiento utilizado por Becke y luego explicado por el mismo, nos va a dilucidar el problema. En la (Fig. 232) trazamos dos minerales A y C cuyos índices n_A y n_C realizan la desigualdad.

$$n_A < n_C$$

La línea OBO es la línea de contacto de los dos minerales que la suponemos normal a las trazas de la placa en el dibujo, y cuyo espesor no excede $\frac{4}{100}$ de milímetro. Examine-

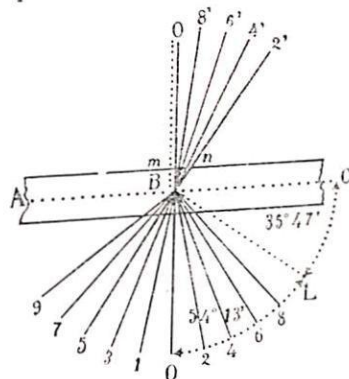


FIG. 232 Explicación de la franja brillante de Becke.

mos los rayos 2, 4, 6, 8, que tienen su incidencia por debajo de la laminilla y del lado del mineral C, *más refringente*. Suponemos que en el caso actual el ángulo de refracción límite es e d'

la *augita*, de $35^{\circ}, 47'$; suponemos también que hemos concentrado en B un haz de rayos convergentes. Siendo el ángulo CBL el ángulo de refracción límite, el rayo LB va a dar un refractado BO *rasante*. El rayo 8, hallándose fuera del ángulo límite muy cerca de BL tendrá un refractado 8' poco distante angularmente de BO. Así mismo 6, 4, 2 van a tener sus refractados 6', 4', 2', haciendo con BO ángulos más y más abiertos. En una palabra, todos los rayos que se encuentran dentro de $54^{\circ}, 13'$, complemento del ángulo límite $35^{\circ}, 47'$, van a iluminar con sus refractados la parte limítrofe **mn** del mineral *más refringente*. Si por otra parte, paramos mientes en que los rayos 1, 3, 5, 7, 9, . . . etc., del sector de A van también a refractarse del lado del cuadrante en el que se hallan 8', 6', 4', 2', como resultado final, el contorno del mineral más refringente estará más iluminado que el de menos refringencia.

Y es en efecto lo que se observa a través del microscopio: una banda estrecha de luz se muestra del lado del mineral C, franja luminosa que se ensancha si, después de haber enfocado la línea de separación, se la desenfoca levantando un poco el objetivo del microscopio; entonces la banda luminosa se *ensancha del lado del mineral más refringente*. Si por el contrario bajamos el tubo del microscopio la franja luminosa aparecerá en el canto del mineral menos refringente.

Becke hace notar que el resultado es el mismo aun cuando la línea de separación no fuera normal, como suponemos en el dibujo, sino oblicua o inclinada con respecto a la superficie del mineral.

Debemos aquí acentuar la necesidad de trabajar con *luz convergente* para observar el fenómeno de la *franja de Becke*, y la de iluminar la laminilla diafragmando el lente por donde entra la luz incidente, a fin de que los rayos que caen en el contorno de separación se hallen fuera del ángulo límite del mineral más refringente. Tanto más se deberá diafragmar cuanto menor sea la diferencia de los índices de los minerales en contacto.

OBSERVACIONES.

Si se trabaja sin quitar el nicol polarizador, dice Leon Bertrand, como es la práctica corriente, los índices comparados mediante este procedimiento son las de las vibraciones que han atravesado este nicol, es decir, aquellas que han vibrado en el

plano de su sección principal. Por consiguiente, cuando se cambia la orientación de la laminilla con respecto a la sección PP' del polarizador haciendo girar la platina del microscopio, las diferencias de los dos índices comparados con este procedimiento se mostrarán variables y aún podrá invertirse la franja de Becke en ciertos casos. Tal cosa pasa cuando se hace la comparación de índices vecinos el uno del otro especialmente en minerales cuyos n_g, n_m, n_p se *se enreden*, podríamos decir. Sea el ejemplo del *cuarzo* ($n_g = 1,563$ $n_p = 1,554$) y de la *oligoclasa* ($n_g = 1,547$, $n_p = 1,539$); con mayor razón el procedimiento resulta equívoco cuando se trata de secciones de un mismo mineral pero diversamente orientado. Así, demuestra la experiencia que en una preparación de *cuarcita* (o laminilla de cuarcita) constituida por un mosaico de cristales de cuarzo orientados diversamente, se puede ver la franja de Becke en todas las secciones si se le da una iluminación adecuada. (*)

B. — LOS COLORES DEL PLEOCROISMO.

La mayor parte de los minerales constituyentes de las rocas parecen transparentes en laminillas delgadas; unos pocos quedan oscuros; pero de los primeros hay algunos que conservando su transparencia y todo, cambian de tinte con la orientación de la sección relativamente a los hilos del retículo del ocular. La variación del tinte del mineral, en luz natural, es lo que se llama *pleocroismo*.

La distribución de los colores pleocroicos es una función de la orientación de los índices n_g, n_m, n_p de la sección del mineral. Una vez conocida la posición de ellos en la laminilla y determinada la coloración del corte según la orientación de los 3 índices, quedarán perfectamente determinados los colores particulares de pleocroismo del mineral. Para estudiar el pleocroismo de una sección se procede así:

1º — Se determina la posición de n_g o de n_p del mineral. Un poco más tarde daremos las reglas aplicables al descubrimiento de las direcciones de n_g y de n_p .

2º — Teniendo los nicols cruzados, se hace coincidir las direcciones de los planos de vibración de ellos con los hilos del retículo. Quitar luego el analizador. Llevar sucesivamente a

(*) L'emploi du microscope polarisant, Paris, J. Lamarre, 1936, pág. 35

coincidencia las direcciones de n_g y n_p con el hilo del retículo paralelo a la sección principal del polarizador. De allí deducir los tintes correspondientes a los índices extremos n_g y n_p . Para saber el tinte pleocroico correspondiente a n_m deberá buscarse una sección que le contenga y observar el color correspondiente.

C. — OTRAS OBSERVACIONES.

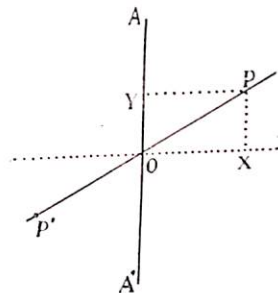
Débase también observar, a la luz natural, las formas geométricas de los minerales para saber por ellas a que sistema a caso pertenecen. Hay minerales que tienen inclusiones gaseosas, líquidas o sólidas y que muchas veces son indicaciones para la diagnosis del mineral. Es necesario además observar las líneas de clivage, especialmente cuando las hay en una sola dirección o cuando se cruzan los clivages de dos planos en cortes simétricos. Pues, muchas veces las facetas que tienen líneas de clivage todas paralelas son los planos que contienen *dos ejes de refracción*. Notar así mismo los caracteres de limpidez, transparencia del mineral. Y así cualquier otro notable.

CAPITULO DECIMO SEXTO

INVESTIGACIONES CON LUZ POLARIZADA, O SEA, CON NICOLES CRUZADOS INTENSIDAD DE LA LUZ EMERGENTE

SUBSTANCIAS ANISÓTROPAS ENTRE NICOLES CRUZADOS

Representemos - (Fig. 233) - por AA' la dirección de la vibración en el analizador; y sea $P'P'$ la dirección de la que se halla en el polarizador que hace con aquél un ángulo dado. Designemos con OP la cantidad de luz que pasa a través del segundo. Es evidente que en tanto vibre la luz en la dirección $P'P'$ no podrá pasar a través del analizador la cantidad total de luz, pero sí lo atravesará en una proporción determinada.



Descompongamos la intensidad OP en los dos vectores componentes Oy , Ox . De estos dos componentes, la única que pasará es \vec{OY} por ser paralela al analizador; mientras la segunda \vec{Ox} será reflejada totalmente por la capa de bálsamo del nicol superior.

Si el polarizador y analizador se hallan haciendo ángulo recto, no pasará nada de luz a no ser que se interponga entre uno y otro nicol un mineral anisótropo. Pues, si colocamos en la platina del microscopio uno de estos minerales birrefringentes, como estos transmiten las vibraciones luminosas en dos planos formando ángulo recto, las vibraciones transmitidas por el

FIG. 233 Vibraciones de la luz en los nicoles polarizador y analizador del microscopio mineralógico.

polarizador van a cambiar de dirección al atravesar la sustancia birrefringente; lo cual equivaldría a dar un giro al polarizador como en la figura antecedente.

He aquí, pues, un medio para distinguir las sustancias anisótropas de las isotropas; teniendo los nicoles cruzados, si un mineral A, que aparecía iluminado con la luz natural, no se extingue al cruzar los nicoles, ese mineral es anisótropo o birrefringente. Si por el contrario, hay otro mineral B - con sus formas geométricas, por consiguiente - que en luz natural aparecía claro, si con los nicoles cruzados se extingue (o desaparece), este mineral B es isotropo o monorrefringente. El microscopio polarizante, como primera indicación, nos divide los minerales en dos grupos: los del sistema cúbico, por un lado (monorrefringentes); los de los seis sistemas restantes, por otro.

RETARDO DE MARCHA EN SUBSTANCIAS ANISOTROPAS

Cuando la luz atraviesa un ambiente birrefringente no salen de la sustancia *al mismo tiempo* los dos rayos, sino que el uno *retarda* más que el otro. Tal retardo depende de dos factores: a) de la velocidad de la onda; b) del espesor de la sustancia.

Sabemos que la velocidad de las ondas es función de los respectivos índices n_e y n_o , siendo

$$V_e = \frac{1}{n_e} ; V_o = \frac{1}{n_o}$$

Si suponemos tendremos

$$V_e > V_o$$

$$n_e < n_o$$

Sea e el espesor de la placa anisótropa (Fig. 234) y sean IO e IE los rayos refractados, ordinario y extraordinario respectivamente. Conocemos las relaciones

$$IE = v_e t_1$$

$$IO = v_o t_2$$

Si hacemos caer el rayo RI perpendicularmente a la placa, IO va a indicarnos el espesor e de la placa a la que atravesará sin sufrir desviación. Como por otra parte IE se *apartará muy poco* de

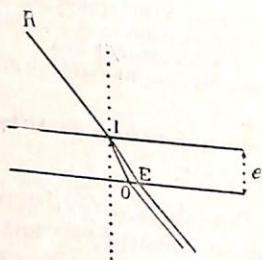


Fig. 234 Retardo de marcha en cristales anisótropos.

la dirección normal, también podemos decir que *sensiblemente* IE es también el espesor e de la placa.

$$e = v_e t_1 \quad \parallel \quad e = \frac{t_1}{n_e} \quad \parallel \quad t_1 = e n_e$$

$$e = v_o t_2 \quad \parallel \quad e = \frac{t_2}{n_o} \quad \parallel \quad t_2 = e n_o$$

El retardo τ , o diferencia de marcha, de uno y otro rayo es

$$(1) \quad \tau = t_2 - t_1 = e (n_o - n_e)$$

LA DIFERENCIA DE FASE

Si λ es la longitud de onda de una *luz determinada* la *diferencia de fase* δ entre dos rayos emergentes, puede ser expresada por la fórmula

$$(2) \quad \delta = \frac{\tau}{\lambda} = \frac{e (n_o - n_e)}{\lambda} \quad (*)$$

INTERFERENCIAS DE LA LUZ POLARIZADA

La interferencia de la luz polarizada fue estudiada por Arago y Fresnel quienes descubrieron que dos rayos de luz que polarizan en dos planos perpendiculares entre sí, si son conducidos a otro plano común de vibración, van a *interferir* como si ambos rayos hubiesen tenido el mismo origen, es decir, como si ambos procediesen de un mismo rayo de luz polarizada.

Sea PP' la dirección de la oscilación en el polarizador de un microscopio, siendo OP y OP' la amplitud de las vibraciones de la luz emergente. Sean UU' y VV' las direcciones de las vibraciones en un cristal

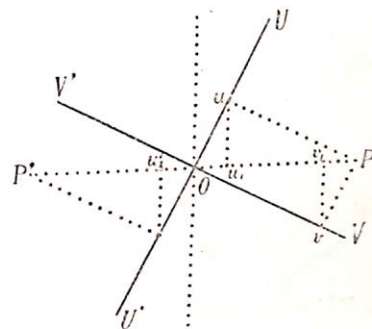


Fig. 235 Diferencia de marcha de los rayos luminosos, igual a $n\lambda$, en nicoles paralelos. Máximo de luz.

(*) Esta entidad matemática δ interviene constantemente en la fórmula de la intensidad de la luz polarizada emergente (Véase fórmula 10 p. 223) y en la aplicación de ella a las láminas auxiliares de mica $1/4$ de λ ... etc. En estos párrafos y los siguientes utilizamos demostraciones y conclusiones expuestas por A. Johannsen en su obra muy didáctica "Manual of Petrographic Methods", ya antes citada, pág. 337 y siguientes.

anisótropo que recibe la luz polarizada (Fig. 235). Esta al entrar en el cristal, se quiebra en dos rayos, cada cual con su velocidad propia, marchando el uno más lentamente que el otro. El resultado de esta diferencia de marcha será que a la salida del cristal el uno tendrá con respecto al otro una diferencia de marcha de una fracción de longitud de onda.

Vamos a considerar algunos retardos particulares, 1º Con *nicoles paralelos*, 2º Con *nicoles cruzados*.

A.—NICOLES PARALELOS

a) Las vibraciones de ambos rayos tienen una diferencia de marcha de λ o $n\lambda$.

Siendo ello así, la oscilación de las dos componentes se va a encontrar en o , en el mismo instante. Dentro del mineral, uno de los componentes va a tomar la dirección de v y el otro la de u , y llegarán *simultáneamente* a u y a v . Si ahora insertamos el analizador AA' paralelo a PP' sobre el mineral, las dos componentes van a tomar las direcciones primitivas localizadas en el plano primitivo de vibración. Las amplitudes quedarán representadas por los vectores ou_1 y ov_1 , siendo la amplitud resultante (figura 235).

$$R = ou_1 + ov_1, \text{ hay máximo de luz}$$

b) Las vibraciones difieren entre sí con la diferencia de fase $(\frac{2n+1}{2})\lambda$ (Fig. 236).

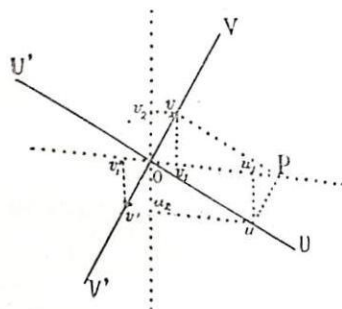


FIG. 236 Extinción provocada por la diferencia de marcha igual a $(n\lambda + \frac{\lambda}{2})$ cuando se observa con nicoles paralelos.

Si las dos componentes del rayo salen con una diferencia de fase igual a $(n\lambda + \frac{\lambda}{2})$ siendo n un número entero, la primera - la que se desvía en el eje VV' - habrá caminado hasta V y regresado a O , cuando en este instante se encuentra en el mismo sitio O con la segunda. Entonces, cuando la segunda haya alcanzado apenas el punto u , la primera habrá llegado a v' .

Si ahora intercalamos el analizador *paralelamente* al polarizador,

las dos componentes regresarán al plano primitivo de vibración y tendrán como representación geométrica a los vectores ou_1 y ov_1 cuya suma

$$S = ou_1 - ov_1$$

será la resultante pudiendo ser *nula* cuando las dos componentes - que son de signo contrario - sean iguales en magnitud.

B.—NICOLES CRUZADOS

a) Las vibraciones difieren entre sí con la diferencia de fase igual a $n\lambda$

Las vibraciones, como en el caso A. a), llegan a u y v a *misimo tiempo* (figura 236). Al interponer el analizador impedimos que las componentes ou_1 y ov_1 atraviesen el analizador. Las que sí podrán atravesar son v_2 y u_2 , *iguales y de signo opuesto*. La resultante será nula. No habrá luz sino obscuridad.

b) Las vibraciones tienen una diferencia de fase igual a $\frac{2n+1}{2}\lambda$.

Como en el caso A. b), mientras un rayo emergente llega a u' , (Fig. 237), el otro llega a v . Al interponer el analizador AA' , las dos componentes v_2 y u_2 se ven obligadas a vibrar en el mismo plano. La resultante, suma de las dos componentes que son iguales en magnitud y signo, no será nula; tendremos, pues, luz. (*)

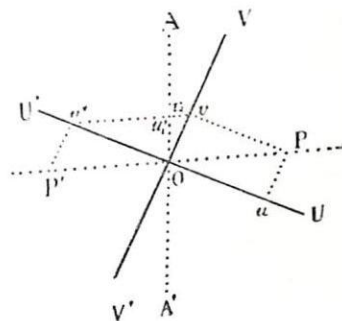


FIG. 237. Producción de luz causada por la diferencia de marcha de los rayos luminosos cuando éstos difieren entre sí por un número impar de semi-ondas.

ANGULOS DE EXTINCIÓN

Consideremos un caso doble: 1º Las direcciones de vibración del mineral A sometido a examen, son paralelas a los nicoles cruzados; y 2º las direcciones de vibración de otro mineral B, hacen con las direcciones de los planos de los nicoles - digamos, con los hilos del retículo - un ángulo ϵ .

(*) Todos estos casos los volveremos a hallar y discutir *analíticamente*, cuando establezcamos la fórmula de la intensidad de la luz emergente, en el párrafo subsiguiente.

PRIMER CASO

Puesto que el polarizador PP', no deja pasar sino una luz con vibraciones *paralelas* a PP', no habrá en el mineral A ninguna vibración en el sentido bb', (Fig. 238), toda la luz recibida vibrará según la dirección a a'. Si ahora intercalamos el analizador AA', paralelo a bb', la vibración luminosa según a a', perpendicular a AA', va a ser detenida; es decir, que cuando las direcciones de vibración de un mineral A *coinciden o son paralelas* a las trazas de los planos de los nicoles, toda luz queda detenida; el resultado es, *obscuridad*.

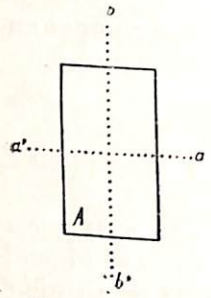


FIG. 238. Angulos de extinción. Primer caso: obscuridad.

SEGUNDO CASO

Sea el mineral birrefringente cuyas direcciones de vibración hayan hecho un ángulo \mathcal{E} con respecto a las secciones principales de los nicoles, cuyas trazas son paralelas a los hilos del retículo. Sea OP la amplitud de la vibración del rayo de luz que atraviesa el polarizador PP'. ¿Qué rayos van a atravesar el mineral anisótropo?

Supongamos que la diferencia de fase sea igual a:

$$\frac{2n + 1}{2} \lambda = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

El primer componente hará su vibración partiendo de O, llegando a V y luego regresando a O. En este instante topará con el segundo rayo que marcha en dirección de u (Fig. 239). Cuando el primero haya llegado a v' el segundo habrá alcanzado u. Si ahora interponemos el nicol analizador AA', las componentes ecuatoriales de los vectores o v' y ou — señalados en la figura — serán

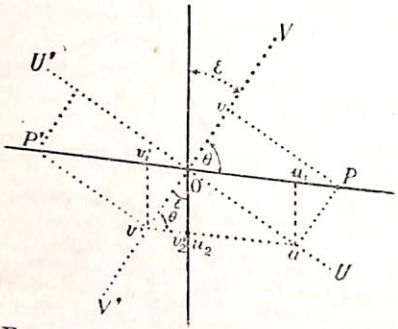


FIG. 239. Condición para que subsista luz cuando la diferencia de fase es igual a un número impar de semi-ondas nicoles cruzados.

detenidos por el analizador; en cambio pasarán a través de él los componentes meridianos o v' y ou que son iguales en magnitud y signo. La resultante R será la suma de o v' + ou.

$$(1) \quad R = ov' + ou$$

Preguntamos, ¿en qué caso se tiene un máximo? Tenemos:

$$ov'_2 = v' \cos \mathcal{E}$$

$$(2) \quad ou_2 = u \cos \left(\frac{\pi}{2} - \mathcal{E} \right) = u \sin \mathcal{E}$$

Para tener un *máximo* es preciso

$$(3) \quad \frac{df}{d\mathcal{E}} = 0$$

y decimos *máximo* porque el *mínimo* lo tenemos cuando los planos de vibración de los nicoles y los del mineral son paralelos, según vimos en el caso 1º. Debemos, pues, tener

$$(3') \quad \frac{df}{d\mathcal{E}} = -v' \sin \mathcal{E} + u \cos \mathcal{E} = 0$$

Suponemos evidentemente que *la luz* que pasa por el polarizador es *constante*.

$$u \cos \mathcal{E} = v' \sin \mathcal{E}$$

$$(4) \quad \text{tg } \mathcal{E} = \frac{u}{v'}$$

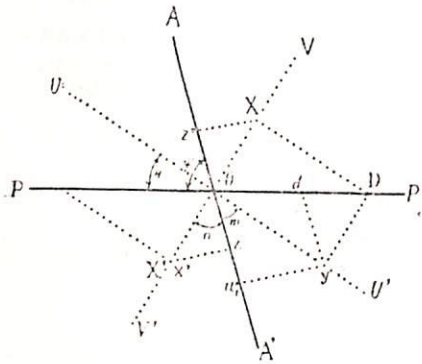
La relación (4) nos exige que la tangente \mathcal{E} sea igual a la tangente θ (véase la figura 239), es decir que θ y \mathcal{E} sean iguales. Tal condición no se llena sino cuando

$$(5) \quad \theta = \mathcal{E} = 45^\circ$$

De consiguiente, son *cuatro* las posiciones, según las cuales la luz tendrá un máximo; y otras cuatro según las cuales la luz, *teniendo un mínimo*, quedará extinguida. Las primeras son cuando las direcciones de vibración del mineral hacen un ángulo de 45° con las de las secciones principales de los nicoles; las segundas cuando éstas son paralelas a aquéllas.

INTENSIDAD DE LA LUZ EMERGENTE.

Podemos determinarla analíticamente del siguiente modo: Sea PP' la dirección de la vibración del polarizador y AA' la del analizador. Supondremos que uno y otro hacen el ángulo φ , a fin de poder abarcar en una fórmula completamente general todos los casos.



Sean UU' y VV' las direcciones de las vibraciones de un mineral birrefringente; y sea θ el ángulo que hace UU' con el polarizador PP' (Fig. 240).

Sea $I = OD$ la cantidad de luz que emerge del polarizador. ¿Cuáles son las amplitudes de vibración según VV' y UU' en el mineral?

Al pasar del polarizador a la laminilla el rayo se quiebra en dos rayos

$$OX = x \quad ; \quad OY = y$$

los cuales, junto con I , nos ofrecen el valor de las líneas trigonométricas del ángulo θ

$$\cos \theta = \frac{y}{I} \quad ; \quad \sin \theta = \frac{x}{I}$$

$$(1) \quad y = I \cos \theta \quad ; \quad x = I \sin \theta$$

Siendo I , por su parte, el desplazamiento de la partícula de eter, según uno de los ejes, sabemos por la fórmula (2) de la pág. 169 que una elongación, cual lo es I , tiene como expresión

$$(2) \quad I = r \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

en la cual es I el valor de la elongación, r el de la amplitud; t el tiempo empleado desde el principio del movimiento, y T el valor del período. Substituímos este valor de I en las ecuaciones (1). Tendremos

$$(1') \quad x = r \sin \theta \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$y = r \cos \theta \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

Cada rayo de (1) se mueve independientemente dentro de la laminilla y cada cual con su propia velocidad. Llamemos t_1 y t_2 a los tiempos requeridos por el primer rayo y por el segundo respectivamente para atravesar la placa; I_1 y I_2 a las elonga-

ciones de los dos rayos al salir de la placa; si $(t - t_1)$ es el retardo de I_1 con respecto a I ; y $(t - t_2)$ el retardo de I_2 con respecto a I las ecuaciones (1) tomarán ahora la forma x' , y' , siendo la expresión de ellos

$$(3) \quad \begin{aligned} x' &= r \sin \theta \sin 2\pi \frac{t - t_1}{T} \\ y' &= r \cos \theta \sin 2\pi \frac{t - t_2}{T} \end{aligned}$$

Sabemos, empero, que (véase pág. 215)

$$t_1 = e n_1 \quad ; \quad t_2 = e n_2$$

sólo que aquí, a fin de guardar cierta uniformidad escribimos n_1 en lugar de n_1 , n_2 en vez de n_2 . Hecha la substitución, las fórmulas (2) pasan a las siguientes

$$(3') \quad \begin{aligned} x' &= r \sin \theta \sin \frac{2\pi (t - e n_1)}{T} \\ y' &= r \cos \theta \sin \frac{2\pi (t - e n_2)}{T} \end{aligned}$$

Las ecuaciones (3') son las elongaciones de los dos rayos al dejar la laminilla, es decir, son las elongaciones a lo largo de UU' y VV' de la preparación.

Los rayos, dejando la sección o laminilla, atraviesan el aire y llegan al segundo nicol, al analizador AA' en donde son descompuestos en otros dos: u_1, z ; o bien, u_1, z' , según tengan los rayos la diferencia de fase

$$n \lambda, \text{ o, } \frac{\lambda (n + 1)}{2}$$

Para calcular los valores de u_1 y de z vamos a utilizar el mismo procedimiento anterior.

$$\begin{aligned} u_1 &= y' \cos m \\ z &= x' \cos n = x' \sin m \end{aligned}$$

El valor del ángulo m es,

$$m = \varphi - \theta$$

Pero como aquí empleamos el coseno, podemos escribir:

$$(4) \quad u_1 = y' \cos (\theta - \varphi)$$

Así mismo escribiremos, prescindiendo del signo (—)

$$(4) \quad \mathbf{z} = x' \text{ sen } (\theta - \varphi)$$

porque en las ecuaciones posteriores sólo utilizaremos el *cuadrado de esas magnitudes*.

Advertimos que, según lo apuntado en la pág. 215, hallándose los dos rayos (4) en el plano del analizador, puede tener lugar la interferencia de ellos.

La elongación resultante A, es la suma *algebraica* de las componentes $\mathbf{u}'_1, \mathbf{z}$.

$$(5) \quad A = \mathbf{u}'_1 + \mathbf{z}$$

$$(4') \quad \mathbf{u}'_1 = r \cos \theta \cos (\theta - \varphi) \text{ sen } \frac{2\pi(t - l n_1)}{T}$$

$$\mathbf{z} = r \text{ sen } \theta \text{ sen } (\theta - \varphi) \text{ sen } \frac{2\pi(t - l n_2)}{T}$$

A fin de abreviar la escritura y ver con claridad el enlace de la fórmula (5) con otras anteriores, vamos a escribir simbólicamente.

$$(6) \quad B_1 = r \cos \theta \cos (\theta - \varphi)$$

$$B_2 = r \text{ sen } \theta \text{ sen } (\theta - \varphi)$$

Observamos: — 1º Siendo la laminilla o preparación la de φ y θ fijos y no variables, los valores de B_1 y de B_2 serán constantes en esa posición de los nicols y de la preparación.

2º — Que el valor de una elongación resultante puede estar representado ya por la fórmula (19) de la página 176 como también por esta otra.

$$(19') \quad Y = y_1 + y_2$$

Para ello bastará proyectar el contorno poligonal o paralelogramo de la figura 208 B en el eje o y; tendríamos entonces:

$$(7) \quad Y = a_1 \text{ sen } \alpha_1 + a_2 \text{ sen } \alpha_2$$

Hechas estas observaciones escribamos el valor de la elongación resultante.

$$(8) \quad A = B_1 \text{ sen } 2 \frac{\pi(t - n_2 l)}{T} + B_2 \text{ sen } 2 \frac{\pi(t - n_1 l)}{T}$$

Proyectamos ahora la magnitud geométrica (8), primero sobre un eje OL, — que no figura en el dibujo —, que haga con B_1 un ángulo $\alpha_1 = \frac{2\pi(t - n_2 l)}{T}$; y luego sobre OY, per-

pendicular a OL; elevamos al *cuadrado* ambos miembros de esas proyecciones; y las sumamos miembro por miembro; obtendremos, como ya lo sabíamos de antemano (véase página 177).

$$(9) \quad A^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2 B_1 B_2 \cos 2 \frac{\pi(n_1 - n_2) e}{T}$$

Como,

$$1^\circ \quad \cos 2 \frac{\pi(n_1 - n_2) e}{T} = 1 - 2 \text{ sen}^2 \left[\frac{\pi(n_1 - n_2) e}{T} \right]$$

$$2^\circ \quad 2 \text{ sen } \theta \cos \theta = \text{sen } 2 \theta$$

$$2 \text{ sen } (\theta - \phi) \cos (\theta - \phi) = \text{sen } 2 (\theta - \phi)$$

Hechas todas las simplificaciones y reducciones, que son desde luego de una Trigonometría elemental, la fórmula (9) pasará a la siguiente

$$(10) \quad A^2 = r^2 \left(\cos^2 \phi - \text{sen } 2 \theta \text{ sen } 2 (\theta - \phi) \text{ sen}^2 \frac{\pi(n_1 - n_2) e}{T} \right)$$

Y como la intensidad I de la luz es proporcional al cuadrado de la amplitud

$$I = k A^2$$

en la que k puede llegar a valer 1, tomando medidas apropiadas, el valor de la *intensidad I emergente* al salir del segundo nicol será

$$(11) \quad I = r^2 \left(\cos^2 \phi - \text{sen } 2 \theta \text{ sen } 2 (\theta - \phi) \text{ sen}^2 \frac{\pi(n_1 - n_2) e}{\lambda} \right)$$

En la suposición de que hagamos $v = 1$; como $\lambda = vT$ bien podemos reemplazar T con λ en (11)

La fórmula (11) es la fórmula final que nos ofrece el valor de la intensidad de la luz después de haber dejado el nicol analizador. Es el de la intensidad de la luz emergente. Vamos a considerar ahora dos casos concretos importantes:

CASO PRIMERO

Las direcciones de las vibraciones del polarizador y del analizador son perpendiculares entre sí.

En este caso

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\text{sen } 2 \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) = - \text{sen } 2 \theta$$

con lo cual la fórmula (10) toma la forma (11)

$$(11') \quad I = r^2 \text{sen}^2 2 \theta \text{sen}^2 \left[\frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} \right]$$

DISCUSIÓN

1º Si en la fórmula (11') suponemos, desde luego, que el ángulo

$$\left[\frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} \right]$$

es invariable, lo cual sucede con un mineral de espesor determinado y con una luz monocromática de λ fija, la intensidad I va a ser función del $\text{sen } 2 \theta$, I tendrá un *máximo* cuando $\text{sen } 2 \theta = 1$, y un *mínimo* (que bien podría ser oscuridad completa) cuando $\text{sen } 2 \theta = 0$.

$$a) \quad \text{sen } 2 \theta = 1$$

$$2 \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

Por la fórmula general llegamos a un resultado que ya nos era conocido, es decir, hay un máximo de luz cuando los planos de vibración del mineral hacen con los planos de los nicoles un ángulo de 45° (Véase la fórmula 5 de la pág. 219).

$$b) \quad \text{sen } 2 \theta = 0$$

$$\theta = 0$$

Hay *mínimo* de luz cuando $\theta = 0$, es decir, cuando los planos de los nicoles y los de la laminilla son *paralelos*.

Hay, pues, *cuatro posiciones* del mineral con respecto a los nicoles en las que hay un *máximo* de luz y otras cuatro, por las que hay un *mínimo* de luz.

2º Consideremos ahora la variación que le puede sobrevenir a la intensidad I por concepto de la variación del *segundo*

seno. Tendremos un máximo cuando este seno sea igual a ± 1 , es decir, cuando

$$\frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} = k \pi + \frac{\pi}{2}$$

$$(12) \quad (n_2 - n_1) e = k \lambda + \frac{\lambda}{2}$$

El primer término $(n_2 - n_1) e$, es lo que antes llamamos *o retardo*. Pues, para que haya un máximo de intensidad de luz es necesario que el *retardo* τ de los dos rayos, al salir de la placa, sea igual a un número entero de ondas, *más una semi-onda*. La relación (12) podemos escribir

$$(n_2 - n_1) e = \frac{2 k \lambda + \lambda}{2}$$

Ya conocíamos este resultado. (Véase la pág. 217, b).

En cambio habré un *mínimo* de luz cuando

$$\text{sen} \left(\frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} \right) = 0$$

es decir, cuando

$$\frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} = k \pi$$

$$(13) \quad (n_2 - n_1) e = k \lambda$$

Cuando, pues, el retardo τ de los dos rayos al salir de la laminilla sea igual a un número k entero de longitudes de onda, habrá *diminución* de luz y quizá *oscuridad*. Resultado también ya conocido (Véase pág. 217, a).

CASO SEGUNDO

Las direcciones de los planos de vibración del analizador son paralelas a las del polarizador.

Para el 0 es necesario que

$$\phi = 0$$

$$\cos^2 \phi = 1$$

la ecuación (10) toma la forma

$$(12) \quad I = I^2 \left(1 - \text{sen}^2 2\theta \text{sen}^2 \frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} \right)$$

A) Habrá un máximo de luz en dos casos

1º cuando $\text{sen}^2 2\theta = 0$; 2º cuando $\text{sen} \frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} = 0$

Estudiemos por separado ambas posibilidades

$$1^\circ \quad \text{sen} 2\theta = 0$$

$$\theta = k \frac{\pi}{2}$$

lo cual quiere decir que un plano de vibración del mineral debe ser paralelo al polarizador; y que cuando se realiza esta condición hay un *máximo de luz*.

$$2^\circ \quad \text{sen} \frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} = 0$$

$$\frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} = k\pi$$

$$(13) \quad (n_2 - n_1) e = k\lambda$$

Hay, pues, *máximo* de luz, por el segundo factor, cuando el retardo τ de los dos rayos es igual a $k\lambda$, a un número entero de longitudes de onda. (Véase pág. 216, a).

B) Consideremos ahora los casos de mínimo. También hay dos posibilidades,

1º cuando, $\text{sen} 2\theta = 1$; 2º cuando, $\text{sen} \frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} = 1$

$$1^\circ \quad \text{sen} 2\theta = \pm 1$$

$$2\theta = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$(14) \quad \theta = n\pi + \frac{\pi}{4}$$

llamando n (número entero) a $\frac{k}{2} = n$. La condición de *mínimo* es, pues, que los planos de vibración de la laminilla hagan un ángulo de 45° con la dirección del polarizador.

$$2^\circ \quad \text{sen} \frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} = \pm 1$$

$$\frac{\pi (n_2 - n_1) e}{\lambda} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$(15) \quad (n_2 - n_1) e = k\lambda + \frac{\pi}{2}$$

Para que haya un mínimo de luz, es necesario que el *retardo* τ de los dos rayos sea igual a un número entero de longitudes de onda, más una *semi-onda*. (Véase pág. 216, b).

CAPITULO DECIMO SEPTIMO

INVESTIGACIONES CON LUZ POLARIZADA PARALELA
 ESCALA CROMATICA DE NEWTON . BIRREFRINGENCIA .
 ESTUDIO DE ALGUNAS LAMINAS AUXILIARES
 LOS ANGULOS DE EXTINCION EN LUZ PARALELA POLARIZADA

LA ESCALA CROMÁTICA DE NEWTON

Para estudiar la variación de la intensidad I de la luz emergente en función del

$$\text{sen}^2 \pi \frac{(n_2 - n_1) e}{\lambda} ; \tau = (n_2 - n_1) e$$

tenemos que considerar como invariable el primer factor de la ecuación (11), a saber $\text{sen}^2 2\theta$, lo que equivale a mantener constante el ángulo θ . Hay, empero, para λ una infinidad de valores desde 0,000769 mm, del límite del rojo hasta el de 0,000390 del límite del violeta. Es por esto necesario que estudiemos la variación tomando para cada caso particular un valor determinado de λ , lo cual equivale a decir que utilizaremos una luz monocromática. En el ángulo intervienen así mismo los dos índices n_2 y n_1 - el más grande y el más pequeño - del cuerpo anisótropo en forma de una diferencia $(n_g - n_p)$, índices que son de valor particular para cada cristal birrefringente. Si estudiamos la variación del seno, debemos hacerlo con un cuerpo determinado, el cuarzo, por ejemplo; esto equivale a fijar los valores de n_g y n_p ($n_g = 1,55336$; $n_p = 1,54425$). Así limitado el problema no quedará como variable independiente sino el factor e , el espesor de la placa.

Para este estudio fabricamos una lámina de cuarzo en forma de cuña, con una de sus caras paralelas al eje óptico (o eje cristalográfico) y la otra cara haciendo con la primera un ángulo,

lo, por ejemplo, de 1º, de 2º. (*) De este modo el espesor e será una cantidad variable que nos facilitará el estudio en la cuña de cuarzo de la variación de la intensidad. Estudiaremos con ella las variaciones de I con una λ bien determinada. Las cuatro curvas de la (Fig. 241) corresponden a cuatro valores de λ , a saber

- raya K, una de las del Ca, color violeta... $\lambda = 0,000393$ m m.
- raya F, color azul..... $\lambda = 0,000486$
- raya D, color amarillo... $\lambda = 0,000551$

Entre las rayas D_1 y C, rojo de CuO , color anaranjado $\lambda = 0,000628$

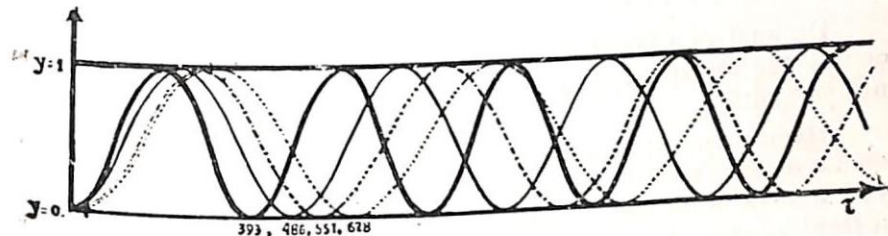


FIG. 241. Curvas de la variación del cuadrado de la elongación, para cuatro valores de la onda λ , y en función del retardo τ . ($y = \text{sen}^2 \pi \frac{\tau}{\lambda}$)

- violeta: (0,000393 mm.), raya K
- azul: (0,000486 mm.), raya F
- verde: (0,000551 mm.), raya D
- anaranjado: (0,000628 mm.), raya del CuO

OBSERVACIONES

Para un retardo τ nulo, las diversas radiaciones del espectro crecen casi en la misma proporción, aunque siempre con predominio de aquellas radiaciones que tienen una longitud de onda más débil (azul, violeta); de lo cual va a resultar un matiz gris, azul-violáceo, que irá aclarándose más y más conforme vaya creciendo el valor de τ , es decir, conforme vaya aumentando el espesor e de la placa. Cuando las curvas de la región media del espectro - las que corresponden a las rayas E_1 y E_2 - (véase pág. 332) alcancen su máximo y la ordenada sea igual a 1,

(*) Hay cuñas de cuarzo que han sido talladas de tal modo que una de las caras es normal al eje cristalográfico. En todo caso es absolutamente necesario que el fabricante dé a conocer cuál es la orientación de la cuña con respecto a los ejes del elipsoide.

es decir, cuando τ sea igual a la mitad de la longitud de onda de esta región media, las curvas de los dos extremos tendrán también sus ordenadas casi iguales a la unidad. El matiz resultante va a ser un blanco bastante puro, blanco de primer orden, y que corresponde al valor de τ , más o menos.

$$\tau = \frac{255}{10^6} \text{ mm.}$$

Puede decirse que hasta aquí no hay propiamente hablar de matices de colores sino más bien una intensidad creciente que va de la obscuridad a la luz blanca pasando por el color gris. (*)

Desde este punto, las diversas curvas se van alejando las unas de las otras más y más.

De aquí va a provenir un resultado notable: algunas radiaciones podrán apagarse y subsistir otras. ¿Por qué razón? Se nos preguntará.

Hemos demostrado ya, y por dos veces, que cuando la sección o espesor e de la placa es tal que al salir de ella los dos ramales τ igual a $k\lambda$, el resultado es *obscuridad*. Si, pues, al utilizar luz blanca, hay ondas λ_i que se acercan con su retardo a este valor $k\lambda$, estos rayos o luces u ondas luminosas van a ser extinguidas, mientras las otras luces o colores pasarán con mayor o menor intensidad y de lo cual provenirá el color de interferencia.

Vimos también en la ecuación (11) que cuando $\frac{\tau}{\lambda}$ era igual a $(k + \frac{1}{2})$, la luz emergente tenía un *máximo*; por consiguiente

aquel color cuya diferencia de fase se acerque a $(\frac{2k+1}{2})$ tendrá mayor influencia en el matiz resultante.

Supongamos ahora que partimos con una lámina delgada de tal espesor que la luz amarilla (raya D pág. 232), cuya longitud

es $\lambda = 0,000589$ mm, sea tal que $\tau = k\lambda$. Con las cuatro radiaciones arriba representadas por cuatro curvas, hoy trabajamos ya con luz blanca. Sabemos que en ésta, siete son las principales radiaciones, y que sus longitudes de onda λ_i son diferentes. Pero como para cada una de ellas, el valor de τ es diferente, para cada curva, no siendo iguales los valores de τ , el color resultante no será ya el blanco sino un matiz diferente del blanco.

tud de onda es 0,00059 se extingue completamente. Su retardo debe ser entonces

$$\tau = k\lambda = k \text{ 0,00059 mm}$$

Al utilizar luz blanca, el anaranjado ($\lambda = 0,000656$) y el verde ($\lambda = 0,000535$) sufrirán un retardo mayor que τ , y menor respectivamente. Con mayor razón el rojo por una parte ($\lambda = 0,000766$) y el azul ($\lambda = 0,000486$) por otra. En el caso concreto, con el retardo $\tau = 0,00059$, el color resultante es el azul índigo, color complementario del extinguido.

De igual suerte si, en otro caso particular, $\tau = 0,000486$ (azul línea F) el color resultante complementario es el anaranjado. Si las diferencias de fase de todos los colores se aproximan a la del color extinguido totalmente en la sección particular, van a ir apagándose más y más hasta que finalmente se producirá obscuridad cuando el retardo sea nulo ($\tau = 0$). (*)

Como resultado de este fenómeno - extinción de unos matices y predominio de otros -, desde el blanco de primer orden, se tendrá una gama de colores vivos y francos (en este primer orden) principiando por el color amarillo de paja para pasar al amarillo brillante y luego, en sucesión ininterrumpida y gradual, al amarillo anaranjado, al anaranjado, al rojo vivo, al púrpura, que confina con el violeta, el cual se denomina TINTE SENSIBLE. (**)

Con el violeta o tinte sensible, viene la gama de colores de segundo orden en la cual se escalonan con regularidad el azul índigo, el azul, el verde, el amarillo, el anaranjado, el rojo. Con él termina la segunda gama. Después vienen los matices de la tercera gama; luego los de la cuarta, etc.

(*) Para tener la solución clara y completa de este problema, consultar la obra de Johausen « Petrographic Methods » pág. 348 y siguientes.

(**) Se denomina así porque al menor cambio en el valor del retardo se pasa rápidamente al azul o al rojo; no pasa así con los otros matices, los que se prolongan y extienden ampliamente en el espectro, de modo que no son tan sensibles a la variación τ .

TABLA DE LAS LONGITUDES DE ONDA

COLOR	LINEAS DE FRAUNHOFER	LONGITUD DE ONDA	PRODUCIDA POR
ROJO	769,93 $\mu\mu$ (*)	K
	766,56 ,,	
	A	759,40 ,,	
	B	686,74 ,,	
ANARANJADO	670,82 ,,	Li
	C	656,30 ,,	
AMARILLO	610,38 ,,	Li
	D ₁	589,62 ,,	
VERDE	D ₂	589,02 ,,	Na
	535,06 ,,	
AZUL	E ₁	527,05 ,,	Ti
	E ₂	526,97 ,,	
	b ₁	518,38 ,,	
	F	486,15 ,,	
INDIGO	f	434,00	H
	G	430,79	
VIOLETA	h	410,19	H
	H	396,81	
	K	393,37	

(*) La unidad cuyo símbolo es $\mu\mu$ es la equivalente en milímetros a mm 0,000001 o sea $1\mu\mu = \frac{1}{10^6}$ mm.

Así como $1\mu = \frac{1}{10^3}$ mm.

No nos detenemos en la enumeración de los tonos de luz de una y otra, porque las señalamos luego por su orden en la lista subsiguiente. Sólo añadiremos que desde la tercera gama los matices no son francos y netos sino que comienzan a teñirse de blanco.

Damos a continuación la lista de las luces de las tres gamas de arriba a abajo en el orden de avance en el espectro.

PRIMERA GAMA	SEGUNDA GAMA	TERCERA GAMA
1. Negro	8. Violeta (T. S.) (*)	14. Violeta
2. Gris	9. Azul indigo	15. Azul
3. Gris claro	10. Azul verde	16. Verde
4. Blanco de 1 ^{er} . orden	11. Amarillo	17. Amarillo verdoso pálido
5. Amarillo	12. Anaranjado rojo	18. Rojo rosado pálido
6. Anaranjado	13. Rojo de 2 ^o . orden	19. Violeta rojizo
7. Rojo		20. Rojo de tercer orden

DIAGRAMA DE LAS BIRREFRINGENCIAS

Para el estudio de la variación del $\text{sen}^2 \pi \frac{\tau}{\lambda}$, partimos del supuesto que en el valor de τ la cantidad variable era e y con esta variable independiente llegamos a establecer la escala cromática de Newton. A la misma escala cromática, a sus diferentes gamas de matices, podemos llegar al considerar e como valor fijo, y como cantidad variable al valor $(n_1 - n_2)$ llamado birrefringencia. Sólo que para este estudio no nos servirá una sola placa sino que deberemos trabajar con laminillas M_1, M_2, M_3, \dots etc., del mismo espesor e , de diferentes minerales que tengan una birrefringencia creciente (o decreciente), por ejemplo, con las laminillas de los minerales contenidos en la siguiente tabla.

MAXIMO DE BIRREFRINGENCIA DE ALGUNOS MINERALES NOTABLES			
Lautita	0,001	Serpentina	0,013
Tridimita	0,002	Hornblenda común	0,016
Apatita	0,004	Augita	0,025
Ortosa	0,006	Acinulita	0,027
Labradorita	0,008	Diópsido	0,029
CUARZO	0,009	Olivina	0,035
Yeso	0,010	Mescuvita	0,038
Andalucita	0,011	Aragonita	0,156
Disteno	0,012	Rutilo	0,287

Vamos ahora a construir un gráfico en la forma siguiente. En un eje horizontal notamos el espesor e de la placa en centésimos de milímetro, 0,02 mm., 0,03 mm., 0,04 mm., etc.; y en un eje vertical perpendicular al primero, los valores de la birrefringencia $(n_g - n_p)$ para cada mineral y para cada espesor de placa. La función $y = e(n_g - n_p)$ me va a dar una serie de líneas rectas que van a pasar, todas, por el punto origen. Para el trazado de esos puntos, deberemos considerar como variable sólo e , o sólo $(n_g - n_p)$. El diagrama que habremos obtenido será análogo al del petrógrafo francés Michel-Lévy, cuya copia figura en el dibujo 242.

(*) T. S., tinte sensible.

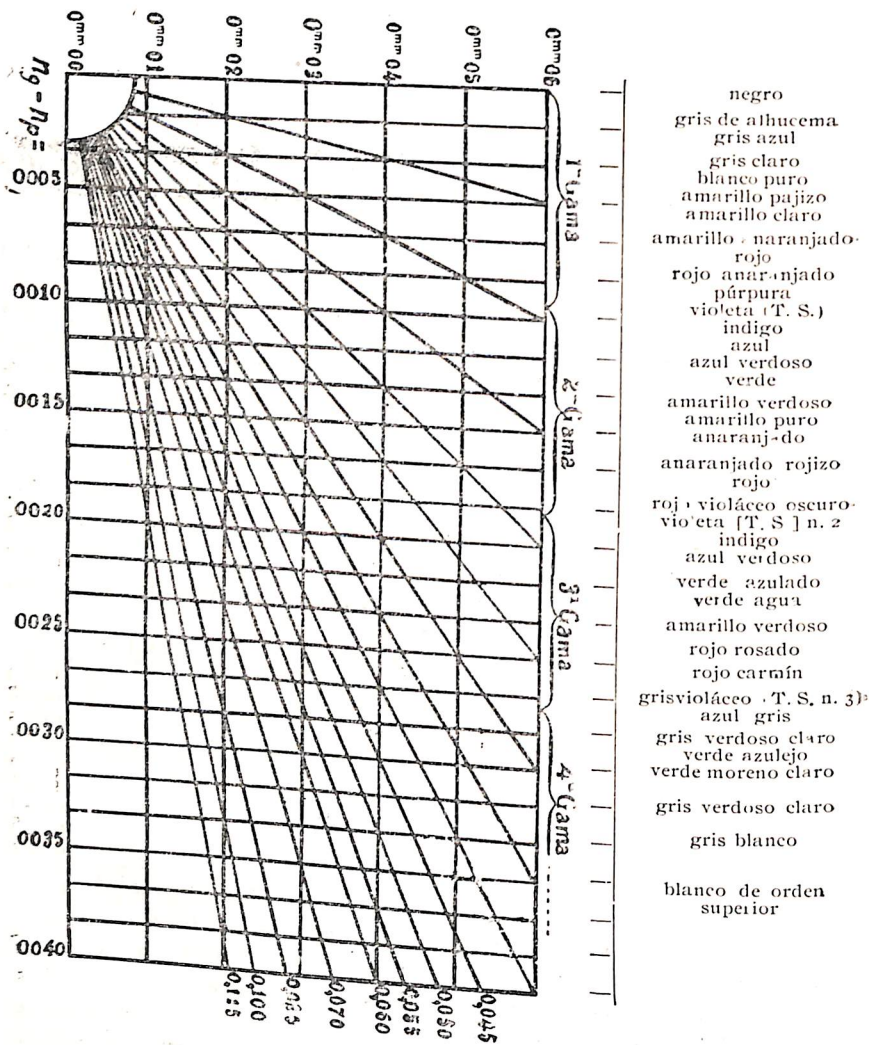


FIG. 242. Diagrama de las birrefringencias

Un cuadro como el que hemos trazado nos puede servir para conocer la birrefringencia desconocida de un mineral. Supongamos que una preparación microscópica tenga el espesor $e = 0.03$ y que ostente un color de rojo anaranjado de la primera gama. Sigamos la línea vertical que baja de rojo anaran-

jado y notemos el punto **c** de cruce con la horizontal que pasa por 0,03. La diagonal que más se acerca es la que va a la abscisa 0,015. Diremos, pues, que la birrefringencia del mineral propuesto es de (más o menos) 0,015.

El espesor e de la placa puede deducirse, a su vez, por el color de interferencia de un mineral conocido, por ejemplo, el cuarzo o un feldespato, al observarles en la preparación. Como el color de birrefringencia de un mineral varía con la orientación de la sección con respecto a los elementos de simetría del cristal, es conveniente buscar en la laminilla la sección que ostenta el color de interferencia el más elevado: éste se acercará más al máximo de birrefringencia que es el apuntado en las tablas, como en la muestra de la página 233.

LOS FENÓMENOS DEL RETARDO τ EN DOS LAMINILLAS SOBREPUESTAS

Sabemos que si en elipsoide de las velocidades o de Fresnel hacemos una sección, ésta es una elipse, en la que el eje mayor representa la velocidad del rayo más rápido, y el menor la del rayo más lento. Sabemos también que el retardo provocado por la sección de un mineral anisótropo M tiene por expresión

$$\tau_M = e_M (n_o^M - n_e^M)$$

Si ahora colocamos al mineral M en la platina del microscopio en la posición de máxima iluminación, a 45° de distancia angular de los planos de los nicoles, sabemos que los planos de vibración del mineral M se hallan cabalmente a esta distancia angular 45° . Puesto que en estos planos se hallan los ejes de la elipse de sección (*), (n_o^M, n_e^M) es forzoso que uno de estos ejes, ya sea n_o^M , ya n_e^M ; pasen por esta distancia angular.

Tomemos, por otra parte, otro mineral N ; también en sección delgada y de tal modo tallada que sepamos perfectamente en él la dirección, por ejemplo, de n_g^N (el eje mayor); este mineral N colocamos sobre el anterior y haciendo que n_g^N tome también la dirección de 45° . Con la superposición de esta laminilla auxiliar hemos añadido a la luz emergente un nuevo retardo τ_N .

(*) Esta proposición debería ser demostrada desde luego; pero omitimos su demostración para no recargar mucho el curso. Véase de Lapparent, Cours de Minéralogie, págs. 233, 234 y 235.

$$\tau_N = e_N (n_o^N - n_e^N)$$

La intensidad I tendrá ahora como expresión la siguiente:

$$I = i^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \pi \left(\frac{\tau^M + \tau^N}{\lambda} \right)$$

Cabe, pues, en el caso actual una doble posibilidad: a) o bien coinciden los ejes n_g^M y n_g^N en la misma dirección; b) o bien n_g^M hace un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ con n_g^N . Veamos cómo se traducen a través del microscopio estas dos posibilidades.

PRIMERA.—La intensidad I alcanzará un máximo cuando la cantidad $(\tau^M + \tau^N)$ sea mayor, aritméticamente; lo cual equivale a decir que τ^M y τ^N tienen el mismo signo, digamos, el mismo signo positivo. (*)

$$\begin{aligned} \tau^M > 0 & ; \tau^N > 0 \\ e^M (n_o^M - n_e^M) > 0 & ; n_o^M - n_e^M > 0 \\ e^N (n_o^N - n_e^N) > 0 & ; n_o^N - n_e^N > 0 \\ \text{Designemos } n_o^M - n_e^M = \beta^M & \text{ (cantidad positiva)} \\ n_o^N - n_e^N = \beta^N & \text{ (cantidad positiva)} \\ \tau^M + \tau^N = e_M \beta_M + e_N \beta_N & \end{aligned} \tag{18}$$

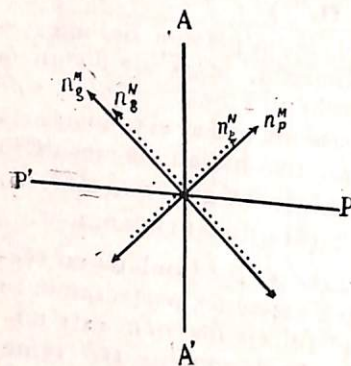


Fig. 243. Fenómenos del retardo τ en dos laminillas superpuestas. El semi-eje de la elipse de sección, n_g de la una coincide con n_g de la otra

(*) En esta primera posibilidad, podemos siempre suponer que el signo común es positivo, pues sabemos que $\sin^2(-\alpha) = \sin^2 \alpha$. Y aquí tenemos tam-

Vemos en (18) que dos birrefringencias del mismo sentido se han sumado. Quiere esto decir que, refiriéndonos a la escala cromática de Newton, el matiz resultante ha subido en dicha escala.

Además, si ambas birrefringencias son positivas, o ambas negativas, es preciso que los ejes de los dos minerales ocupen las posiciones que se muestran en el dibujo. (Fig. 243).

Por aquí vemos que la superposición de la laminilla auxiliar N, cuando ha tenido por efecto subir el matiz en la escala cromática, nos sirve aún para descubrir la posición del

eje n_g del mineral desconocido. De esta propiedad preciosa nos serviremos más tarde para conocer el signo de la sección de un mineral.

SEGUNDA.—Estudiada la primera, casi es innecesaria la discusión de esta segunda posibilidad. En esta tendremos, como condición, la doble desigualdad, sucesivamente.

$$\begin{aligned} \tau^M > 0 & ; \tau^N < 0 \\ e_M (n_o^M - n_e^M) > 0 & ; e_N (n_o^N - n_e^N) < 0 \\ (19) \quad n_o^M - n_e^M = \beta_M > 0 & ; n_o^N - n_e^N = \beta_N < 0 \\ \beta_M \text{ (cantidad positiva)} & ; \beta_N \text{ (cantidad negativa)} \\ (20) \quad \tau^M + \tau^N = e_M \beta_M + e_N \beta_N < \tau_M & \end{aligned}$$

La desigualdad (20) nos manifiesta que hay una disminución del retardo y una disminución de la birrefringencia con la superposición de la placa N. Desde el punto de vista del elipsoide de los índices, esto quiere decir que el eje n_g^M se halla en posición perpendicular con respecto al eje n_g^N , según trazamos en la (Fig. 244). Si, pues, en la escala cromática de Newton hay descenso del matiz de polarización por causa de la interposición de la placa auxiliar N, diremos que la dirección de n_g^M ha coincidido con la dirección n_p^N .

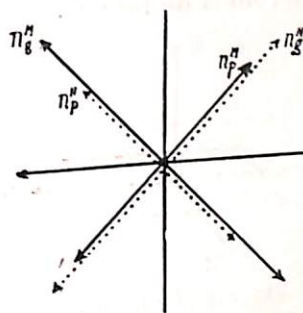


Fig. 244. Fenómenos del retardo τ en dos laminillas superpuestas. El semi-eje n_g de la una coincide con n_p de la otra

LA LAMINA AUXILIAR DE MICA $\frac{1}{4}$ DE ONDA

Habiendo discutido en el número anterior los fenómenos de retardo de dos placas superpuestas, nos queda por estudiar algunas laminas auxiliares, y entre ellas sea la primera la placa de mica $\frac{1}{4}$ de onda.

Por otra parte, pedimos que se nos dispense el uso de los índices n_o, n_e de las diferentes n . No queremos insinuar que subsista el rayo o a pesar de la presencia de los nicoles. Esos índices nos indican solamente la diferencia de las n que intervienen. Con respecto a la correspondencia entre X, Y, Z que figuran como dirección en ciertas laminas auxiliares y los índices n_p, n_m, n_g que llevan las laminillas homónimas de Casas fabricantes francesas y alemanas, consúltese la Observación importante del Capítulo XIX de esta obra.

Esta placa tiene un espesor tal que el retardo τ sea igual a $\frac{\lambda}{4}$

$$\frac{\lambda}{4} = e(n_2 - n_1)$$

Se sabe que la mica moscovita se exfolia en láminas de cualquier espesor. Como pertenece a la singonía *monoclínica*, el eje **a** (bisectriz del ángulo agudo de los ejes ópticos) no es completamente perpendicular a la *base*, pero difiere de ésta sólo en dos grados. Tal bisectriz emerge en el centro de la lámina. *La moscovita es un mineral negativo*.

Cuando se la ha fabricado en forma de un rectángulo, la *vibración* se halla indicada por una flecha.

La fórmula (2) de la página 215 nos da la expresión de la diferencia de fase δ .

$$\delta = \frac{\tau}{\lambda} = \frac{e(n_o - n_c)}{\lambda}$$

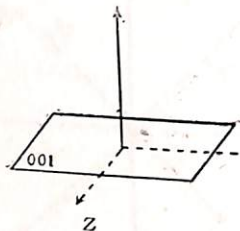


FIG. 245. La lámina auxiliar de mica $\frac{1}{4}$ de λ .

Como se ha tallado la laminilla haciendo con la bisectrix aguda X un ángulo casi recto, la sección contendrá los ejes Z y Y, con los índices n_g y n_m respectivamente. Véase la (Fig. 245). Si estos son

$$n_g = 1,603 ; n_m = 1,595$$

en el ejemplar de mica utilizado, tendremos con la *luz del sodio*, el valor de δ

$$\frac{1}{4} = \frac{e(1,603 - 1,595)}{0,000589}$$

de cuya fórmula despejaremos el valor del espesor **e** de la placa

$$e = \frac{0,000589}{4 \times 0,008} = 0,0184 \text{ mm. (*)}$$

(*) Para cerciorarse a qué vibración Z o X corresponde el canto más largo de la placa de mica, si acaso esta indicación no ha sido dada por la Casa fabricante, será necesario someterla a un examen con luz polarizada convergente de cuya naturaleza y efectos hablaremos en el Capítulo XIX. Ya que el corte de la placa es perpendicular al eje X, dirección de la vibración del rayo más veloz, los otros dos ejes Z y Y se hallan contenidos en la placa. Si, pues, se la pone bajo el microscopio y se utiliza luz convergente, la dirección de Z será la línea de unión de los puntos O O por donde emergen los ejes ópticos de la mica, (véanse figuras 263 y 264). La del eje Y será perpendicular a esa línea.

LA LAMINA TINTE SENSIBLE

Los minerales más adecuados para hacer esta preparación son el *cuarsó* y el *yeso*; la mica no lo es.

El *yeso* es *monoclínico*. El ángulo β del eje **a** con el eje **c** es de $80^\circ 42'$. El eje **b** coincide con el eje Y del elipsoide de los índices y el eje Z hace con el eje **c** un ángulo de 53° (en el ángulo ob uso). (Figs. 246 y 247).

Los clivages son 010 ; bueno
 111 y 100 ; discernibles

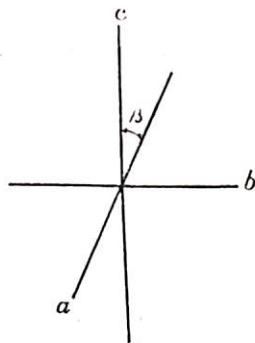


FIG. 246. Posición de los ejes cristalográficos en el cristal de yeso, del sistema monoclinico.

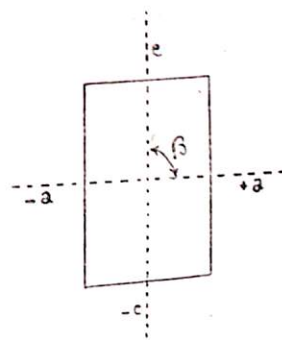


FIG. 247. Posición de los ejes a y c en la cara 010 del yeso.

En las láminas $010 = g_1$ (notación de Levy), se halla el plano de los ejes ópticos, y perpendicularmente a él el eje **b** o el eje Y. Obsérvese que los ejes trazados con línea punteada y perpendiculares entre sí son los del elipsoide de los índices (Fig. 248).

La laminilla, de matiz violeta de la primera gama, puede tallarse con su alargamiento paralelo a X o a Z. Para evitar confusiones es preciso que todas las láminas auxiliares tengan el alargamiento orientado de igual modo.

El retardo τ de la placa corresponde prácticamente a una onda, El eje Z hace con **c** un ángulo de 53°

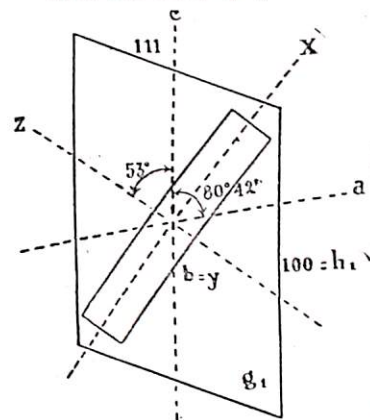


FIG. 248. Corte de la lámina auxiliar de yeso tinte sensible en la cara $g_1 = 010$.

tomada ésta como término medio de las ondas de la luz blanca. Por esta razón la placa de tinte sensible (T. S.) puede también llamarse *placa de retardo unidad*.

El espesor de la placa se calcula de un modo análogo

$$I = \frac{e (n_g - n_p)}{\lambda}$$

$$\lambda = e (n_g - n_p)$$

Si $(n_g - n_p) = 0,0095$; y si $\lambda = 0,000589$

$$e = \frac{0,000589}{0,0095} = 0,062 \text{ mm.}$$

al utilizar un cristal de yeso.

Si se quiere emplear cuarzo, hay que tallar la lámina *paralelamente al eje óptico*, siendo el espesor de la placa

$$e = \frac{0,000589}{0,009} = 0,0655 \text{ mm.}$$

LA CUÑA DE CUARZO

Sucede a menudo, en las condiciones de experimentación o trabajo de laboratorio, que hay mayor ventaja en utilizar una lámina de cuarzo, en forma de cuña, que una placa de caras paralelas. Ya hicimos mención de ellas cuando discutimos las bases de la *escala cromática de Newton* (pág. 229 y siguientes). (*) Poniendo en el microscopio una cuña de este género, con los nicoles cruzados, se observa la producción de bandas paralelas de colores policromos desde la primera gama de la escala, hasta la cuarta, quinta, etc. Ya dimos la explicación de tal fenómeno en las páginas anteriores.

Cuando tal lámina auxiliar, puesta en la rendija especial del microscopio, adaptada a este fin, hace un ángulo de 90° con el eje del mismo nombre (por ejemplo con n_g) de la placa de un mineral M, los colores de interferencia irán bajando en la escala de Newton hasta llegar a cero, es decir, hasta que los retardos de la cuña de cuarzo y de la lámina o placa de M sean iguales y de signo contrario. Es la segunda posición o posibilidad estudiada en la página 237. En esta posición y en este instante, cuando aparece una *banda negra*, es la posición llamada *de compensación*.

(*) Es una lámina cortada en un cristal de cuarzo, de modo que la sección sea normal al eje vertical C y la dirección X de la vibración tenga la dirección del canto más largo de ella.

ANGULOS DE EXTINCIÓN EN LUZ POLARIZADA PARALELA EXTINCIÓN PARALELA Y OBLICUA

Se ha demostrado ya por métodos geométricos (página 217 y siguientes) y analíticos (página 224 y siguientes) que hay extinción de luz cuando las direcciones de los planos de vibración del cristal son *paralelos* a los planos principales de los nicoles cruzados. Esto ocurre cuatro veces en una rotación completa de la platina; y estas son las posiciones de *extinción*. Se ha demostrado también que siendo la velocidad de vibración la misma en los cristales de *sigonia cúbica*, sea cual fuese la dirección, el campo del microscopio queda siempre oscuro estando los nicoles cruzados, cualquiera que sea la rotación de la platina.

¿Cuáles son los ángulos de extinción en los cristales de las otras sigonías?

Si se trata de cristales uniáxicos, es decir de aquellos cuyo elipsoide de los índices es de *revolución*, y la *sección examinada es normal al eje cristalográfico* senario, cuaternario o ternario, el campo del microscopio quedará siempre oscuro con cualquier ángulo de rotación de la platina. Ya sabemos por qué. Porque en tal sección todas las direcciones son iguales, las velocidades también iguales, la sección del elipsoide es circular.

Cuando la sección es paralela al eje cristalográfico

$$c (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$$

hay cuatro posiciones de obscuridad, tanto para la traza OS del eje mayor, como para OE' traza del eje menor del elipsoide de los índices (véase fig. 211); y es cuando una u otra están paralelas a los hilos del retículo del ocular; digamos mejor, paralelos a los planos de los nicoles.

Si, en cambio, se nos presenta una sección SS' (fig. 249) cuyo eje mayor $OS = n_g$ ocupa una posición intermedia entre el gran eje n_g y n_p del elipsoide, de modo que se tenga

$$n_p < n_g' < n_g$$

las trazas OS y OB , ejes de la elipse de sección, serán las direcciones de extinción de esta sección.

En los cristales ortorrómbicos — en los que el elipsoide de los índices es de tres ejes distintos —, los ejes de vibración coinciden también con los ejes cristalográficos, según vimos ya (pá-

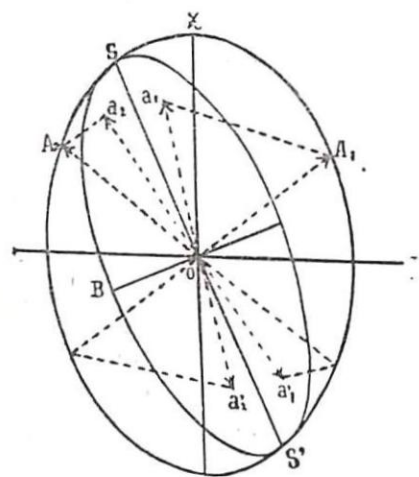


FIG. 249. Dirección de las posiciones de extinción en un corte cualquiera de un cristal birrefringente biáxico.

sección considerada son OS y OB las *bisectrices* de los ángulos a_1 o a_2 y a_2 o a_1' , que son los ejes de la elipse de sección.

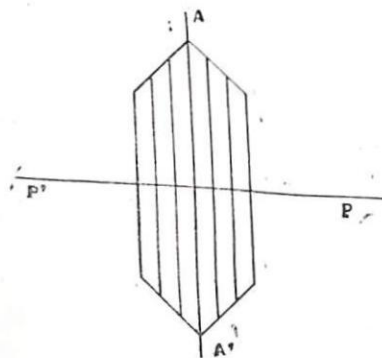


FIG. 250. Extinción paralela respecto a las líneas de clivaje de un cristal.

se podrá decir, tal dirección corresponde a X, a Y, a Z.

En algunas secciones de cristales de las singonías senaria, ternaria, cuaternaria y terbinaria, pueden presentarse direcciones

de extinción simétricas con respecto a las líneas de clivaje (Fig. 251).

En los cristales monoclinicos no hay sino un plano de simetría y un solo eje I_2 binario. Vimos ya (página 184) que un eje del elipsoide de los índices debe coincidir con este eje binario, y los otros dos ejes hallarse en el plano de simetría, pudiendo estar orientados en el de una manera cualquiera. Por lo tanto el ángulo de extinción podrá ser cualquiera.

Se dice que, en este caso, *la extinción es oblicua*.

El ángulo formado por la dirección de extinción y el eje cristalográfico — éste manifestado por las líneas de clivaje o los cantos del cristal —, se llama *ángulo de extinción de la cara*. Así en la angita el ángulo de extinción para la cara 010 (g_1) es de 45° ; para la cara 110 (m) es de 36° ; para la cara 100 (h_1) es 0° . Se define como *ángulo de extinción del mineral* el ángulo máximo formado por el eje cristalográfico y el eje más próximo del elipsoide del propio mineral.

CONSEJOS SOBRE LAS OBSERVACIONES Y LAS MEDIDAS

Es el primero, el asegurarse de que el microscopio esté bien arreglado; que los planos de los nicoles se hallen perpendiculares entre sí; que los hilos del retículo estén paralelos a los planos de los nicoles.

La luz blanca es suficiente para las investigaciones ordinarias que no exigen mucha precisión. Hay que examinar varios cortes del mismo mineral escogiendo aquellos que ofrezcan *mayor birrefringencia* y tomar como ángulo de extinción característico el obtenido en su valor máximo.

El método ordinario para la determinación de esta clase de ángulos es el siguiente: a la luz natural se lee en la platina — provista de su nonio correspondiente — el ángulo que corresponde a la dirección paralela de las líneas de clivaje y los hilos del retículo; luego, después de cruzar los nicoles, hacer girar la

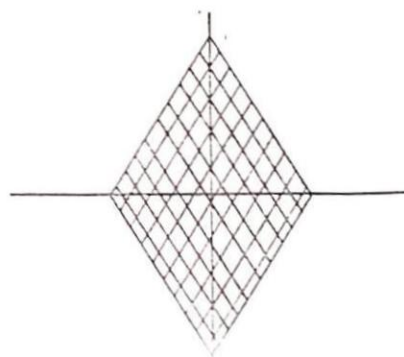


FIG. 251. Dirección de extinción simétrica con respecto a un doble grupo de líneas de clivaje.

platina hasta que se produzca perfecta extinción. Notar ahora el valor del ángulo de giro. Tal operación se repite una media docena de veces en una dirección; y otra media docena a 180° de la posición primera. El promedio de esas dos lecturas dará el valor del ángulo de extinción.

Hay casos en que es difícil la lectura del ángulo de extinción especialmente cuando la birrefringencia del mineral es muy débil, es decir, cuando los colores de birrefringencia se hallan en el gris de la primera gama. Para obviar a esta dificultad se utiliza la lámina *tinte sensible* la que, siendo interpuesta, tiene que aparecer con su color propio, es decir, el violeta de la primera gama, en el caso de que el mineral cuyo ángulo de extinción se averigua, se halle en la verdadera posición de extinción.

Si ahora imprimimos un giro elemental a la platina, el retardo insignificante producido por el giro de los rayos transmitidos va a desarrollarse, como color de interferencia, el rojo en una dirección o el azul en la dirección contraria.

Débase notar que puede echarse mano de este arbitrio cuando los fragmentos o granos del mineral se hallan aislados o rodeados sólo por el bálsamo de Canadá o también pegados a un mineral isotrópico. Es la extinción exacta y simultánea a efectuarse en el campo del microscopio la razón que motiva tal exigencia.

ALARGAMIENTO Y APLANAMIENTO

Hay muchos cristales que son mucho más largos que anchos en una determinada dirección, particularidad que se descubre fácilmente en el microscopio. Ejemplo de ello es la *apatita* y el *rutilo* que se muestran alargados en el sentido de la dirección del eje vertical (λ_0, λ_3). Casi todos los cristales uniáxicos, dotados de la propiedad de alargamiento, lo tienen en dirección paralela al eje vertical. Todas las veces que un mineral sujeto a examen ostenta un perfil bien definido con una longitud en una dirección mucho mayor que en otra dirección, la tal longitud debe tomarse como punto de referencia con respecto a la dirección del rayo más lento o más rápido. Cada vez que el alargamiento tenga la dirección de la vibración más rápida ($X, o \Pi$) se dice entonces que el *alargamiento es positivo*,

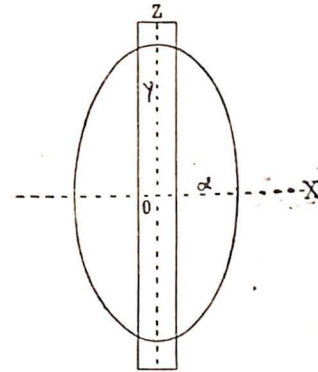


FIG 252. Alargamiento positivo.

(Fig. 252); si en cambio el alargamiento es paralelo o casi paralelo a la dirección del rayo más rápido, se dice que el alargamiento *es negativo*

Ciertos minerales tienen otro carácter: el de desarrollar su alargamiento no ya en una dirección determinada sino en sentido paralelo a una cara del cristal, o como un desarrollo tabular paralelo a la cara; ejemplo de ello son la *tridimita* y el *calomel*. El desarrollo tabular en los cristales uniáxicos es casi siempre paralelo a la pinacoide basal.

Los cortes de tales minerales hechos por el plano de sección en la plancha tabular de ellos, van a mostrarse, con un alargamiento, la dirección del cual será la dirección del corte. También en el caso actual, diremos que el alargamiento es *positivo* siempre que la dirección de él — de este alargamiento aparente — sea paralelo o casi paralelo a la dirección del rayo más lento (Z); si lo es al rayo más rápido (X) será negativo.

En el caso del desarrollo tabular y de las secciones hechas en él, hay evidentemente una ambigüedad. Lo mejor será definir como *positivo* un alargamiento cuando el rayo más rápido vibre en ángulo recto, o casi recto, al plano tabular; si es el rayo lento el que vibra perpendicularmente, o casi perpendicularmente al plano tabular, diremos que el alargamiento es *negativo*.

Si se desea conocer un método gráfico para la determinación de los ángulos de extinción mediante la aplicación de la proyección estereográfica, consúltese el número 351 de "Petrographic Methods" de Johannsen en el que da un resumen del procedimiento usado con este fin por Duparc et Pearce.

CAPITULO DECIMO OCTAVO

OBSERVACIONES CON LUZ CONVERGENTE

Y CRISTALES UNIAXICOS

CARACTER OPTICO DE ESTOS

Los aparatos especialmente contruidos para observar los fenómenos de interferencia y polarización con *luz convergente* se llaman *conoscopios*; función que puede llenarla el mismo microscopio polarizante cuando se le arma con un sistema de lentes condensadoras, colocadas inmediatamente bajo el objeto a examinarse. La luz reflejada por el espejo y polarizada por el nicol inferior converge, haciendo un cono de gran ángulo, al objeto; pasa a través del objetivo del nicol analizador y va a formar una imagen real del objeto muy cerca del ocular. Si el microscopio, en este sitio puede disponer de una lente adicional, cual sucede con los modelos Leitz, ésta con el ocular vendrá a componer un pequeño microscopio adicional con el cual se verá mejor aquella imagen real, que no es otra sino lo que se llama *la figura de interferencia* del cristal. Son figuras formadas por bandas simétricas blancas y negras cuando se utiliza luz monocromática, de colores irizados cuando la luz es blanca, y que son provocadas por la interferencia del rayo *e* y del rayo *o* al atravesar el cristal en todas direcciones.

Mediante estas imágenes puede llegarse a los siguientes resultados: 1º distinguir los cristales monoáxicos de los biáxicos; 2º determinar la dirección de los ejes ópticos; 3º determinar aproximadamente el ángulo formado por ellos en el cristal biáxico; 4º distinguir las direcciones del rayo más lento y las del rayo más veloz; 5º determinar el carácter de la dispersión; 6º saber la orientación del corte o sección del mineral.

LOS ANILLOS DE INTERFERENCIA EN LOS CRISTALES UNIAXICOS

Esta clase de fenómenos no podemos observar sino en las secciones que tienen una orientación definida. Sea, pues, una sección normal al eje cristalográfico del mineral uniáxico. Sabemos, por haberlo repetido a menudo, que los rayos paralelos a este eje vibran en el plano normal al eje con igual velocidad en todas direcciones en esa sección. En cambio los rayos que son oblicuos con respecto al eje cristalográfico, sufrirán doble refracción y podrán por lo tanto interferir.

Supongamos un cono de luz monocromática que atraviesa una laminilla tallada normalmente al eje MO (Fig. 253). El rayo MO va a vibrar en el plano de la placa; pasará sin sufrir interferencia; aquí habrá oscuridad. El rayo Ma que atraviesa la placa haciendo un ángulo oblicuo con la placa dará origen a una *doble* refracción. Supongamos que sea tal la inclinación del rayo que el retardo sufrido sea de una onda λ , debido a la diferencia de marcha de los rayos y a la diferencia de los índices en esta dirección. Vimos ya (pág. 225) que cuando los dos rayos tienen una diferencia de marcha de $n\lambda$, el resultado era ausencia de luz. En los puntos a, b, c, d, ... etc., en los que suponemos que la diferencia de marcha es de $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, n\lambda$, habrá, pues, extinción de luz; esas bandas negras serán circulares y de radios iguales a oa, ob, oc, ... etc. como lo demuestra la figura 253 A.

Es evidente que los radios de las bandas circulares serán menores o mayores conforme sean menores o mayores las longitudes λ de la luz monocromática utilizada. Con la luz azul, por ejemplo, los anillos serán más estrechos; con la luz amarilla más abiertos.

Si se utiliza luz blanca en vez de la monocromática, aparecerán anillos de colores en lugar de las bandas negras y claras de antes; los colores presentes serán los complementarios de los extinguidos. Un color dado en una banda bien determinada,

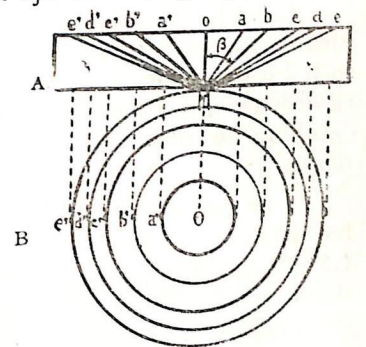


FIG. 253 A Refracción sufrida por los rayos provenientes de un cono de luz convergente al atravesar una sección de un cristal birrefringente.

por ejemplo, en la que corresponda al radio ob , ofrecerá un color igual al que daría una placa de espesor Mb y tallada según un ángulo β con la dirección del eje MO y vista a través de los nicoles cruzados con luz polarizada paralela.

Al lado de los anillos de obscuridad - o también irizados - aparecen bandas oscuras en forma de una cruz negra en los cristales uniaxiales. Su origen obedece a las direcciones de vibración diferentemente orientadas con respecto a los planos principales de los nicoles. Tales curvas se llaman ISOGIRAS. (Fig. 253 B)

SECCIONES OBLICUAS AL EJE OPTICO

Cuando la lámina está tallada perpendicularmente al eje óptico, digamos mejor, al eje cristalográfico, el centro de la cruz se halla en el eje del microscopio. Sea que se corra lateralmente el carro, sea que se imprima una rotación a la platina, no cambian de posición ni los anillos de interferencia, ni la cruz negra.

Las cosas pasan diferentemente cuando el eje del cristal se halla inclinado con respecto al plano de sección de la laminita. La línea a lo largo de la cual no se produce doble refracción, - línea que en el caso precedente es MO , perpendicular al plano de sección -, no se halla ya en el centro sino algo desplazada al margen. A cada lado, a distancias desiguales, están las posiciones de retardo de una longitud de onda (Véase la Fig. 254 A). Por la figura trazada ya prevemos que la imagen no se va a presentar simétricamente; y es efectivamente lo que sucede (Véase la figura 254 B). Los anillos aa' , bb' ... etc, no son exactamente círculos.

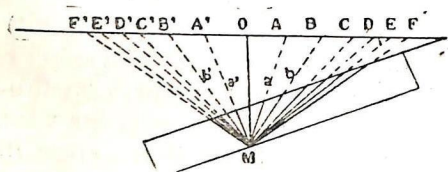


FIG. 254 A. Sección oblicua al eje óptico OM . Los anillos negros no son ni pueden ser exactamente circulares cuando es examinada la sección con luz convergente.

Cuando se imprime una rotación a la platina, el eje óptico describe un cono. Si la inclinación del eje es tal que no emerge sino fuera del campo del microscopio, los brazos de la cruz de las figuras de interferencia tomanán, con la rotación de la platina, posiciones variables y el centro de ella girará en torno del eje del microscopio.

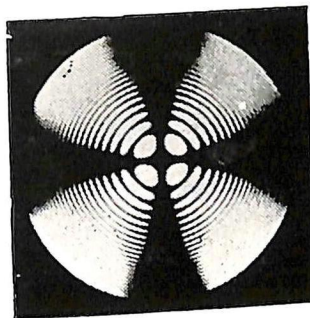


Fig. 253 B.—Figura de interferencia de un mineral uniaxial negativo visto a través de nicoles cruzados y con luz monocromática. La sección es perpendicular al eje óptico.

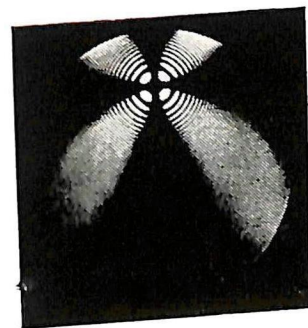


Fig. 251 B.—Esta figura de interferencia es decentrada porque la sección no es perpendicular al eje óptico sino que hace con él un ángulo de 80° . La figura es también de un cristal uniaxial negativo

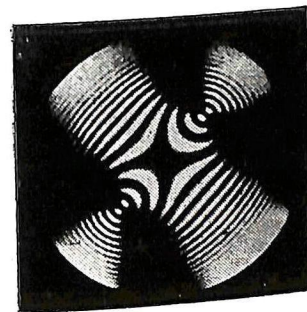


Fig. 262.—Figura de interferencia de un mineral biaxial negativo. Sección perpendicular a la bisectriz aguda X del ángulo óptico $2V$. El eje Z del mineral hace con los planos de los nicoles cruzados un ángulo de 45°

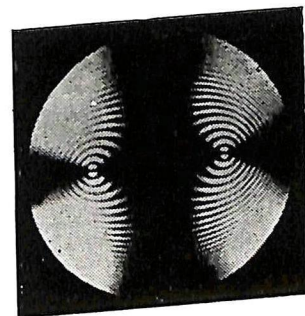


Fig. 263.—La misma figura anterior del mineral biaxial negativo pero cuyo eje Z es paralelo a uno de los planos de los nicoles. Nicles cruzados.

SECCIONES PARALELAS AL EJE OPTICO

Los cortes paralelos al corte óptico dibujan hipérbolas que son análogas a las figuras de interferencia de los cristales biáxicos, sólo que no se muestran inmediatamente sino cuando los planos de vibración de la laminilla se hallan paralelos a los planos de los nicols. Luego entra una figura en forma de una cruz poco definida y sale con mucha rapidez moviéndose a lo largo del eje óptico. Por lo cual durante la mayor parte de la rotación no se muestra en el campo del microscopio.

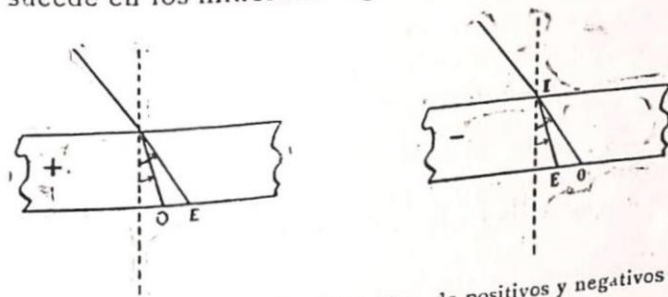
DETERMINACION DEL CARACTER OPTICO DE UN CRISTAL UNIAXICO MINERALES POSITIVOS Y NEGATIVOS

J. B. Biot descubrió en 1814 que el cuarzo y el berilo se conducían diferentemente con los minerales cuyas propiedades ópticas eran conocidas. Tal propiedad le dió ocasión para distinguirlos con los nombres de *atractivos* y *repulsivos*. Más tarde Brewster los reemplazó con los vocablos de *positivos* y *negativos*, denominación que se ha generalizado en el día de hoy.

La razón de esta denominación es la siguiente. En un mineral *positivo* para el cual $n_o < n_e$, las velocidades correspondientes guardan la relación $v_o > v_e$. Según vimos ya, el retardo τ del mineral *positivo* está dado por la fórmula

$$\tau = t_o - t_e = e (n_o - n_e)$$

Pero como $n_o - n_e < 0$, y por lo tanto, $v_o - v_e > 0$; la *diferencia* de las velocidades es una *cantidad positiva*. Lo contrario sucede en los minerales *negativos*.



Figs. 255 y 256. Razón del calificativo de positivos y negativos que han merecido los cristales uniaxiales.

Los accesorios utilizados a este fin son las láminas auxiliares que conocemos: mica $\frac{1}{4}$ de onda, cuarzo tinte sensible y cuña de cuarzo.

A.—MEDIANTE LA MICA $\frac{1}{4}$ DE ONDA.

En la (Fig. 257) sean AA' y PP' las trazas en el plano del dibujo de los planos de vibración de los nicoles analizador y polarizador.

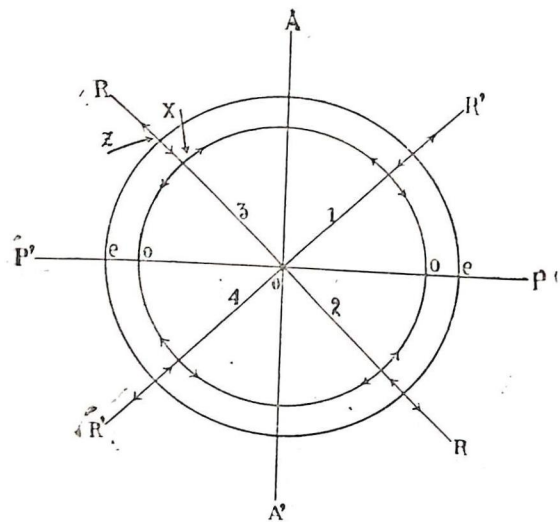


FIG. 257. Determinación del carácter óptico de un cristal uniaxial positivo. Las vibraciones X de la mica $\frac{1}{4}$ de λ y del cristal examinado, se suman; se aumenta la diferencia de fase.

jada por el rayo ordinario \circ estará dentro de la del rayo extraordinario e , porque en un mineral positivo el rayo \circ camina con mayor velocidad que el rayo e y se refracta menos. Las direcciones de las vibraciones de ambos rayos, a la distancia angular de 45° , están indicadas por las flechas de doble punta. Hay un infinito número de rayos que atraviesan la sección con variados ángulos de inclinación y por esto con retardos varia-

(*) No confundir los círculos e y \circ con los frentes de onda de los rayos extraordinario y ordinario. Estos círculos son, podríamos decir, el lugar geométrico por cuyos puntos emergen los rayos refractados \circ y e de la fig. 256.

Sea O, centro de intersección de estos dos planos, el punto de emergencia del eje óptico del mineral uniaxial positivo. Vamos a suponer que trabajando con luz monocromática, no atraviesa la sección sino un solo cono de luz. El rayo de luz incidente, al atravesar el mineral, se quiebra en dos rayos refractados el ordinario \circ y el extraordinario e los que salen de la laminilla en torno a los círculos trazados en la figura. (*) La traza de-

bles. A alguna distancia del centro O, dos rayos van a emerger en el mismo círculo con una diferencia de fase igual a λ ; y cuando se hayan descompuesto al tocar el nicol analizador en rayos que vibren en el mismo plano, van a interferir y a producir el primer anillo oscuro de interferencia de luz monocromática. Es este mismo fenómeno que ya encontramos en la figura 253 y cuyos anillos oscuros tratamos de explicar.

¿Qué va a suceder ahora al interponer una lámina de mica $\frac{1}{4}$ de onda? Recordemos que, al igual de los otros minerales birrefringentes — la mica pertenece al sistema monoclinico —, este mineral quiebra la luz en dos rayos que retardan entre sí con un retardo igual a $\frac{\lambda}{4}$ (véase pág. 238). Al introducir la lámina de mica paralelamente a la línea ROR de la figura 257, en los puntos R, R, la dirección de la vibración del rayo e va a coincidir con la de la vibración Z de la placa de mica (véase fig. 245). Las direcciones de estas vibraciones son en todo caso, las de los rayos que caminan con menor velocidad en ambos minerales. Por otra parte, en el mismo punto (en el cual se produce la interferencia) la dirección de la vibración del rayo \circ en el mineral coincide con la de la vibración X de la lámina de mica y ambos son rayos que tienen la mayor velocidad. Así que, en este punto, el efecto de la lámina de mica es aumentar la diferencia de fase existente ya entre \circ y e , siendo este efecto equivalente al que hubiese causado el aumento de espesor de la placa del mineral.

En consecuencia los anillos de interferencia van a aumentar en número y acercarse más hacia el centro de la figura.

En los puntos R' R', pasa todo lo contrario. Aquí la dirección de vibración del rayo e coincide con la de X de la placa de mica, es decir, la dirección de la menor velocidad en el mineral con la de la mayor velocidad en la mica. Así mismo la dirección de la vibración del rayo \circ del mineral coincide con la de Z de la mica (la de la velocidad mayor del mineral con la de la velocidad menor de la mica). Así que en este punto, la intervención de la mica tendrá por efecto rebajar la diferencia de fase entre \circ y e , y producir un resultado igual al de un adelgazamiento de la laminilla; es decir, vamos a ver dislocarse los anillos de

interferencia, apartándose del centro, a lo largo de la línea $R'OR'$. En los cuadrantes 2 y 3 vemos que los círculos se dibujan más cerca del centro, mientras son empujados hacia afuera los de los cuadrantes 1 y 4.

Hemos, pues, llegado con estas consideraciones, deducidas de una construcción gráfica, a los mismos e idénticos resultados de las págs. 236 y 237 que fueron obtenidos con deducciones analíticas.

Aún más pronunciado es otro efecto debido a la interposición de la lámina de mica. En el caso discutido (figura 257) van a aparecer *puntos negros* cerca del centro de la figura y en los cuadrantes 1 y 4. Antes de la interposición de la placa de mica, habían en los cuadrantes 1 y 4 de la figura de interferencia puntos en los cuales los dos rayos o y e emergían de la sección con una diferencia de fase igual a $\frac{\lambda}{4}$. En estas condiciones no podía presentarse el fenómeno de interferencia; esos puntos tenían que ser entonces luz. La interposición de la lámina de mica tiene por efecto *disminuir* en esos dichos cuadrantes 1 y 4 la *birrefringencia* del mineral quitándole un retardo de $\frac{\lambda}{4}$. El efecto de la birrefringencia primitiva va, pues, a quedar anulado: esos dos puntos *tienen que aparecer negros*. (*)

(*) La lámina de mica produce otros efectos más. Los espacios oscuros de la figura de interferencia se hacen claros por la interposición de la placa de mica $\frac{\lambda}{4}$. He aquí porqué. La luz que parte de la sección del mineral a lo largo de las líneas de las isogiras, se halla vibrando sólo en la dirección de la vibración del polarizador; y ésta es cortada totalmente con la interposición del analizador. Pero al introducir la lámina de mica, la luz que emerge de la sección se quiebra en dos rayos que se ponen a vibrar según los planos de vibración de la mica, y como estos se hallan formando ángulo con el plano del *analizador* tiene éste que dejar pasar alguna luz tamizada por la mica. Como la luz que pasa a través de la sección a lo largo de las líneas de la cruz oscura no tiene sino una sola velocidad, los rayos que saldrán de la placa de mica serán: sólo dos y con una diferencia de fase de $\frac{\lambda}{4}$. En estas condiciones no puede haber fenómeno de interferencia; de aquí que la cruz se ponga clara.

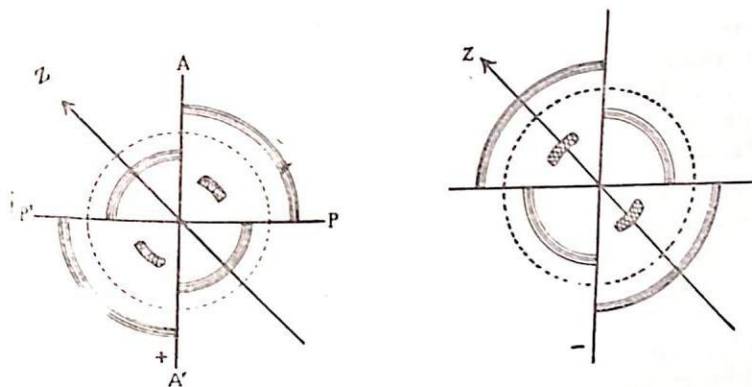


FIG. 258. Dislocación de los anillos negros, causada por la interposición de la mica $\frac{\lambda}{4}$ en una figura de interferencia de un cristal *positivo*.

FIG. 259. Dislocación de los anillos negros en una figura de interferencia de un cristal *negativo* provocado por la placa auxiliar mica $\frac{\lambda}{4}$ de λ .

De lo expuesto vamos a deducir la siguiente:

REGLA PRIMERA. — Para determinar el carácter óptico de un *mineral uniaxial*, mediante su figura de interferencia, débese interponer entre la sección del mineral y el analizador una lámina de mica $\frac{\lambda}{4}$ haciendo la dirección Z de la mica con las trazas de los nicols un ángulo de 45° . Si esta dirección es perpendicular a la línea que une los dos puntos negros de los cuadrantes 1 y 4, el mineral de la sección es *positivo*. Si en cambio la dirección Z y la línea de los puntos negros son paralelos, el *mineral es negativo*.

MEDIANTE LA PLACA TINTE SENSIBLE

Se la utiliza cuando la sección del mineral uniaxial es *muy delgada* o cuando es tal la birrefringencia del mineral que sólo muestra una *cruz negra sin anillos*. En estas condiciones la mica $\frac{\lambda}{4}$ no daría resultados satisfactorios. La placa (de cuarzo o de yeso) *tinte sensible*, está orientada de modo que la dirección de ella en longitud coincida con la de la vibración del rayo de ma-

yor velocidad, es decir, la dirección X. Se introduce la placa tinte sensible entre el polarizador y el analizador a 45° de distancia angular de los planos de vibración de los nicoles, (véase figura 248) y de tal suerte que se produzca la coincidencia o paralelismo de las vibraciones X de la placa con las del rayo e del mineral sometido al examen.

Sea, pues, la figura de interferencia de un mineral positivo. Si la placa tinte sensible se interpone de tal modo que su dirección X sea paralela a la línea R O R (figura 255) la dirección X será paralela a la dirección de la vibración Z del rayo e en el mineral. Como el mineral es positivo el rayo e de él estará caracterizado por la *velocidad menor*. La placa tinte sensible tiene por color característico el violeta de primer orden. Si el efecto de la refringencia propia del mineral es tal que añadida a la de la placa viene a darle un *retardo* de fase, el color violeta (*) va a tomar el tono rojo o amarillo (colores precedentes en la escala cromática) y en los cuadrantes 2 y 3, cerca del centro del campo, van a aparecer puntos amarillos, en aquellos sitios en donde ha rebajado a este grado el color de refringencia del mineral. En los otros cuadrantes los rayos extraordinario y ordinario de ambos minerales coinciden, y el efecto será una subida en la escala de Newton: el color violeta de la placa subirá al azul o a otro más arriba. De aquí despejamos la siguiente:

REGLA SEGUNDA. — Si la dirección X de la placa tinte sensible corta la línea que une los puntos azules (o talvez verdes) haciendo un signo + con ella el *mineral es positivo*. Si las direcciones coinciden o son paralelas y hacen así un signo —, el *mineral es negativo*.

SECCIONES OBLICUAS RESPECTO AL EJE OPTICO

En estas el centro de la cruz negra se halla fuera del campo del microscopio. Si la sección no es muy oblicua con respecto a la sección basal, el centro de la figura de interferencia, o, lo que es lo mismo, el punto por donde emerge el eje óptico, se hallará todavía dentro del campo de la visión pero al margen, de modo que al hacer girar la platina va a describir un círculo alrededor

(*) Consúltense la figura 242 en la que hemos consignado la sucesión de los colores siguiendo ordenadamente las cuatro gamas de la escala de Newton. Allí consta el tinte sensible (T. S.) y los colores que le preceden o le siguen.

del eje del microscopio (véanse las figuras 260, descritas en una rotación de 90°).

Si la sección es más inclinada puede el centro de la cruz hallarse completamente fuera del campo de la visión. Al hacer girar la sección en la platina, los cuatro brazos de la cruz negra van a cruzar sucesivamente el campo como barras rectas. Y si la sección no es demasiado inclinada con respecto al eje óptico, cruzarán el campo *paralelamente* a los hilos del retículo. Este detalle es importante para distinguir la figura de interferencia de un cristal *uniáxico de la de otro biáxico*. Porque el último, si bien muestra perfectamente barras negras análogas, estas cruzan el campo del microscopio *encurvándose*.

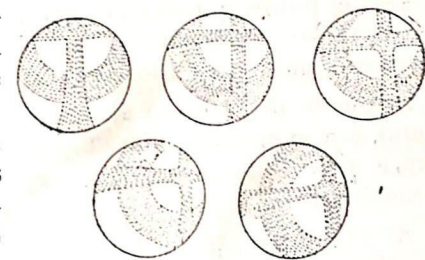


FIG. 260. Figuras de interferencia en las secciones un tanto oblicuas con respecto al eje óptico. Posición del centro de la cruz en una rotación de 90° de la platina del microscopio.

Si el primer brazo de la cruz se mueve de la izquierda a la derecha a través del campo, el segundo va a moverse de arriba a abajo, el tercero de la derecha a la izquierda y el cuarto de abajo hacia arriba. La figura 161 nos muestra el movimiento de los brazos de la cruz durante un movimiento de 90° de rotación de la platina.

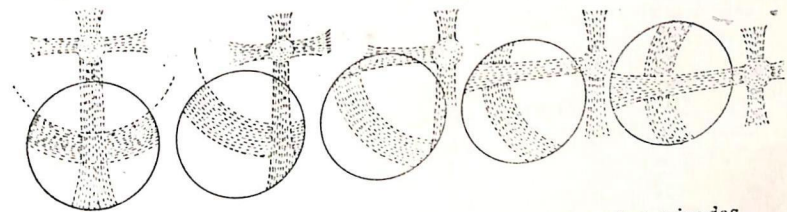


FIG. 261. Figuras de interferencia en secciones aún más inclinadas. Movimiento de los brazos de la cruz en una rotación de 90° de la platina.

Si la sección tiene el corte considerablemente inclinado con respecto al eje óptico, los brazos de la cruz ostentarán alguna curvatura al moverse a través del campo con la rotación de la preparación. Cruzarán el *centro* del campo como *barras rectas*

quedando paralelas o bien al hilo horizontal o bien al vertical del retículo; pero en el momento en que desaparecen de la vista y se aleja el punto por el cual emerge el eje óptico, van a encorvarse un tanto y a alejarse de los hilos del retículo de los cuales son generalmente paralelos los susodichos brazos de la cruz.

Se puede determinar el carácter positivo o negativo de un mineral, por el examen de las figuras excéntricas de interferencia siempre que al momento de la experiencia se sepa con certeza qué cuadrante de la cruz es el que se tiene en el microscopio.

Al examinar secciones no orientadas como son las de las laminillas delgadas o fragmentos de un mineral que se coloque en la platina, es lo acertado buscar aquellas secciones que ofrecen el color más bajo de interferencia. Débese observar *esta regla*: mientras más decrece en una sección el color de interferencia, en un cristal uniaxial, la sección de él se acerca más a la sección basal.

Por lo tanto, la sección que ostenta el matiz más bajo de interferencia, más cerca estará de mostrar la figura simétrica de interferencia.

CAPITULO DECIMO NOVENO

OBSERVACIONES CON LUZ CONVERGENTE Y CRISTALES BIAXICOS CARACTER OPTICO DE ESTOS

Las preparaciones más adecuadas para observar las figuras de interferencia en los cristales biaxiales son *las talladas perpendicularmente a una de las dos bisectrices del ángulo $2V$, de preferencia, a la bisectriz aguda*. Examinada con luz convergente polarizada una de esas preparaciones, deja ver figuras de interferencia, diferentes de las de los cristales uniaxiales.

Cuando el plano que contiene los dos ejes ópticos se halla paralelo a la dirección de vibración del polarizador la figura vista en el microscopio es la figura 262. Cuando el ángulo formado por las direcciones de uno y otro es de 45° la figura que se nos presenta es la 263.

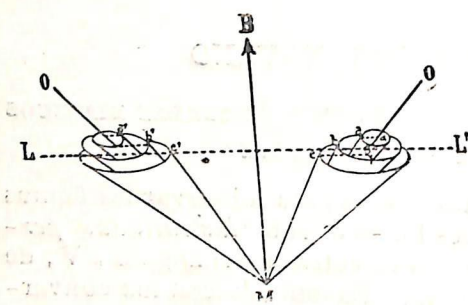
Fijémonos en primer lugar en la primera - posición paralela al polarizador - obtenida con luz monocromática. La integran dos barras negras que forman groseramente una cruz, algo que nos recuerda la cruz negra de los uniaxiales. La barra horizontal es más fina y mejor definida que la vertical. En torno de dos puntos de la barra horizontal - puntos o centros que se los denomina *melatopos* (melas=negro, topos=sitio) - se desarrollan curvas elípticas las que al ensancharse, alejándose de esos centros, van a formar lemniskates - curvas en forma de 8 - y un poco más lejos otras curvas que nos recuerdan los óvalos de los frentes de onda de los cristales uniaxiales. En la posición de la figura 263 a 45° de distancia angular de la anterior, las curvas han girado en torno de los *melatopos* y han constituido los dos brazos de una hipérbola.

Como base de toda la discusión anotamos que las vibraciones que tienen lugar al rededor de los ejes ópticos de un cristal

biáxico se efectúan con igual velocidad en cualquier dirección. Por lo tanto ya que no hay ni puede haber fenómenos de interferencia tampoco habrá colores o luces en los puntos de emergencia. (*)

En éstos \odot, \odot de la Fig. 264 habrá extinción de luz; pero a cierta distancia a, b, c, \dots etc. de los ejes ópticos habrá puntos especiales para los cuales el retardo sea de $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, n\lambda$, siendo estos círculos sitios de oscuridad (véase pág. 225) al trabajar con luz monocromática, o de matices policromos cuando se utilice luz blanca. Tales fenómenos tienen como puntos de partida los dos ejes al rededor de los cuales se desenvuelven elipses que, más lejos de los puntos de emergencia se transforman en lemniscatas y óvalos como antes dijimos.

FIG. 264. Fenómenos de interferencia en las secciones de cristales biáxicos. Explicación elemental de la formación de los *isogiros* en torno de los puntos \odot, \odot por donde emergen los ejes ópticos.



Al lado de las curvas de igual retardo (curvas isocromáticas) aparecen igualmente en las figuras de interferencia espacios oscuros, llamados *isogiros*. Los espacios oscuros giran en dirección opuesta a la rotación de la platina. Anotemos también que mientras más pequeño es el ángulo axial ($2V$) más cerca se encuentran los puntos de emergencia de los ejes ópticos. La cruz de interferencia de los cristales uniáxicos es el caso límite de aquí discutido.

El número de los anillos isocromáticos de una figura biáxica de interferencia; al rededor de cada eje está en relación directa de la birrefringencia del mineral y el espesor de la sección.

(*) Recuérdese que normalmente a los ejes ópticos están las secciones *cíclicas*; y que en el plano de ellas las vibraciones luminosas tienen igual velocidad (véase pág. 180). Quiere esto decir, que el rayo luminoso ordinario o extraordinario, que marcha paralelamente a un eje óptico, tiene sus vibraciones con una amplitud invariable.

SECCIONES TALLADAS PERPENDICULARMENTE A LA BISECTRIZ OBTUSA

Cuando el ángulo axial es cerca de 90° y se ha tallado la sección normalmente a la *bisectriz obtusa*, la figura de interferencia que se ve en ella se asemeja a la que aparece en la sección tallada perpendicularmente a la bisectriz aguda. Los melatopos no aparecen sin embargo en el campo del microscopio ya que el ángulo de apertura de los condensadores en la mayoría de los microscopios no permitirá que aparezca la totalidad de la figura sino sólo cuando $2E$ es menor que 130° . Por el símbolo $2E$ entendemos y designamos al ángulo óptico aparente cuyo significado es el siguiente: Dos rayos $B_1 I$ y $B_2 I$ (Fig. 265) simétricos con respecto a la normal NI a una lámina de caras paralelas, al entrar por el punto I de incidencia en ella toman la dirección IR_1 e IR_2 respectivamente existiendo entre los rayos incidente y refractado la relación de Descartes $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n$. En el caso actual el ángulo de incidencia es E y el refractado V , por lo cual hay la relación $\frac{\text{sen } E}{\text{sen } V} = n$. De la cual despejaremos el valor $2E$ conocido el valor de $2V$ o viceversa.

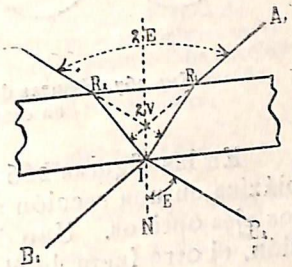


FIG. 265. Relación entre los ángulos $2E$ y $2V$.

SECCIONES MAS Y MAS INCLINADAS RELATIVAMENTE A LAS BISECTRICES

Mientras más inclinada es la sección relativamente a las bisectrices, más visible será uno de los melatopos y menos visible el otro. El lado conexo de la hipérbola se halla siempre girando al rededor de la bisectriz aguda al tiempo que el mineral gira de un ángulo 45° ; advertir que, como ya anotamos antes, el brazo de la hipérbola gira en dirección opuesta a la rotación de la platina. Cuando el melatopo se halla próximo al límite del campo de visión, las apariencias ofrecidas tanto por los minerales uniáxicos como biáxicos son semejantes. (Véanse las figuras 266 y 267).

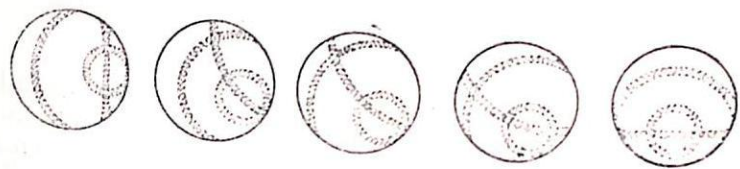


FIG. 266. Figuras de interferencia de cristales biáxicos en una sección algo inclinada relativamente a la bisectriz aguda. Mutación de las figuras con la rotación de la platina. Uno de los ejes ópticos emerge en la figura.

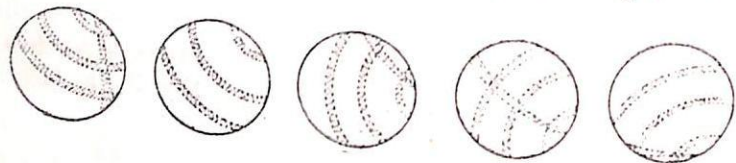


FIG. 267. Figuras de interferencia de los minerales biáxicos en secciones aún más inclinadas.

En las figuras 266 se manifiesta la figura de interferencia biáxica en una sección algo inclinada relativamente al plano de los ejes ópticos. Uno de los ejes emerge en el campo de la visión, el otro fuera de él.

En las figuras 267, trazamos las figuras de interferencia biáxicas de secciones que hacen un ángulo mucho más grande que en el caso anterior con el plano de los ejes ópticos. Tanto los ejes ópticos como las bisectrices se hallan fuera del campo de la visión.

SECCIONES NORMALES A UN EJE OPTICO

Los cortes tallados normalmente a un eje óptico muestran curvas concéntricas casi circulares cruzadas por una sola barra oscura. Al girar la platina esta barra toma generalmente la forma de una hipérbola ligeramente encorvada, tornado su lado convexo hacia la bisectriz aguda. La proporción de la curvatura está en relación con el valor del ángulo óptico axial. Tanto *mayor* es la curvatura, cuanto *menor* es el ángulo. Cuando $2V$ es igual a 90° , la barra es recta. Cuando $2V$ es mayor que 80° , es generalmente imposible reconocer la curvatura. Cuando el espacio oscuro aparece curvo de un lado y recto del otro cual sucede alguna vez, el lado recto se halla hacia la bisectriz aguda.

SECCIONES PARALELAS AL PLANO DE LOS EJES OPTICOS

Las preparaciones talladas paralelamente al plano de los ejes - o sea perpendicularmente al eje Y del elipsoide - se distinguen por la particularidad de que muestran los más altos colores de interferencia a la luz polarizada paralela. Vistas a la luz convergente, las figuras de interferencia de estas secciones son análogas a las de los cristales uniaxiales (Fig. 268). Al dar la vuelta la platina, los brazos de las hipérbolas ingresan por las márgenes con mucha rapidez, obscurecen el campo y desaparecen inmediatamente en la dirección de la bisectriz aguda, a la menor rotación de la platina. Cuando *hay oscuridad en el campo* del microscopio, los ejes X y Z se hallan paralelos a los hilos del retículo.

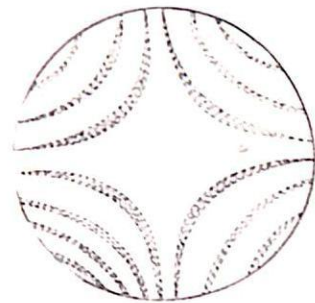


FIG. 268. Figura de interferencia de un cristal biáxico positivo. La sección es paralela al plano de los ejes ópticos.

DETERMINACIÓN DEL CARÁCTER ÓPTICO DE LOS CRISTALES BIÁXICOS EN LAS SECCIONES PERPENDICULARES A LA BISECTRIZ MEDIANTE LA CUÑA DE CUARZO.

Si se hace girar la preparación hasta que la figura de interferencia ocupe una posición de 45° (Fig. 269) y se intercala la *cuña de cuarzo*, las direcciones de vibración en la sección, a lo largo de la línea que une los melatopos y de otra línea perpendicular a ella, serán paralelas a las direcciones de vibración en la *cuña de cuarzo*. En estas condiciones la interposición de la cuña tendrá por efecto *aumentar* o *disminuir* gradualmente a lo largo de estas líneas la birrefringencia propia de la preparación. Si las direcciones X y Z de vibración de los rayos e y o en el cuarzo coinciden con las de la vibración de los rayos e y o en la preparación, crecerá la birrefringencia total siendo el efecto en la figura de interfe-

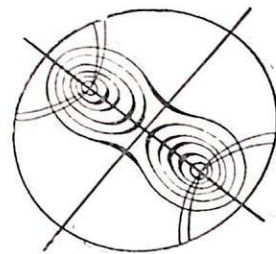


FIG. 269. Posición que debe tener en la platina del microscopio una figura de interferencia de cristal biáxico para la determinación del carácter óptico mediante la cuña de cuarzo.

rencia igual al que hubiese producido un espesor mayor de la sección: las curvas matizadas se estrecharán más hacia el centro.

Si se coloca la cuña de tal suerte que su orientación óptica sea opuesta a la de la sección examinada, el efecto será como el del adelgazamiento de la preparación: las curvas elípticas policromas van a ensancharse en torno de los melatopos hasta encontrarse en el centro, formar una lemniskate y luego desfigurarse en forma de un óvalo.

Si, pues, conocemos la orientación de la cuña de cuarzo, podemos conocer con la interposición de ella las direcciones de las dos extinciones importantes de la sección examinada, es decir, podemos determinar si el rayo que vibra en el plano de los ejes ópticos es más rápido o más lento que el que vibra en el plano perpendicular a él.

EXPLICACION

Si el mineral que examinamos es positivo, la bisectriz aguda — la que es perpendicular a la figura de interferencia de la preparación — es el eje Z del elipsoide de los índices. La línea que une los puntos por donde emergen los ejes OE y OE' tiene la dirección de la bisectriz obtusa o sea del eje X. La dirección Y es la de la perpendicular a la línea OO' de los melatopos (véase figura 264). Por consiguiente en un mineral positivo cuya sección es perpendicular al eje Z, se hallan contenidos en la preparación de él los dos ejes del elipsoide X y Y. En tal virtud las vibraciones del rayo O (más veloz) cuya dirección de propagación es de la X, tendrá sus vibraciones en el plano de los ejes EO'E'. En cambio, en un mineral negativo, la dirección de X es la de la bisectriz aguda, eje que es normal a la sección, mientras el eje Z — dirección de línea EE' — (figura 270), se halla contenido en el plano de la preparación. En consecuencia, en la sección del mineral negativo se hallan presentes los ejes: Z según la línea EE', y Y perpendicular al primero. La dirección de

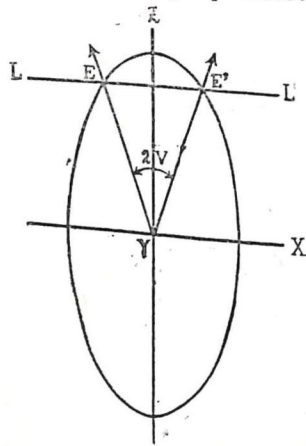


FIG. 270. La sección de un mineral positivo, normal al eje Z, contiene los otros dos ejes del elipsoide, es decir, X, Y.

de la preparación de él los dos ejes del elipsoide X y Y. En tal virtud las vibraciones del rayo O (más veloz) cuya dirección de propagación es de la X, tendrá sus vibraciones en el plano de los ejes EO'E'. En cambio, en un mineral negativo, la dirección de X es la de la bisectriz aguda, eje que es normal a la sección, mientras el eje Z — dirección de línea EE' — (figura 270), se halla contenido en el plano de la preparación. En consecuencia, en la sección del mineral negativo se hallan presentes los ejes: Z según la línea EE', y Y perpendicular al primero. La dirección de

la vibración del rayo más lento, cuya dirección de propagación es X, se halla contenida en el plano axial. Encontrar, pues, las direcciones de X, Y, Z equivale a encontrar el carácter óptico del mineral sujeto al examen.

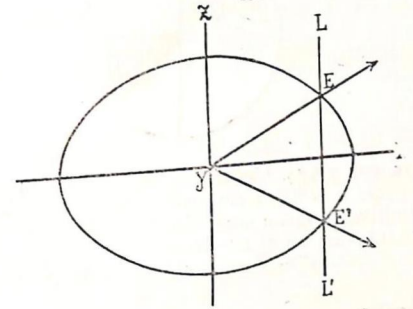


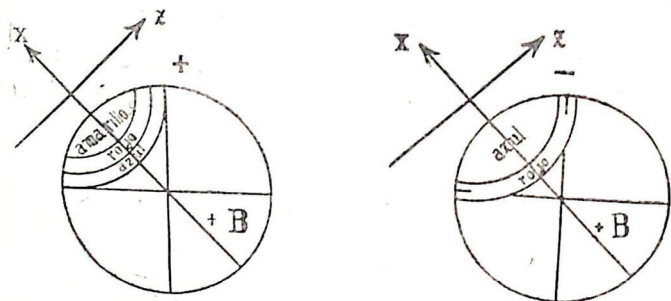
FIG. 271. La sección de un mineral negativo, perpendicular a la bisectriz aguda X, contiene en su plano los otros dos ejes Z, Y.

Los efectos que va a provocar la figura de interferencia de una preparación tallada perpendicularmente a la bisectriz obtusa, serán exactamente opuestos a los descritos arriba. Por esta razón es de todo punto indispensable definir las posiciones de las dos bisectrices (fig. 271).

Con preparaciones muy delgadas o con minerales que poseen una birrefringencia muy baja, la figura de interferencia mostrará sólo los brazos negros de las hipérbolas sin las curvas policromas. En ellas la interposición de la cuña de cuarzo, ésta con una orientación óptica igual a la de la preparación, vendrá a hacer aparecer las curvas elipsoidales al rededor de los melatopos, como efecto del aumento del retardo propio de la sección.

SIGNO DE LAS SECCIONES INCLINADAS

El signo de las secciones no perpendiculares a la bisectriz aguda puede determinarse de la misma manera si uno acordándose de que la bisectriz aguda se halla siempre del lado convexo de la hipérbola, imprime una rotación a la preparación del mineral hasta su posición en diagonal. Así en la figura 272, representación de un mineral positivo, la bisectriz aguda se halla al sud este. Si ahora intercalamos la placa tinte sensible el color rojo primitivo se va a volver amarillo. Si el mineral es negativo (figura 273) el color rojo del noroeste se tornará azul.



FIGS. 272 y 273. Cuando la sección de un mineral *positivo* es algo inclinada con respecto a la bisectriz aguda, la intervención de la placa T. S., hace que el rojo primitivo se torne amarillo. En cambio, si el mineral es *negativo* el color rojo se tornará azul en el cuadrante opuesto al punto B, sitio por donde emergería uno de los ejes ópticos del mineral.

SINTESIS DE LAS OBSERVACIONES QUE DEBEN HACERSE CON EL MICROSCOPIO POLARIZANTE

I. — CON LUZ NATURAL PLANA SIN EL ANALIZADOR

- 1º — Notar el color del mineral, si es o no uniforme.
- 2º — Averiguar si es pleocroico mediante la rotación de la platina.
Si es pleocroico, *ya no es isótropo*. Notar la variación del pleocroismo según X, Y, Z.
- 3º — Anotar el perfil del cristal; las líneas de clivage.
- 4º — Examinarle si acaso tiene inclusiones; la forma de ellas, su dispersión.
- 5º — Intensidad de la refracción. Determinar aproximadamente el índice de refracción. Anotar el relieve del mineral y determinar si tiene un índice mayor o menor que el medio que le rodea. Procedimiento de Becke.

II. — CON NICOLES CRUZADOS Y LUZ PARALELA

- 1º — Si la sección aparece oscura, o bien se trata de un mineral *isótropo*, o bien de un corte perpendicular al eje óptico si es *anisótropo*. Para cerciorarse girar la platina. En el caso de un mineral *anisótropo*, examinarlo según el número 1º de III.
- 2º — Si la sección se ilumina y se oscurece con la rotación de la platina, el mineral es *anisótropo*.

3º — Anotar las direcciones de extinción. Si esta es oblicua con respecto a la dirección de algún eje cristalográfico conocido; medir el ángulo que hacen las direcciones de extinción y del eje cristalográfico.

4º — Determinar las direcciones de los ejes n_g y n_p mediante las laminillas auxiliares mica $\frac{\lambda}{4}$, yeso tinte sensible o cuña de cuarzo.

5º — Buscar la sección del mineral que ofrezca el más alto color de birrefringencia y mediante él calcular la birrefringencia aproximada.

III. — CON NICOLES CRUZADOS Y LUZ CONVERGENTE

1º — Anotar si acaso el mineral examinado tiene figuras de interferencia y según ellas decir si es uniaxico o biaxico;

2º — Si el mineral es *uniaxico* determinar la posición del eje óptico relativamente al plano de la preparación y si hay posibilidad descubrir si es positivo o negativo;

3º — Si el mineral es *biaxico* determinar la posición del plano de los ejes ópticos relativamente al plano de la sección.

Determinar, caso de ser posible, si el mineral es positivo o negativo. Ver si acaso se puede saber si es grande o pequeño el ángulo $2V$ de los ejes ópticos.

OBSERVACIÓN IMPORTANTE. — Mientras los autores franceses y alemanes utilizan como semi-ejes del elipsoide de Fresnel los índices n_g, n_m, n_p , los autores americanos emplean como semi-ejes del mismo los símbolos X, Y, Z que son las amplitudes de la vibración luminosa correspondientes y perpendiculares a la dirección de propagación v_g, v_m, v_p respectivamente, y de esta disconformidad proviene una evidente e inevitable confusión. Es, pues, necesario saber qué relaciones guardan entre sí esas dos clases de símbolos.

El elipsoide de Fresnel, es un sólido elipsoidal cuyos tres semi-ejes son proporcionales a las *velocidades* v_g, v_m, v_p de la luz. El rayo de luz cuyas vibraciones son *paralelas* a X tiene la mayor velocidad, en cambio el que tiene sus vibraciones *paralelas* a Z se propaga con el *mínimo* de velocidad (v_p). Como entre los índices y las velocidades existe la relación recíproca

$$v = \frac{1}{n}$$

concluiremos que la *dirección* de v_g es la *dirección* de n_p , ya que $v_g = \frac{1}{n_p}$, que la *dirección* de v_p es la de n_g , ya que $v_p = \frac{1}{n_g}$?

La respuesta puede ser *doble*.

1ª.—Si esas magnitudes son consideradas como aritméticas, deberíamos responder *afirmativamente*; pero como en virtud de lo ya establecido en la pág. 192, pueden ser tomadas como *vectoriales*, nuestra respuesta a esa pregunta deberá ser en este caso *negativa*. Según, pues, lo establecido en las páginas 191 y 192, el vector ON, que lleva la *dirección* del índice n , es *paralelo* a MD, *vector vibración*; y como el vector X es *perpendicular* a v_g y a esta velocidad corresponde n_p , nos es forzoso concluir que la *dirección* de X es la *dirección* de n_p ; que la *dirección* de Z es la de n_g .

2ª.—Pero si en las relaciones que guardan entre sí v y n no se consideran sino los valores aritméticos de ambas, la *dirección* de la una debería coincidir con la *dirección* de la otra: y en tal virtud la *dirección* de n_p con la de v_g ; la *dirección* de n_g con la de v_p . Así, pues, X que corresponde a v_g y le es *perpendicular*, sería *paralela* a la *dirección* de n_g ; Z que es *perpendicular* a v_p , coincidiría en *dirección* con n_p .

Esta observación es de suma importancia para el uso de las láminas auxiliares *mica cuarto de onda*, *cuarzo tinte sensible* y *cuña de cuarzo*, y para la utilización de las tablas de los *ángulos de extinción* de los diferentes nicols sometidos al estudio con el microscopio polarizante, pues, una de las *direcciones* del ángulo será n_g (o n_p). Si se ignora la correspondencia entre X, Z y n_p , n_g , no se podrán utilizar las tablas de autores americanos y franceses indistintamente. Para orillar toda ambigüedad convendrá estudiar *previamente* las láminas auxiliares que se van a utilizar (*) y las *direcciones* señaladas por la Casa fabri-

(*) La primera solución es adoptada, entre otros, por A. de Lapparent en su obra, «Cours de Minéralogie» página 256; por Leon Bertrand y Marcel Rubaut en «Le microscope polarisant» página 61; por K. Chudoba en «Die Feldspatete und ihre praktische Bestimmung» página 11. Hay, pues, en ellos la correspondencia de la *dirección* Z con la de n_g ; de la *dirección* de X con la de n_p . Los microscopios alemanes usan las letras a, b, c que corresponden a X, Y, Z respectivamente.

CAPITULO VEINTE

MIRADA RETROSPECTIVA.—LA EXPERIENCIA FUNDAMENTAL.—RETCULOS DE REFRACCION Y DIFRACCION DE TRES DIMENSIONES.—LOS LAUEGRAMAS Y SU INTERPRETACION.—LOS VALORES DE λ Y DE LAS DISTANCIAS DE LOS PLANOS MOLECULARES INMEDIATOS.—LA ESTRUCTURA CRISTALINA.—MODELOS DEL SISTEMA CUBICO

Habíamos comenzado este curso de Cristalografía partiendo, como de una base fundamental, de la hipótesis de los planos reticulares y de los paraleloedros, sobre la cual hemos levantado el edificio de la estructura físico-matemática de la Ciencia del Cristal, en sus dos partes principales, la Cristalografía sistemática, con la explicación de sus 32 órdenes o grupos de simetría, y la óptica, ambas ordenadas al estudio futuro de la Mineralogía y de la Petrografía. En este Capítulo vamos a justificar la hipótesis de Bravais y Schönflies relativos a los planos reticulares, los que dejarán de ser conceptos puramente matemáticos para transformarse en realidades físicas; (*) estudio éste tanto más importante cuanto mediante él se va a poner de manifiesto el lazo de unión, hasta hoy invisible, entre la Cristalografía y la Química, dos ciencias al parecer inconexas. La historia de los descubrimientos que nos ofrecieron como resultado imprevisto la revelación de la estructura cristalino-atómica, está íntimamente ligada a la de los rayos X y de sus propiedades. Esta energía radiante, descubierta en 1.895 por Röntgen, se mostró constantemente rebelde a los ensayos que sobre re-

(*) El descubrimiento de los retículos de difracción de los Rayos X y que no son otros sino los planos moleculares del edificio cristalino, dió razón tanto a la teoría de Bravais como a la de Schönflies, ya que una y otra suponen la existencia de paraleloedros y planos reticulares; pero en realidad la del segundo es la que más beneficia de él, pues son los 230 grupos de su teoría los que habitualmente sirven para la interpretación de los Lauegramas de los planos moleculares de los cristales obtenidos gracias a los Rayos X.

flexión, refracción y difracción efectuaron con empeño los sabios físicos del mundo. Su poder de penetración, la facultad de ionizar los gases, de hacer fluorescentes muchas sustancias y, sobre todo, la de impresionar placas fotográficas al abrigo de la luz y guardadas en sus cajas de cartón, los hicieron mirar como a una entidad misteriosa, como a un problema X, indescifrable hasta 1.912, año en que las experiencias de Friedrich y Knipping, sugeridas por Laue, vinieron a levantar el velo del misterio; descubrimiento tanto más importante cuanto él solo vino a derramar abundante luz en dos problemas muy oscuros, la naturaleza de los rayos de Röntgen y la estructura íntima del edificio cristalino. El punto de partida del descubrimiento fue la convicción de que tanto los rayos X como los rayos luminosos tienen la misma naturaleza y deben, por lo tanto, ofrecer las mismas propiedades.

EXPERIENCIA DE FRIEDRICH Y KNIPPING.—Una ampolla T de Rayos X, emite rayos, uno de los cuales RR pasa a través de agujeros o practicados en placas de plomo MM' de algu-

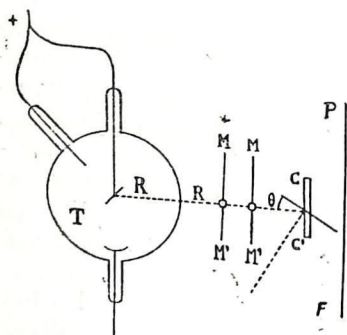


Fig. 274. Dispositivo de la ampolla de Rayos X de las placas de plomo MM', del cristal CC' y de la pantalla PF para la experiencia de Friedrich y Knipping.

nos milímetros de espesor. Todos los demás son interceptados por las dichas placas de plomo. Estas pueden ser dos o tres. El rayo RR es recogido por un cristal CC' cuyos planos reticulares o atómicos, si existen, deben producir la reflexión del precitado rayo; los efectos de esta reflexión podrán ser registrados en una placa fotográfica PF.

Demos, pues, como verdadera la idea de Laue, es decir, la de que los Rayos X pueden ofrecer los fenómenos de reflexión, y preguntémonos cuáles podrán ser las condiciones de interferencia de dos rayos X, de longitud de onda λ en las siguientes condiciones:

Sean dos planos reticulares AB y A₁B₁ que presentamos en perspectiva en el dibujo, de un cristal del sistema cúbico. Un haz de rayos X, RI y R₁I₁ caen en la superficie de esos pla-

nos haciendo un ángulo θ , complementario del ángulo incidente α (Fig. 275).

Si los Rayos X obedecen a leyes físicas análogas a las que rigen a las radiaciones luminosas, para interferir será preciso que la diferencia de marcha de los dos rayos, es decir, de (I₁I - DI) sea igual a un número entero n de ondas λ , siendo λ la longitud de onda de la radiación X. La figura nos ofrece las relaciones

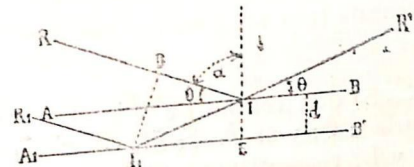


Fig. 275. Diferencia de marcha Δ de dos rayos incidentes en dos planos reticulares de un cristal del sistema cúbico

$$I_1 I = \frac{I E}{\sin \theta} = \frac{d}{\sin \theta}$$

$$D I = I_1 I \cos 2\theta = I_1 I (\cos^2 - \sin^2 \theta)$$

$$D I = [(1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta] = I_1 I (1 - 2 \sin^2 \theta)$$

Llamamos Δ a la diferencia de marcha de los dos rayos.

$$\Delta = I_1 I - D I = \frac{d}{\sin \theta} - \frac{d}{\sin \theta} (1 - 2 \sin^2 \theta)$$

$$\Delta = \frac{d}{\sin \theta} [1 \cdot (1 - 2 \sin^2 \theta)]$$

$$(1) \quad \Delta = 2 d \sin \theta$$

Para que un aumento de luz tenga lugar mediante la interferencia, es, pues necesario, que la diferencia de marcha Δ sea igual a un número entero n de ondas λ . Por consiguiente, habrá adición de intensidad en la radiación todas las veces que los Rayos X obedezcan a la condición (2).

$$(2) \quad n \lambda = 2 d \sin \theta$$

Los sabios ingleses W. H. Bragg y W. L. Bragg, utilizando un dispositivo igual al de la figura 274 y al que añadieron una cámara de ionización y un galvanómetro, y sirviéndose de un cristal de cloruro de Sodio, demostraron que la reflexión tenía

lugar, no con cualquier ángulo θ , sino con valores bien determinados de él. Con la sal gema obtuvieron reflexión con los siguientes valores de θ :

$$\theta_1 = 6^\circ; \theta_2 = 12^\circ, 4'; \theta_3 = 18^\circ, 16'; \theta_4 = 24^\circ, 43'.$$

Para resolver la objeción posible de que la relación (2) es aplicable sólo a los retículos de difracción de una sola dimensión, mientras que los cristales son retículos de tres dimensiones y por tanto exigen una demostración distinta, vamos a tratar y resolver el problema en toda su generalidad. Pero recordaremos de antemano unos tres teoremas de la Geometría Analítica del Espacio.

Teorema I. — Si dos rectas L_0 y L al cortarse en el espacio hacen un ángulo 2θ ; y si $(\delta_0, \mathcal{E}_0, \xi)$, $(\delta, \mathcal{E}, \xi)$ son los cosenos directores de L_0 y L , respectivamente, el valor del coseno 2θ se halla determinado por la relación (3)

$$(3) \quad \cos 2\theta = \delta_0 \delta + \mathcal{E}_0 \mathcal{E} + \xi_0 \xi$$

Teorema II. — Si un plano está representado por la ecuación ordinaria

$$hx + ky + lz - D = 0$$

se pasa a la forma normal de Hesse, expresión del mismo plano, mediante la transformación

$$(4) \quad \frac{hx + ky + lz - D}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} = 0$$

Teorema III. — Si $P'(x', y', z')$ es un punto cualquiera del espacio; y si (4) es la ecuación de un plano π , la distancia Δ' de P' al plano se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$(5) \quad \Delta' = \frac{hx' + ky' + lz' - D}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

Estos teoremas, establecidos para ejes rectangulares, se demuestran en cualquier texto de Geometría Analítica.

En la figura 276 representamos varios planos reticulares AB, A_1B_1, \dots etc. y una serie de rayos incidentes y reflejados, paralelos entre sí. En I, I_1, I_2, \dots etc., tenemos una fila de moléculas de difracción. A la pregunta: ¿cuál es la condición de interferencia de dos rayos inmediatos CI y C_1I_1 ?, nos respondemos, que la diferencia de marcha $IE - E_1I_1$, sea un número entero n de ondas λ .

$$IE - E_1I_1 = n\lambda$$

Si llamamos e a la distancia uniforme entre dos moléculas inmediatas de la fila; y si denominamos

$$\delta_i = \cos(I I_1 C_1)$$

$$\delta_r = \cos(D I I_1)$$

siendo δ_i el coseno del ángulo de incidencia, y δ_r el del ángulo de reflexión, la diferencia de marcha podrá escribirse así

$$(6) \quad n\lambda = e(\delta_r - \delta_i)$$

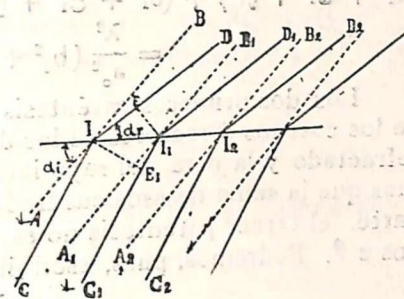


FIG. 276. Condiciones de interferencia de dos rayos inmediatos $C_1 I_1$ y $C_2 I_2$ en planos reticulares paralelos.

La ecuación (6) es idéntica a la condición (2), es decir, es la condición de interferencia para una red de una sola dimensión,

Consideremos ahora una red de difracción de tres dimensiones, por ejemplo, un cristal de la simonía cúbica formado por patres redes de átomos colocados en los nudos de esas redes o planos reticulares equidistantes. Llamemos C_0, C_1, \dots, C_n a una serie de rayos paralelos incidentes; e a la distancia entre dos planos moleculares inmediatos; y sean

$$(\alpha_i \beta_i \gamma_i) \quad (\alpha_r \beta_r \gamma_r)$$

los ángulos de incidencia y de refracción, respectivamente, de un rayo cualquiera con los ejes rectangulares OX, OY, OZ . Introduzcamos para facilitar la escritura, los símbolos

$$\begin{aligned} \delta_i &= \cos \alpha_i & \delta_r &= \cos \alpha_r \\ \mathcal{E}_i &= \cos \beta_i & \mathcal{E}_r &= \cos \beta_r \\ \xi_i &= \cos \gamma_i & \xi_r &= \cos \gamma_r \end{aligned}$$

Si D es un rayo reflejado o refractado, la condición (6) nos permite escribir inmediatamente

$$\begin{aligned} a_o (\delta_r - \delta_i) &= h_o \lambda \\ a_o (\mathcal{E}_r - \mathcal{E}_i) &= k_o \lambda \\ a_o (\xi_r - \xi_i) &= l_o \lambda \end{aligned}$$

que son las tres condiciones de interferencia. Elevamos ahora al cuadrado cada una de las anteriores y las adicionamos miembro por miembro a fin de reunir en una sola las tres ecuaciones de condición

$$(\delta_i^2 + \epsilon_i^2 + \xi_i^2) + (\delta_r^2 + \epsilon_r^2 + \xi_r^2) - 2(\delta_i \delta_r + \epsilon_i \epsilon_r + \xi_i \xi_r) = \frac{\lambda^2}{a_0^2} (h_0^2 + k_0^2 + l_0^2)$$

Los dos primeros paréntesis son la suma de los cuadrados de los cosenos directores de las dos direcciones, la una del rayo refractado y la otra del rayo incidente, respectivamente; sabemos que la suma de esos cuadrados es igual a la unidad. Por otra parte, el tercer paréntesis no es otro sino la ecuación (3) del cos 2θ. Podemos, pues, escribir en la siguiente forma

$$2(1 - \cos 2\theta) = \frac{\lambda^2}{a_0^2} (h_0^2 + k_0^2 + l_0^2)$$

$$1 - \cos 2\theta = 2 \sin^2 \theta$$

$$(7) \quad 4 \sin^2 \theta = \frac{\lambda^2}{a_0^2} (h_0^2 + k_0^2 + l_0^2)$$

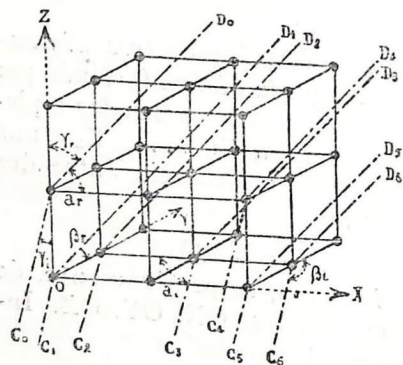


FIG. 277. La interferencia de los rayos X en una red de difracción de tres dimensiones.

La única condición que deben llenar las cantidades h_0, k_0, l_0 , es de que sean números enteros. Pero puede ser que, conservando este carácter, sean todos tres múltiplos de otra cantidad n y que, por lo tanto, se los pueda expresar así,

$$h_0 = n h ; k_0 = n k ; l_0 = n l$$

con cuyos valores, una vez substituidos en (7), podremos escribir la antedicha ecuación en la siguiente forma:

$$n \lambda = \frac{2 a_0}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \sin \theta \quad (7 \text{ bis})$$

Demostremos que el factor $\frac{2 a_0}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$ tiene el significado de la distancia entre dos planos reticulares contiguos. Sabemos que la ecuación de un plano reticular es la siguiente:

$$(8) \quad h x + k y + l z - D = 0$$

en la que h es un número entero m de parámetros a ; k otro número entero n del mismo parámetro; l , así mismo, otro número entero r de dicho parámetro que es la distancia míni-

ma entre dos planos reticulares inmediatos. La distancia Δ' del punto $P' (x' y' z')$ al plano (8), en virtud del teorema III, está expresada por la ecuación

$$\Delta' = \frac{h x' + k y' + l z' - D}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

Si $P'' (x'' y'' z'')$ y Δ'' la distancia al plano (8), su valor será,

$$\Delta'' = \frac{h x'' + k y'' + l z'' - D}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

la distancia $= \Delta' - \Delta''$ entre los dos puntos tendrá por expresión

$$d = \frac{h(x' - x'') + k(y' - y'') + l(z' - z'')}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

Si expresamos $x', y', z', x'', y'', z''$, en función del parámetro a_0 tendremos,

$$\begin{aligned} x' &= p' a_0 & y' &= q' a_0 & z' &= r' a_0 \\ x'' &= p'' a_0 & y'' &= q'' a_0 & z'' &= r'' a_0 \end{aligned}$$

el valor de d en función de estas coordenadas se expresará por la siguiente ecuación,

$$(9) \quad d = \frac{[h(p' - p'') + k(q' - q'') + l(r' - r'')] a_0}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

La expresión (9) es la de la distancia, en general, entre dos puntos P' y P'' . Debemos ahora añadir que esa distancia debe ser *mínima*. Pero como $h, k, l, p', q', r', p'', q'', r''$, son números enteros, y nunca una adición o sustracción de números enteros pueden dar un resultado fraccionario, el valor mínimo de la expresión entre corchetes que figura en (9) no puede ser sino la unidad en valor positivo o negativo. Por consiguiente, es forzoso que

$$(10) \quad h(p' - p'') + k(q' - q'') + l(r' - r'') = 1$$

La expresión consignada en (10) es la ecuación de un plano límite. Una vez realizada la condición expresada por (10), podremos escribir, (9), de este modo el valor de la distancia d ,

$$(11) \quad d = \frac{a_0}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

Una vez introducido este valor en la expresión (7 b s), hacemos constar que la ecuación (12) es idéntica a la expresión (2) establecida para los retículos de difracción de una sola dimensión

$$(12) \quad n \lambda = 2 d_{hkl} \sin \theta_n (*)$$

Los índices h, k, l , del símbolo d indican las características del plano a que se refiere esa distancia. No está por demás repetir que las fórmulas (11) y (12) se refieren al núcleo cristalino del sistema cúbico.

LOS LAUEGRAMAS Y LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS

Retrocedamos un instante a las experiencias de Friedrich y Knipping, pues son de una importancia excepcional para este estudio. La primera realizada por ellos fue con un cristal de esfalerita, sulfuro de zinc, del sistema cúbico, que sometieron a un bombardeo de Rayos X de radiación blanca. Utilizando un dispositivo semejante al esquematizado en la (Fig. 274) una vez desarrollada la placa fotográfica, descubrieron en ella una mancha central grande y en su torno otras manchas más pequeñas distribuidas simétricamente al rededor del centro.

En la (Fig. 278) ofrecemos un esquema de Lauegrama de un cristal de NaCl, las manchas del cual hemos enlazado con curvas circulares. Es de advertir que tales curvas de enlace son más bien elipses, como anotaremos luego, pero que generalmente se las construye como círculos para facilitar el dibujo. Tratemos de explicarlo.

Sea, pues, un cristal del sistema cúbico, un cloruro de sodio, por ejemplo, que lo representamos por la línea CC' , traza del plano (010) (Fig. 279). En él figuramos, además, en perspectiva, tres planos reticulares, (051) , (031) y (021) : son, pues, planos paralelos al eje OX del cristal, perpendicular a la hoja de dibujo. La mancha fotográfica que va a recoger las manchas de Laue de interferencia, está representada, así mismo, en perspectiva, por la línea G_2L_2 . Los rayos incidentes IO al topar en los antedichos planos van a sufrir reflexión haciendo

(*) Confer RALPH W. G. WYCKOFF. The Structure of Crystals, Chapter IV, 1931, Second Edition, New York.—La fórmula (12) es una aproximación, como lo demuestra G. Bruhat en su Cours d'Optique, pág. 594, edición de 1935, Paris.

un ángulo θ igual de incidencia y reflexión, y dejar una mancha, de intensidad variable, en los puntos L_5, L_3, L_2 , correspondiente por su orden a los planos reticulares ya señalados. Como se ve, el dispositivo de Laue es la realización de una verdadera proyección GNOMONICA.

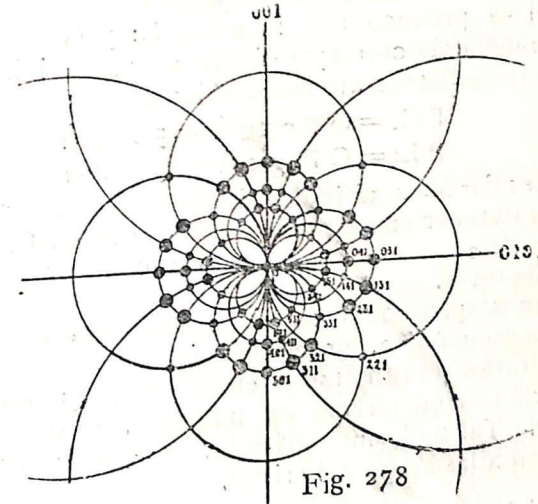


Fig. 278

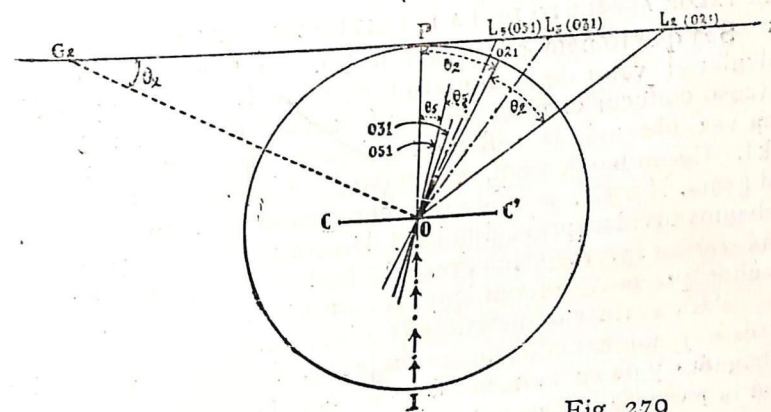


Fig. 279

FIG. 278. El Lauegrama de un cristal de sal gema. Es una proyección gnomónica de las manchas colocadas en la esfera de la figura 279.
FIG. 279. Reflexión de la energía radiante de los rayos X en tres planos reticulares (051) , (031) , (021) , del cristal del sistema cúbico. La plancha fotográfica está representada en perspectiva por la línea G_2L_2 .

Concretemos aún más los datos de la experiencia, asignándoles valores determinados a fin de fijar las ideas. Tomamos un cristal de Na Cl de un milímetro de espesor. Colocamos la placa fotográfica a unos 5 centímetros de distancia del cristal. Trazamos una esfera de 5 centímetros de radio y un plano $G_2 L_2$ tangente en P a la esfera. Si llamamos θ al ángulo de reflexión con el cual se produce una mancha L; y G a la proyección gnomónica del polo correspondiente al plano hkl, la figura 6 nos ofrece inmediatamente las relaciones

$$PG_1 = OP \cotg \theta_1 = 5 \cotg \theta_1$$

$$PL_1 = OP \operatorname{tg} 2\theta_1 = 5 \operatorname{tg} 2\theta_1$$

en las cuales daremos al índice i los valores de 5, 3, 2 por su orden para obtener en particular las distancias PG_5, PG_3, PG_2 ; PL_5, PL_3, PL_2 . Por ellas podremos conocer cuáles son los planos reflectores.

Notemos que, como un Lauegrama es la realización de la proyección gnomónica, los círculos trazados en la esfera S, en general, estarán representados en la foto por una elipse, ya que la proyección de un círculo en un plano, es por regla general una elipse. Tal será, en particular, el caso de los círculos que representan a las zonas del cristal.

EL VALOR ABSOLUTO DE LA LONGITUD DE ONDA DE LOS RAYOS X

Sea que tomemos la relación (2), sea la relación (12) para calcular el valor de la longitud de onda λ de los rayos X, es forzoso conocer el valor de dos factores, el de d_{hkl} y el de θ hkl. Como hasta aquí, procederemos tomando un cristal de sal gema, Na Cl, a fin de obtener resultados concordantes. No debemos olvidar que la finalidad de este capítulo es presentar en una *forma sucinta* los procedimientos y explicaciones de los hechos que se relacionan con la estructura cristalina.

Para evaluar la distancia absoluta entre dos planos moleculares hay un sencillo procedimiento, facilitado por la ley de Abogadro y de su famoso número N, procedimiento utilizado por la mayoría de los autores que se ocupan con este estudio. Adoptamos el de Bruhat tomado del "Cours d'Optique" ya citado, Chapitre XXVI.

Una molécula-gramo de Sal Gema, de masa $M = 58$ grs., 455 contiene, según opinión generalmente admitida, $2N$ centros de difracción, teniendo N el valor de

CALCULO DE LA DISTANCIA d

$$N = 6,61 \cdot 10^{23}$$

Tales centros de difracción, en las mallas de un cubo igual al de la figura 280. La masa μ de cada centro de difracción será

$$\mu = \frac{M}{2N} = \frac{58,455}{2(6,61 \cdot 10^{23})}$$

Como el volumen V es el cociente de la masa μ por la densidad ρ y ésta es para la sal gema

$$\rho = 2,1632$$

$$V = d^3$$

siendo d la distancia entre dos planos moleculares inmediatos (100) tendremos

$$d^3 = \frac{M}{2N \cdot \rho}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2N \cdot \rho}} = \sqrt[3]{\frac{58,455}{2 \cdot 6,061 \cdot 10^{23} \cdot 2,1632}}$$

$$d = \frac{a_0}{2} = 2,8144 \cdot 10^{-8} \text{ cms.}$$

$$d = 2,8144 \text{ \AA}$$

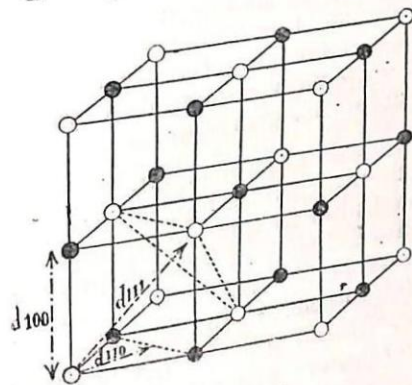


Fig. 280. Distribución de los átomos de cloro y de sodio en el núcleo de un cristal de sal gema del sistema cúbico. Con las letras $d_{100}, d_{110}, d_{111}$, designamos las distancias de dos planos reticulares inmediatos 100, 110, 111.

Retrocedamos a la fórmula (12) recordando lo dicho ya en la página 3 de este capítulo, que para la primera reflexión con la faceta 100 del cloruro de sodio, obtuvieron los Bragg. $\theta_1 = 6^\circ$, $\text{sen } 6^\circ = 0,104$; con estos valores obtendremos inmediatamente el valor de λ , sabiendo que n es aquí del primer orden e igual a 1

$$\lambda = 2 \cdot 2,7144 \cdot 0,104 \text{ \AA}$$

$$\lambda = 0,565 \text{ \AA}$$

La determinación de la longitud de onda, -añade Bruhat-, supone la hipótesis según la cual los centros de difracción son los iones que ocupan efectivamente todos los nudos de la red, hipótesis absolutamente necesaria para la explicación del fenómeno y de los resultados de la reflexión en los planos reticulares. Pero podría suponerse que no son los iones sino las moléculas las que ocupan los nudos de la red cristalina. Sin embargo, esta suposición es insostenible, porque entonces en vez de 2 N sólo habrían N centros de difracción en el volumen $\frac{M}{\rho} \cdot \frac{1}{N}$; y

$$\sqrt[3]{2} = 1,26$$

la distancia d de dos planos reticulares inmediatos sería: más grande. Un valor de esta índole no concuerda con los obtenidos directamente para las longitudes de onda mediante métodos directos ópticos. Las medidas de las longitudes de onda de los Rayos X deben ser consideradas como medidas muy precisas, referidas a un patrón de medida cuya longitud en centímetros no es exactamente conocida.

EL NUCLEO ESTRUCTURAL DEL CRISTAL

Como lo habíamos prometido, en este párrafo daremos un ejemplo del procedimiento que puede emplearse para descubrir el núcleo cristalino del sistema cúbico, procedimiento utilizable sólo con los minerales de dicho sistema, ya que sólo para dicha singonía es válida la ecuación fundamental (12).

El núcleo cristalino del sistema cúbico puede ser: a) un hexaedro o cubo regular; b) un octaedro; c) un dodecaedro cúbico, como hemos anotado en otra parte de este Curso (*). En cada caso particular la distancia d_{hkl} de dos planos moleculares consecutivos, estará bien determinada siempre que se conozca la distribución en el núcleo de los átomos en los planos reticu-

(*) Véase Capítulo VII de este Curso pág. 82.

lares y el número de átomos en él. De esta distancia y de los datos relativos al ángulo de reflexión ofrecidos por los espectrógrafos y espectrómetros deduciremos la solución del problema.

Para las observaciones espectrográficas y espectrométricas se utiliza de preferencia un tubo de Rayos X que mantenga, en lo posible, radiaciones monocromáticas. Las longitudes de onda del espectro K del Molibdeno, del Paladio, del Rodio, son, según Wyckoff, a propósito para el estudio de las distancias especiales de la mayoría de los cristales de elementos inorgánicos. Mediante un espectrómetro, montado a la manera de un goniómetro ordinario, en cuyo eje central deberá hallarse el cristal que se va a estudiar, y en uno de cuyos limbos se colocará una cámara de ionización, podrá determinarse los valores de los ángulos θ de reflexión, para cada faceta del cristal. Como es natural, en vez de los rayos luminosos se trabajará con rayos X.

Ofrecemos como modelo de esta clase de investigaciones, en forma diagramática, las intensidades de las reflexiones y de sus ángulos, dando a las primeras un valor convencional de 100, a la mayor de ellas, y proporción guardada con respecto a ésta, valores determinados a las demás. Se ha operado, según los datos de los Bragg con las facetas (100), (110), (111) del Cloruro de Sodio, (fig. 281).

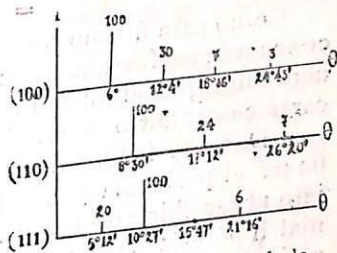


FIG. 281. Intensidades de la energía radiante obtenidas por reflexión con las facetas (100), (110), (111) y con determinados ángulos θ en cada una de ellas.

Como la onda λ es la misma en todas las experiencias, condición ésta ineludible, y n es de valor igual a 1, podremos escribir según la ecuación (12) relaciones que podemos escribir así

$$\frac{1}{d_{100} \text{ sen } 6^\circ} = \frac{1}{d_{110} \text{ sen } 8^\circ 30'} = \frac{1}{d_{111} \text{ sen } 5^\circ 12'}$$

de las cuales pasamos a las siguientes

$$\frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = \text{sen } 6^\circ : \text{sen } 8^\circ 30' : \text{sen } 5^\circ 12'$$

$$\frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 0,101 : 0,147 : 0,09$$

A fin de comparar estas conclusiones experimentales con los resultados geométricos que damos a continuación, tomaremos al valor de $\sin 6^\circ = 0,104$, como unidad de medida y con ella deberemos comparar las otras dos. Obtendremos,

$$(A) \quad \frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 1 : 1,41 : 0,87$$

Pedimos ahora a la Geometría Elemental nos encuentre el cálculo de las distancias d_{100} y d_{110} en función de d_{111} . (Véase la figura 280). Para no recargar este capítulo, damos sólo los resultados.

$$d_{101} = d_{100}; \quad d_{110} = d_{100} \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad d_{111} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$(B) \quad \frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 1 : \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1 : 1,41 : 0,87$$

Como este último resultado (B), exclusivamente geométrico, concuerda perfectamente con los datos experimentales (A), concluiremos que el núcleo cristalino de la Sal Gema es el cubo de caras centradas o dodecaédrico.

Dada la índole de este Curso no podemos ni siquiera esbozar el problema general, ni menos su solución. Nuestro objeto al escribir este Capítulo fue el de dar una base real a la genial hipótesis de Bravais y presentar una breve síntesis de las aplicaciones de los rayos X a la investigación de la estructura cristalina. El problema general comportaría: a) un estudio el más completo posible de las propiedades cristalográficas externas e internas del cristal, incluyendo en las últimas las propiedades ópticas, eléctricas, magnéticas, etc., del edificio cristalino; b) investigaciones sobre el volumen y masa del núcleo cristalino unitario; c) la determinación del número de moléculas o átomos en el núcleo cristalino; d) la elección del grupo cristalográfico apropiado, de entre los 32 grupos de simetría clásicos, con el complemento indispensable del tipo estereocristalino elegido de entre los 230 de la teoría de Schönflies, de la cual no hemos esbozado en este tratado ni siquiera el punto de partida, por no considerarla necesaria a la finalidad que nos habíamos propuesto desde el principio.

SEGUNDA PARTE

Lecciones de Mineralogía Óptica

**LOS MINERALES DE LAS ROCAS EN LAS
PREPARACIONES MICROSCOPICAS**

PROEMIO.—El estudio de las propiedades ópticas de los cristales monorrefringentes y birrefringentes que hemos efectuado en las lecciones de Cristalografía, estaba ordenado al que debemos realizar, en detalle, de los diferentes minerales componentes de una roca, digamos más bien, de las rocas en general y que aparecen en las laminillas delgadas o preparaciones para el microscopio, estudio que tiene por fin el conocimiento de cada mineral en particular, y mediante él, el de la roca que los contiene.

Los minerales constituyentes de las rocas pertenecen al grupo de los silicatos o carbonatos; y son el cuarzo en todas sus formas; los feldespatos alcalinos y calcosódicos; las diversas clases de micas; los piróxenos; las anfíbolas; los peridotos; los silicatos de metamorfismo; etc. Nos ocuparemos no sólo con el estudio y determinación de los minerales primarios, sino igualmente con los de origen secundario, o sea con el de aquellos que son el resultado de la alteración de los primeros.

CAPITULO VIGESIMO PRIMERO

LA SILICE

LA SILICE ANHIDRA

Sea como sílice anhidra, sea como elemento hidratado, es un constitutivo característico de diversas rocas en las que se encuentra en una proporción que varía del 30% al 75% conforme sean básicas, neutras o ácidas. En ellas juega el papel o rol de ácido.

No hay sílice libre, (el cuarzo) en una roca sino cuando después de las combinaciones en el seno del magma ha quedado un exceso de sílice. Pero esto, sin embargo, no es aplicable sino a los minerales cristalizados en el primer tiempo de cristalización.

La *tridimita* es una forma especial del cuarzo cristalizado, cuando la temperatura ha sido mayor de 800° .

El cuarzo es uniaxial y positivo. Los índices son $n_g = 1,553$; $n_p = 1,544$. La birrefringencia

$$n_g - n_p = 0,009$$

Polariza, por consiguiente, en la tonalidad gris de la primera gama y con tendencia al blanco del primer orden (Véase pág 234).

Los caracteres del cuarzo en laminillas delgadas que le hacen inconfundible son tres: a) su perfecta limpieza, pues, no ofrece muestra alguna de alteración, distintivo éste para separarle de los feldespatos. b) La birrefringencia baja. c) La falta de clivage.

Algunas veces encierra inc'usiones ya líquidas, ya gaseosas (de anhídrido carbónico CO_2) distribuidas paralelamente a las caras del cristal.

FORMAS DEL CUARZO

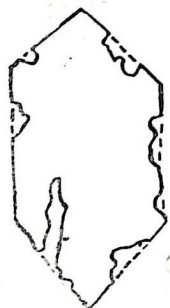


FIG. 282. Corrosiones que presentan los cristales de cuarzo en las rocas efusivas.

A.—*Formas definidas.*—Se le encuentra en las rocas sedimentarias; en el Flysch de los Pireneos, los cristales son piramidados; en los microgranulos y pórfidos los fenocristales están desarrollados según las caras 100 , $22\bar{1}$. En las rocas efusivas se presentan las formas con corrosiones, más o menos según el dibujo (Fig. 282).

B.—*Formas no definidas.*—a) En los granitos, como el cuarzo, ha cristalizado en el último tiempo, se presenta cementando a los demás elementos, en playas y campos sin forma definida. b) En los granulitos la cristalización se hizo en masa y el cuarzo tiende a manifestar las formas 100 y $22\bar{1}$. (Véase curso de Cristalografía fig. 118). c) En las pegmatitas gráficas los feldespatos y los cuarzos se hallan con una orientación óptica igual. La playa con clivaje es un feldespato; los cristales conglomerados son cuarzos. (Fig. 283).

En las esquistas metamórficas, los granos de cuarzo, en forma más o menos redondeada se hallan formados antes de los elementos ferromagnesianos. Así el cuarzo se halla conglomerado por la mica (Fig. 284).

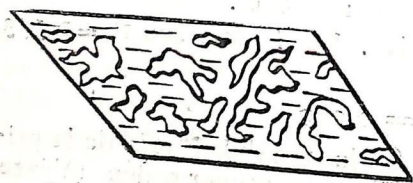


FIG. 283. Agregado de cristales de cuarzo conglomerados por un feldespato.



FIG. 284. Granito de cuarzo conglomerado por un cristal de mica.

e) En las rocas sedimentarias; por ejemplo, en las areniscas, los cristales de cuarzo son más o menos redondos, los que, vistos en las preparaciones aparecen separados unos de otros y se hallan cementados por la calcedonia o el ópalo que han venido a engrosar, como si dijéramos, o a alimentar los granos preexistentes de cuarzo. Tal observación se aplica sobre todo a la cuarcita.

f) En las rocas efusivas. — En los pórfidos con cuarzos globulares, no ha cristalizado perfectamente la sílice. Originados del segundo tiempo de cristalización se ven en ellos fragmentos de cristales de cuarzo formando esponjas. La trama de ellos será el cuarzo mientras que el elemento que llene las cavidades será el vidrio, por ejemplo.

Cada esponja es un cristal independiente; se presentará, vista a la luz natural (L. N.), con aspecto concrecionado, agrietado, particularidad que la debe a la contracción perlítica propia de estas rocas. En las llamadas *piromeridas* se ha presentado un fenómeno de devitricación, en virtud del cual, habiéndose recristalizado el vidrio, han nacido de él gran cantidad de cristallitos de cuarzo; pero quedan aún visibles las grietas de contracción. En las rocas que tienen glóbulos y esferulitos de fibras que parten de un centro, examinados a la luz polarizada, ofrecerá el aspecto de una cruz negra dibujada por todas las fibras paralelas a los hilos del retículo.

g) En las *milonitas*, o rocas que han sufrido deformaciones tectónicas en los elementos cristalinos constitutivos de ellas, se ofrece el cuarzo con extinción giratoria. No se extingue de golpe la luz en todo el individuo sino parcialmente y en una dirección determinada; es claro nos referimos al fenómeno examinado con luz polarizada, (L. P. P.) paralela.

SÍLICE FIBROSA: CALCEDONIA

Todas las especies de calcedonia son *biáxicas*. La *cuarcina* tiene las fibras alargadas paralelamente a Π_g ; tiene, pues, un alargamiento *positivo*. Se presenta en esferulitos sola o asociada a la calcedonita y a la lutecita. La cuarcina es triclínica.

La *calcedonita* tiene las fibras alargadas paralelamente a Π_p ; es, pues, *negativa*. A lo largo de las fibras de birrefringencia es variable, teniendo por efecto tintes de polarización de aspecto ondulado.

La *lutecita* no tiene sus fibras paralelas a una dirección constante; puede ser la de Π_g , o de Π_m , o de Π_p ; la extinción es oblicua; puede ser *positiva* o *negativa*.

La *Tridimita*. — Es ortorrómbica (seudo hexagonal). Cuando el baño silíceo ha sido sujetado a una temperatura mayor que la de 900° , es la forma estable de la sílice. El plano de los

ejes ópticos es 100 (h_1). Es incolora a la luz natural; su refringencia $n_g = 1,473$ es débil.

La birrefringencia $n_g - n_p = 0,004$; también es débil. Es *biáxica y positiva*.

Se la encuentra en las *domitas*, *traquitas* y otras rocas ácidas de efusión; mas no en los granitos.

La Cristobalita.—Es cuadrática (seudo-cúbica). Es la sílice de las rocas artificiales (ladrillos de sílice). El cuarzo de los ladrillos se transformó en cristobalita. Se presenta igualmente en las cavidades de las rocas volcánicas, asociada a la tridimita.

Tiene extinción recta; es biáxica, negativa.

El Opalo.—Es el cuarzo en estado coloidal, es por lo tanto amorfo; no presenta el fenómeno de polarización. Es de origen secundario de proveniencia hidrosilizosa. Su refringencia es débil $n = 1,44$. Es transparente u opaco; incoloro o con tinte variable.

CAPITULO VIGESIMO SEGUNDO

LOS FELDESPATOS.—CARACTERES COMUNES

La fórmula $RO, Al_2O_3, n(SiO_2)$, en la cual R representa el K, el Na y el Ca, puede representar la composición química de los feldespatos. Estos minerales caracterizan los magmas básicos (dioritas, gabros). Ellos sirven de base para la clasificación de las rocas.

Tres son *los principales* feldespatos alcalinos: la ortosa, el microclino y la anortosa. De ellos sólo el primero es monoclinico; los demás son *triclínicos*, bien que, apartándose apenas $16'$ el microclino y $29'$ la anortosa de 90° , (ángulo de 001 con 010) pueden también prácticamente considerarse como monocínicos.

Los *calcosódicos*, llamados también *plagioclasas*, son los segundos: Albita, Oligoclasa, Andesina, Labrador, Bitcwnita, Anortita.

Caracteres físicos.—La densidad d de ellos oscila entre 2,56 y 2,76. Dureza según la escala de Mohs, 6 (dureza de la ortosa).

Todos los feldespatos tienen un doble clivage visible en láminas delgadas, el uno paralelo a la cara 001 (P) y el otro paralelo a la cara 010 (G). El clivage basal 001 es muy claro y se lo obtiene fácilmente; el otro es un poco menos claro. (*)

Las Maclas (**).—Debemos observar, desde luego, que en las rocas se hallan los feldespatos en forma de fenocristales *alargados* según la arista (001, 010) o sea, según pg_1 (símbolo

(*) En los plagioclasas: $a : b : c = 0,635 : 1 : 0,554$
 $\alpha = 93^\circ 5' \text{ a } 94^\circ 31'$; $\beta = 115^\circ 54' \text{ a } 116^\circ 38'$
 $\gamma = 87^\circ 1' \text{ a } 91^\circ 34'$

(**) Véase Primera Parte, Capítulo Undécimo.

los de Levy) (Fig. 285); o bien *aplanados* según 010 (g_1) (Fig. 286).

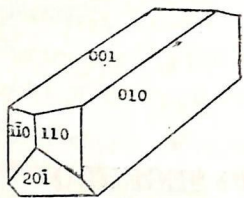


FIG. 285. Un cristal de feldespato alargado según la arista p (g_1) (notación de Levy).

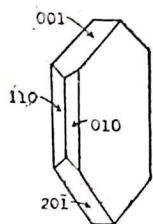


FIG. 286. Feldespato aplanado según la cara g_1 .

a) De Carlsbad.—El plano de asociación de esta macla es comunmente 010 (g_1), paralelo al eje vertical c , (Fig. 287) y el eje es una normal a 100 (h_1). Tales maclas pueden presentarse en simple *contacto* o por *compenetración*. (véanse Figs. 288 y 289).

Si la preparación o laminilla es normal a 010 los clivages p (001) y g_1 (010) se hallarán entre sí perpendiculares o casi perpendiculares. Las maclas de Carlsbad se hallan compuestas casi invariablemente por dos espacios; el uno claro y obscuro el otro; esta particularidad es importante para distinguir la macla de la ortosa de las de los feldspatos plagioclasas, pues, en éstos las maclas son múltiples y en forma de láminas, apellidadas polisintéticas.

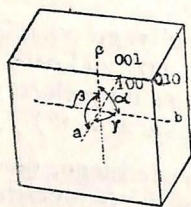


FIG. 287. Los ejes cristalográficos a, b, c en la singonía triclinica.

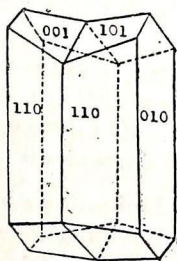


FIG. 288. Macla de contacto de un feldespato. Plano de asociación la cara g_1 (010).

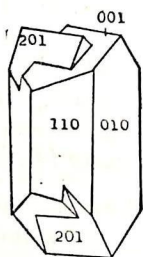


FIG. 289. Macla de compenetración del feldspato alcalino ortosa; plano de asociación la cara g_1 (010).

b) La de Manebach. - El plano de reunión es el de p (001), plano basal, y el eje de macla perpendicular a él. Tal macla no será, pues, visible en los cortes hechos paralelamente a p ; pero sí lo será en los cortes paralelos a g_1 (010).

c) La de Bavero.—Plano de reunión según el clinodomo 021 ($e^{1/2}$). El eje de macla es perpendicular a este plano. Esta clase de maclas ofrecen alargamientos paralelos al eje a (Fig 290)

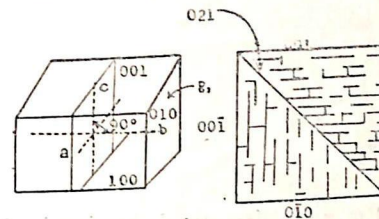


FIG. 290. Posición de los ejes a, b, c en el paralelepípedo fundamental de la singonía monoclinica.

Las maclas polisintéticas.—Estas se presentan repetidas un gran número de veces formando láminas cristalinas muy delgadas. Vamos a considerar dos de ellas. a) las de la *albita* y b) las de la *periclina*.

FIG. 291. La macla de Bavero. Plano de reunión la cara $e^{1/2}$ (021)

a) *Maclas de la albita.*—La cara de reunión en ellas es 010 (g_1) (Fig. 292), la misma que la de *Carlsbad*. Se presentan en el microscopio en series de cintas delgadas, la una color gris negro; la otra gris claro. Macroscópicamente esta macla se halla representada en la (Fig. 292).

Se verán estas maclas *siempre que* la sección examinada en el microscopio *no sea* una sección *paralela* a g_1 (010).

b) *Maclas de la periclina.*—La cara de reunión es un plano de la zona ph_1 (001, 100); la traza dejada por la macla de la periclina se encontrará siempre en g_1 . Como por otra parte en esta cara g_1 el único clivage es el dejado por el de p , la traza de este clivage con la de la citada macla va a hacer un ángulo; este ángulo característico es el que nos va a servir para la determinación de los feldspatos calcosódicos.

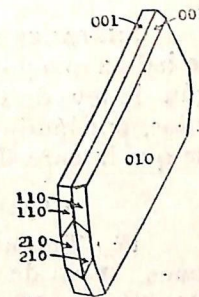


FIG. 292. Maclas polisintéticas de la albita. Plano de reunión, cara g_1 (010).

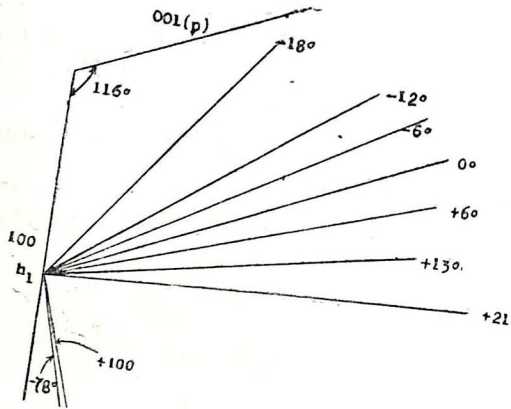


Fig. 293 Diagrama de los ángulos formados por la macla de la periclina y la dirección p (001) en la cara g_1 (010), según los diferentes feldespatos:

-18° , anortita	0° , andesina
-12° , bitownnita	$+6^\circ$, oligoclasa
-6° , labrador	$+13^\circ$, oligoclasa--albita
de -75° a -78° , anortosa	$+27^\circ$, Albita.

La (Fig. 293) nos ofrece una vista de conjunto de los ángulos de esta macla con la traza de clivage de p en g_1 . En ella anotamos ángulos positivos orientados en el sentido del movimiento de las agujas de un reloj; y ángulos negativos, en el sentido opuesto. Nos muestra que en la andesina la traza del clivage de p en g_1 es paralela a la traza de la macla; que el microclino es muy caracterizado por su gran ángulo que puede variar de -80° a $+100^\circ$.

Para medir el ángulo de la macla de la periclina con la traza del clivage p en g_1 : 1º buscar las líneas del clivage p (la cara g_1 contiene este solo clivage); 2º medir el ángulo de este clivage con la traza de la macla; 3º la macla de la albita es visible en la cara p (001), jamás en g_1 (010).

CRISTALES MACLADOS SEGÚN DOS LEYES. — Frecuentemente se hallan plagioclasas formados de dos individuos maclados según la ley de Carlsbad, y estando constituidos, cada uno de ellos, por láminas de macla según la ley de la albita. Recuerdese que la cara de asociación para unas y otras es el plano g_1 (*).

CARACTERES ÓPTICOS DE LOS FELDESPATOS

1º Tienen muy poco relieve en las laminillas delgadas, pues, n va de 1,52 a 1,58; 2º la birrefringencia es también débil ($n_g - n_p$) va de 0,006 a 0,013); 3º son biáxicos, siendo en ellos el ángulo $2V$ (excepto en la ortosa) muy grande; 4º son de signo negativo, excepto la albita, la andesina y el labrador;

(*) Hay también cristales de Labrador con maclas, la una serie según las leyes de la albita, y la otra serie según las leyes de la periclina. Véase un ejemplo en Rinne, figura 192, "La Science des Roches" p ág. 120.

5º son incoloros; pero las impurezas ya extrañas, ya ocasionadas por la alteración de sus propios elementos, pueden empañar su limpieza.

En los dibujos 294, 295, 296, 297, 298, 299, damos a conocer la posición de los ejes ópticos en los plagioclasas.

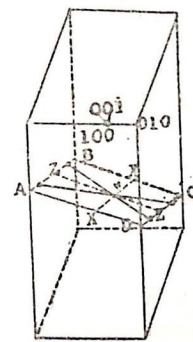


FIG. 294. Posición del plano de los ejes ópticos Z y X en el paralelepípedo triclinico de la albita.

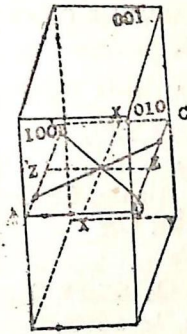


FIG. 295. Posición de los ejes ópticos X, Z en la oligoclasa.

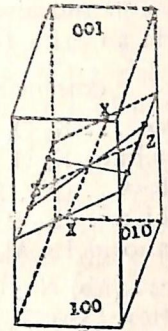
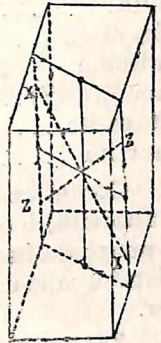
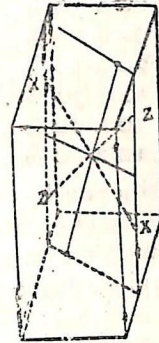


FIG. 296. La Andesina. Posición de los ejes ópticos X, Z.



Figs. 297, 298, 299. Los feldespatos Labrador, Bitownnita y Anortita. Posición en ellos de los ejes ópticos X, Z.

La orientación del plano óptico ABCD varía considerablemente de la albita a la anortita, pero en todos ellos el eje Z es casi perpendicular a la cara g_1 (100), en todo caso, se halla mucho más cerca de ella que X o Y. En las secciones paralelas

a g_1 es visible la bisectriz Z aunque sólo se verá un *isogiro* en las de la anortita, bitownita y aún labrador.

En los plagioclasas *sódicos* (vecinos de la albita) el eje X se avecina en *dirección* a la del eje z (Véase figura 287).

Los índices de refracción van creciendo gradualmente según la proporción de *anortita*. La birrefringencia decrece de la albita a la andesina (de 0,011 a 0,0065; pero crece de la última a la anortita (0,013).

COMPOSICION QUIMICA DE LOS FELDESPATOS

Ortosa	$K_2 O, Al_2 O_3, 6SiO_2$	} Alcalinos
Microclino.	$K_2 O, Al_2 O_3, 6SiO_2$	
Anortosa	$(Na, K)_2 O, Al_2 O_3, 6SiO_2$	
Hyalófino.	$(K_2 Ba) Al_2 Si_4 O_{12}$	
Celsiano	$Ba Al_0 Si_2 O_8$	
Albita	$(Ab) Na_2 O, Al_2 O_3, 6SiO_2$	} tipos extremos de la serie de feldespatos calcosódicos
Anortita.	$(An) Ca O, Al_2 O_3, 2SiO$	

Todos los plagioclasas (o calcosódicos) inclusive los tipos extremos son relaciones isomórficas de moléculas de Ab y de An, en la siguiente proporción:

MOLÉCULAS DE Ab		MOLÉCULAS DE An	
Albita	de 100 a 90 %	de 0 a 10 %	
Oligoclasa	de 90 a 70 %	de 10 a 30 %	
Andesina	de 70 a 50 %	de 30 a 50 %	
Labrador (*)	de 50 a 30 %	de 50 a 70 %	
Bitownita	de 30 a 10 %	de 70 a 90 %	
Anortita	de 10 a 0 %	de 90 a 100 %	

Con el cambio progresivo en la composición, de la albita a la anortita, hay cambios consecuentes en el peso específico, en el punto de fusión, como también en las constantes de la forma cristalográfica y en las propiedades ópticas, como acabamos de ver.

FELDESPATOS ZONADOS. — La estructura en *zonas* es un efecto de la superposición de substancias diferentes las unas sobre las otras. Las zonas se componen frecuentemente de mezclas moleculares de los términos de una misma serie mineral que difieren químicamente los unos de los otros; por ejemplo, zonas de feldespatos ricos en soda, por una parte, y ricos en ca

(*) Preferimos la denominación *labrador* al de *labradorita* para distinguir el feldespato, de la roca que lleva el nombre de *labradorita*.

por otra parte. Del centro a la periferia pueden ser las diferentes zonas o más pobres o más ricas en cal.

La existencia de las zonas en los feldespatos se debe a que son producidos por la cristalización de una mezcla *eutéctica*. He aquí cómo explica W. Lindgren este fenómeno. En los cristales que nacen de una mezcla, por ejemplo, de la albita y la anortita, se presenta una sola curva del baño de fusión en vez de dos que se cortasen en el punto *eutéctico*. Un cristal, producido por una mezcla, no tiene el punto de fusión a una temperatura dada sino que tiene una latitud mayor o menor. La mezcla de Ab, An comienza a cristalizar a 1.450°, teniendo los primeros cristales $Ab_1 An_5$ como composición. El enfriamiento posterior cambia la composición tanto del líquido como del cristal. Con descenso de la temperatura 1.285° los cristales demuestran la composición $Ab_1 An_1$ y desaparece el líquido. Es evidente que si el enfriamiento avanza muy despacio, los cristales cambiarán gradualmente su composición. En tales circunstancias, forman *zonas* en torno de un núcleo y la composición de cada una de ellas corresponde a una temperatura de formación y del líquido en el que se hallaban en equilibrio. De este modo nacen las *estructuras zonadas* de los feldespatos. El resto del baño que que la está compuesto por cristales cuya composición media es $Ab_1 An_1$; pero el núcleo interior de ellos es más *cálcico* y las zonas exteriores más *sódicas*. (Mineral Deposits by Waldemar Lindgren. — Mc Graw Hill Book Co. New York 1933, página 106 y siguientes).

LOS ANGULOS DE EXTINCION

Según vimos en páginas anteriores (véase Capítulo décimo octavo página 224), son cuatro las posiciones de máximo y de mínimo de luz. Las posiciones de extinción tienen lugar cuando los semi-ejes n'_g y n'_p de la sección contenida en la laminilla se hallan paralelos a los hilos del retículo cuando éstos coinciden con las direcciones de las secciones principales de los nicols polarizador y analizador. según esta conclusión el *máximo* del ángulo de extinción sería de 45°. Pero si convenimos en calcular el ángulo: a) teniendo en cuenta, por ejemplo, la dirección del eje cristalográfico C, — representado en la sección por un clivage especial de la sección —, y la de n'_g (Z'); b) e imponemos un sentido determinado a la rotación de la platina del microscopio, por ejemplo, el del movimiento de las agujas de un

reloj, como positivo; el ángulo de extinción, formado por un hilo del retículo y la dirección π'_g podrá oscilar entre 0° y 180° .

El ángulo de extinción no es idéntico para las diversas zonas.

I. — En la cara p (001). Es el plano en que no se presentan sino los clivages g_1 (010) en el plano p (001) y se cuenta como positivos o negativos teniendo en cuenta el convenio anterior. Para leer el ángulo de extinción en el limbo de la platina se lleva a coincidencia las líneas de clivage con la dirección de extinción.

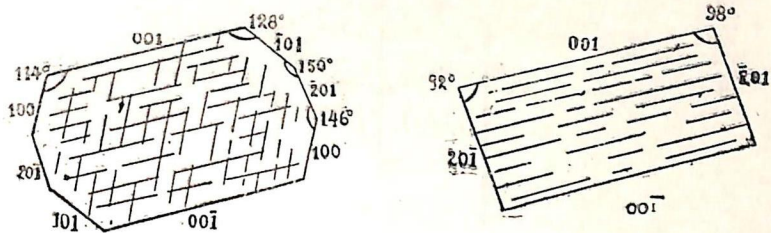
Los resultados para todos los feldespatos de estas observaciones son las siguientes:

ANGULOS DE EXTINCIÓN DEL CLIVAGE g_1 EN p

Ortosa	0°
Microclino	15°
Anortosa	1°
Albita	$4^\circ 30'$
Oligoclasa - Albita	de 1° a 3°
Oligoclasa	hasta $0^\circ 7'$
Oligoclasa - Andesina	de $1^\circ 30'$ a 2°
Andesina	hasta $3^\circ 34'$
Labrador	„ $-14^\circ 22'$
Bitownita	„ $-24^\circ 56'$
Anortita	-37°

II. — En las secciones paralelas a 010 (g_1). Se las puede reconocer, a esta clase de secciones por: a) la ausencia de la macla de la albita (aunque puede hallarse presente la de la periclina); b) por la presencia de un sólo clivage; y c) por la forma geométrica del cristal solo o caracterizado de zonas. (Véase página 294 lo que son los feldespatos zonados). Las figuras 301, y 302 nos dan la idea de estos perfiles.

En una sección aproximadamente paralela a g_1 ($\pm 4^\circ$), de modo que en ella se hayan sobrepuesto dos láminas de albita hasta cubrir un espacio no mayor que 0,3 mm. de anchura; si además el espesor de la sección no excede unos 0,02 mm. el resultado de los ángulos de extinción no sufrirá un error sino de $\pm 2^\circ$ aproximadamente. El clivage p (001) es comunmente bien discernible y es o bien normal a la sección o casi normal. Se lo ve mejor oscureciendo el campo mediante el diafragma, o bien bajando el condensador.



FIGS. 300 Perfil de cortes paralelos a la cara g_1 (010) de los feldespatos. (figura 301)

Tales secciones ostentan una figura de interferencia perfectamente centrada, cuando son del feldespato monoclinico; pero si la sección es de un triclinico, la bisectriz Z o se halla en el campo o en todo caso cerca de él, mucho más cerca que X . (Véanse los planos de los ejes ópticos de los feldespatos triclinicos en las figuras 294 a 299).

También las secciones de que hablamos mostrarán la macla de Carlsbad B (*), ya que esta macla tiene su plano de reunión paralelo a 100, y los clivages basales en uno y otro cristal hacen entre sí un ángulo de 128° (o de 52°). Los ángulos de extinción en los dos individuos de la macla de Carlsbad son iguales, (véase figura 303).

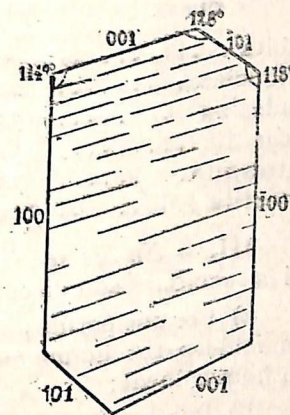


FIG. 302. Perfiles de cortes paralelos a la cara g_1 (010) de los feldespatos.

En tales maclas el ángulo ω entre las direcciones X' de extinción de los dos individuos, siempre que la sección sea paralela a 010 (g_1), tiene los siguientes valores. (**)

(*) Esta macla de Carlsbad, del tipo B, pertenece a las clases nuevas descubiertas mediante la platina universal de Federoff. En ella el eje de macla es C y la cara de composición de la macla es 100 u otra que se avecine a la posición de 100.

(**) No olvidar que la dirección X es la de vibración del rayo más rápido

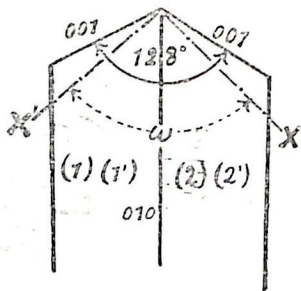


FIG. 303. Sección paralela a g_1 (010).

CLASE	AN %	ω	$\angle X', 001$
Albita	0	168°	+ 21°
Oligoclasa	20	140°	+ 6°
Andesina	35	118°	- 5°
Labrador	52	94°	- 17°
Bitownita	73	66°	- 31°
Anortita	100	52°	- 38°

III. — En las secciones normales al eje **a**. (Véase fig. 287), tales secciones son discernibles fácilmente:

a) Por sus perfiles casi cuadrados, ya sea la composición de los feldspatos homogénea, ya muestren zonas de crecimiento no homogéneas;

b) Por la circunstancia de tener dos series de clivage en ángulo recto las unas con respecto a las otras;

c) Por la macla de la albita cuya traza forma un ángulo recto con respecto a una de ellas.

Estas líneas no se mueven lateralmente al subir o bajar el objetivo para el enfoque. Además, en estas secciones las maclas de la albita se iluminan con igual intensidad sea a 0°, sea a 45°.

Puédese también utilizar aquellas secciones que se apartan un poco de la sección perpendicular; pero teniendo en cuenta que tales preparaciones dan margen a un error. Los ángulos de extinción no cambian rápidamente en esta sección.

Los valores del ángulo de extinción formado por la traza de g_1 (010) en la sección y la dirección X' (n_p) de extinción son los siguientes:

Ortosa	0°
Microlino	+ 4°
Anortosa	+ 1° (?)
Albita (Ab ₁₀₀ An ₀)	- 15°
Oligoclasa (Ab ₇₅ An ₂₅)	+ 7°
Andesina (Ab ₅₅ An ₄₅)	+ 25°
Labrador (Ab ₄₅ An ₅₅)	+ 32°
Bitownita (Ab ₂₅ An ₇₅)	+ 40°
Anortita (Ab ₅ An ₉₅)	+ 44°

IV. — En las secciones de la zona paralela al eje **a**. Una sola medida no puede dar resultados satisfactorios; pero sí, cuando se han efectuado muchas con las cuales pueda llegarse a obtener un valor máximo del ángulo de extinción en esta zona.

Los microlitos de las rocas volcánicas tienen alargamientos paralelos al eje **a** y acaso son demasiado pequeños para poder ostentar maclas. En estos casos, si el ángulo de extinción máximo ha sido de 12°, puédese uno servir satisfactoriamente de estas secciones, siempre que para separar la albita de la andesina se utilice la franja de Becke a fin de separar los respectivos índices de refracción. El ángulo que se va a expresar para cada especie es el formado por las direcciones del alargamiento (véase página 244) y la de la extinción en su valor máximo.

Ortosa	+ 5°	Andesina	- 27°
Anortosa	+ 9°	Labradorita	- 38°
Microclino	+ 16°	Bitownita	- 47°
Albita	+ 17°	Anortita	- 57°
Oligoclasa	+ 5°		

Las proporciones de Ab An, las mismas que las del cuadro anterior.

V. — En las secciones de la zona normal a g_1 (010). Hacemos la misma advertencia previa que en el número IV, no es suficiente una sola observación y una sola medida, pues, también aquí es necesario encontrar el ángulo máximo para cada especie, ángulo máximo de extinción en esta zona; es necesario hacer una media docena de medidas.

Cuando las secciones *normales* a g_1 contienen las maclas de la albita, tales cortes se reconocen en los caracteres siguientes:
 1º — La línea de macla es bisectriz del ángulo que formarían dos extinciones, la una por la banda 1 a la izquierda, y la otra por la banda 2 a la derecha; (véanse figuras 304 y 305).

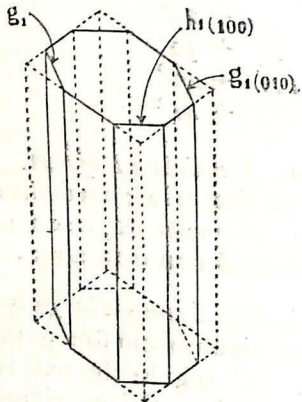


FIG. 304. Génesis de los cortes $h_1(100)$, $g_1(010)$ en el paralelepípedo fundamental.

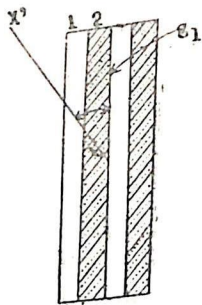


FIG. 305. Sección normal a $g_1(010)$ por ejemplo, un corte vecino a la cara $h_1(100)$, de la zona de simetría.

2º — Las líneas de macla y las del clivage no se desplazan lateralmente al alzar el objetivo — éste debe ser muy fuerte — o al bajarlo sobre la preparación.

3º — Las diferentes partes de la *macla de la albita* se iluminan con igual intensidad 8 veces al dar una rotación completa a la platina portadora de la placa, del microscopio, a saber, 4 veces cuando las líneas de macla se hallan paralelas a cada hilo del retículo, y 4 veces cuando hacen el ángulo de 45º con estos hilos. Las láminas aparecen entonces como si fuesen un individuo cristalino, desapareciendo las líneas de separación en la *primera posición*; e interrumpiéndose el tinte gris uniforme de los individuos maclados por *líneas negras* muy finas, que aparecen como líneas de clivage, en la *segunda*. (*)

Las secciones que se apartan de esta zona normal hasta 10º o 15º, son todavía utilizables, pero hay que tomar el promedio de los ángulos de extinción. A saber, si éstos no difieren sino

(*) A estas posiciones llaman los autores franceses, posiciones de *iluminación igual* (égil éclairément).

con unos 2 o 3 grados, este promedio puede considerarse como suficientemente exacto.

Angulos máximos de extinción en la zona perpendicular a la cara $g_1(010)$

ANGULO g_1, X' :	ANGULO g_1, X'
Ortosa 0º:	Labrador + 30º
Anortosa 2º:	Albita - 20º
Microclino + 19º:	Bitownita + 42º
Oligoclasa + 6º:	Anortita + 56º
Andesina + 25º:	

NOTA.—El ángulo que debe ser tenido en cuenta para estas observaciones es el formado por la dirección de vibración del rayo más rápido X' (que corresponde al índice de refracción n_p), y la línea de macla de la albita, o sea, el clivage 010. El signo del ángulo de extinción es casi siempre desconocido. No se podrá, pues, distinguir la albita de la andesina por este método.

VI.—*En las secciones normales a la cara 010 y que contienen a la vez la doble macla de Carlsbad y de la Albita.* — Zona $h_1(100), p(001)$.

Cuando una sección llena las condiciones arriba expuestas ésta sola puede ser suficiente para la determinación del feldespato. Es innecesario, por lo tanto, ponerse a caza de nuevas secciones y con ellas buscar el ángulo máximo de extinción en la zona.

Estas secciones son discernibles por la desaparición de las maclas de la albita en la posición de 45º conservándose, eso sí, la de Carlsbad; y por los otros caracteres que hemos apuntado en el Nº V. Tomada la línea de macla de Carlsbad como línea de referencia, las secciones de que hablamos dan ángulos casi iguales de extinción a la derecha y a la izquierda de esa línea.

Carácter esencial del método.—Cuando un cristal A, maclado según las leyes de la albita, formando bandas claras y oscuras 1 y 1' (Fig. 306) se halla unido a otro individuo B, y ambos (A y B) maclados según



FIG. 306. Corte normal a la cara $g_1(010)$ que contiene simultáneamente las maclas de Carlsbad y de la albita. El individuo A contiene las maclas (1) y (1') de la albita; el individuo B con el cristal A forma la de Carlsbad.



la ley de Carlsbad, se dice que todo el conjunto obedece simultáneamente a las leyes de la Albita y de Carlsbad. En estos casos, a un ángulo de extinción en el individuo A (i y i') corresponde otro ángulo de extinción bien determinado en el individuo B. Estas extinciones "conjugadas" son un medio para determinar el contenido de A_n del plagioclasa sujeto al examen.

Distintivos de estas secciones.—A fin de obtener valores utilizables y no sólo resultados aproximados, es necesario buscar secciones de la "zona de simetría" (*). Estas dan valores iguales del ángulo de extinción para las dos bandas de macla de la albita en un mismo individuo, teniendo n'_p (X') como línea de referencia.

NOTA.—Puede suceder que el cristal B, maclado a A según Carlsbad, esté también maclado según la Albita. Hay que aplicar entonces a las bandas 2 y 2' de B lo que se hizo en A con las bandas 1 y 1'.

Proceso en la determinación.—Hay que determinar, desde luego, el ángulo que forman n'_p (dirección de extinción) con la traza de la cara 010 (g_1) de los individuos 1 y 1' del cristal A (Fig 306). Si los valores obtenidos no son iguales, hay que buscar el promedio de ellos, los que, por otra parte, no se apartan demasiado los unos de los otros.

Luego se procede a medir el ángulo de extinción en el cristal B. Si este se halla, a su vez, maclado según la ley de la albita, ofreciendo por lo tanto bandas 2 y 2', se procederá con éstas siguiendo un método análogo de medición como con los 1 y 1' del cristal A.

Demos un ejemplo de este proceso. Sea 19° el valor del ángulo de extinción obtenido con la banda 1; y sea 21° el del ángulo con la banda 1'. El proceso de esas mediciones, es

$$\frac{19 + 21}{2} = 20^\circ$$

Ahora el cristal B. Sea 15° el ángulo de extinción obtenido en éste.

(*) En los feldespatos triclinicos, se denomina, aunque impropriamente, *zona de simetría* la que se halla determinada por la dirección de un plano perpendicular al de la macla de la albita, g_1 (010).

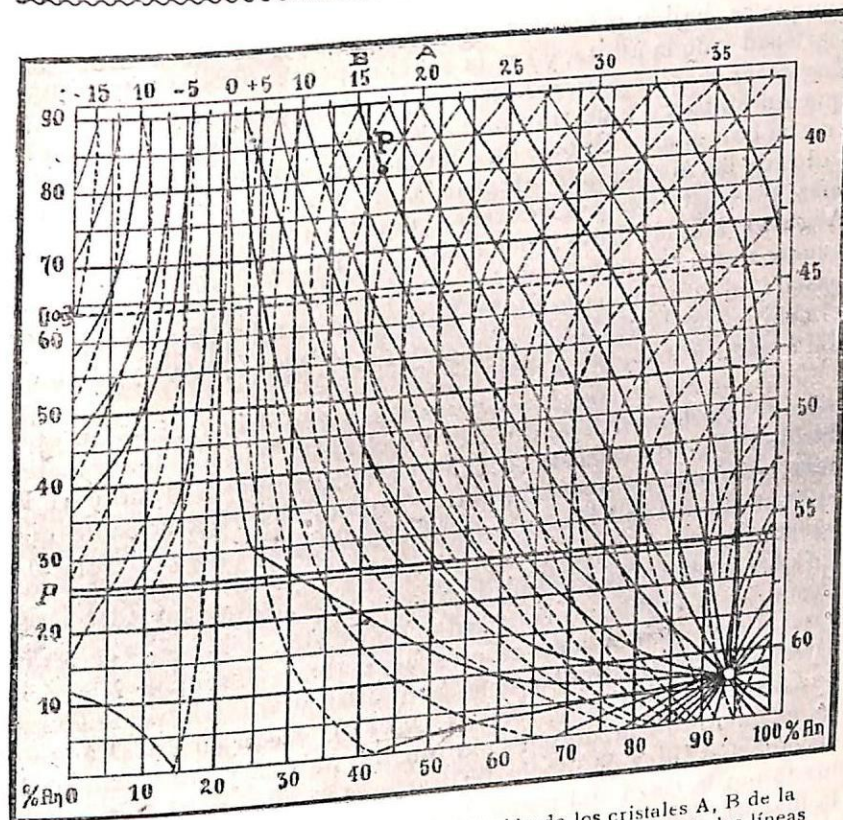


FIG. 307. Diagrama de las curvas de extinción de los cristales A, B de la macla de Carlsbad y de la albita de la figura 306. Las curvas de las líneas continuas pertenecen a las extinciones del cristal B; las curvas punteadas se refieren a las extinciones de los cristales (i y i') del individuo A. (Tomada de K. Chudoba, obra citada).

En la figura 23 hay dos clases de curvas; las trazadas con rayitas interrumpidas corresponden al cristal A; las con líneas llenas, al cristal B. El punto de intersección de una curva punteada y de otra llena dará el tanto por ciento de A_n . Así en los ejemplos citados, al ángulo de extinción 20° corresponde la curva señalada con A. Al ángulo de extinción 15° corresponde la línea señalada con B. La intersección de ambas está en P. El feldespato examinado contiene, pues, el 42% de A_n .

Debemos advertir con respecto a este método que, sin bien es práctico, hay sin embargo casos en los que no es aplicable

aunque se hallen presentes los caracteres de la doble macla de Carlsbad y de la albita, y sea la sección perpendicular a g_1 . Pues hay otras maclas polisintéticas deferentes de las de la albita y que sin embargo muestran una semejanza desgraciadamente estrecha con ellas. Uno se da cuenta de ello al ver que los resultados de las mediciones efectuadas no cuadran con los diagramas preexistentes y elaborados por Petrógrafos ilustres, por Augusto Michel Levy, por ejemplo. En tales casos hay que acudir a otras observaciones y quizá a las que ofrece el método basado en la utilización de la platina universal de Federoff, con el cual se puede descubrir el plano de los ejes ópticos y el valor del ángulo $2V$ en ellos. (*)

VII.—En las secciones normales a una bisectriz.—En opinión del Profesor Alejandro N. Wincheli (**) la medida o medición de extinción en estas secciones ofrecen un método para la determinación de los feldespatos plagioclasas. Ya se sabe que estas secciones son fácilmente discernibles con luz convergente por las figuras de interferencia centradas que ellas ofrecen.

Lo primero por determinar, una vez encontrada una sección de esta índole, es la orientación de ella, es decir, será necesario descubrir si la sección es normal a la bisectriz X o a la bisectriz Z mediante una de las laminillas auxiliares (véase Curso de Cristalografía Caps. XXVIII, XXIX). Medir luego el ángulo de extinción formado por la dirección de e la y por la línea de clivage o la línea de macla (o lo que es lo mismo, el ángulo formado por la traza del plano óptico y la línea de clivage o la de la macla). En las secciones que son normales a X , se mide comúnmente el ángulo de extinción con la línea de clivage 010 o con la línea de macla de la albita. Pero puede suceder, especialmente con los plagioclasas ácidos, que algunas secciones normales a X no muestren ni el clivage g_1 (010) ni la macla de la albita. En estas circunstancias hay que hacer las medidas con el clivage de P (001), si es visible.

CARACTERÍSTICAS PARTICULARES DE ALGUNOS FELDESPATOS

LA ORTOSA.—S. monoclinico. Prismas alargados o aplanados como lo muestran las figs. 285 y 286. Rara vez se presenta

(*) Confer, "Die Feldspate und ihre praktische Bestimmung, von K. Chudoba Stuttgart, 1912, pág. 27. Véase igualmente, "Lecons de Petrographie", par J. de Lapparent.—Paris, Masson 1923 Pág 66.

(**) Obra antes citada, v. II p. 347.

puramente potásico; lo común es que tenga hasta 20% de albita.

- Refringencia débil $n_g = 1,526$ (inferior al del bál.);
- Birrefringencia débil $n_g - n_p = 0,008$;
- La macla de Carlsbad es frecuente;
- Las polisintéticas de la albita y de la periclina, en cambio, no se presentan nunca;
- Es de signo negativo;
- El valor de $2V$ va de 0° a 70° ;
- El plano de los ejes ópticos es perpendicular a 010 ; la bisectriz aguda X hace un ángulo de 5° a 8° con la traza del clivage basal.

LA SANIDINA, u ortosa cristalina, es una ortosa de formada, En ella el ángulo $2V$ es muy pequeño. Los n_g y n_m los tienen permutados. Si en luz convergente se estudia una sección vecina de $h_1(100)$ perpendicular a n_p , en la ortosa se obtiene la figura de interferencia A; y en la sanidina la figura B. Este feldespato es la ortosa de las rocas volcánicas efusivas (traquitas y otras). (Figs. 308 A y B).

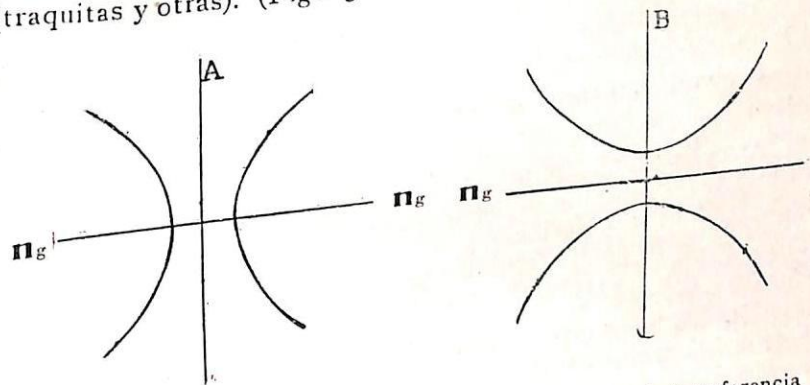


Fig. 308. Posición del eje n_g con respecto a las hipérbolas de interferencia en la ortosa (A) y en la sanidina (B).

Yacimiento.—La ortosa se presenta abundantemente en las rocas ácidas o semi-ácidas eruptivas y de profundidad. Se la encuentra igualmente en zonas de contacto y en algunas rocas metamórficas. Se la encuentra en el maciso de granito de la provincia de Loja; en el de Río Blanco, provincia de Pichincha, después de la unión de éste con el río del Volcán; en la diorita

cuarcífera piroxénica del río de la Moya en el camino entre Salinas y Guaranda; etc.

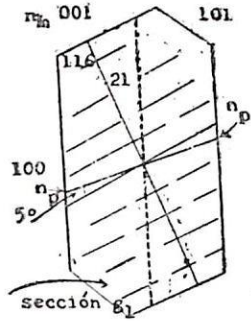


FIG. 309. Posición del eje n_m con respecto a la dirección h_1 (100) en la ortosa; hace con esta última un ángulo igual a 21° .

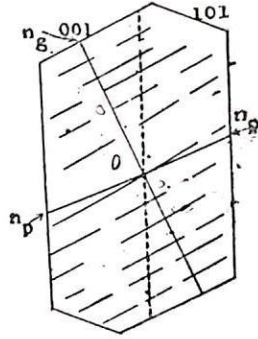


FIG. 310. En la sanedina, el eje n_g ha sustituido a n_m , para hacer con la dirección h_1 (100) el ángulo de 21° . Ambas secciones son paralelas a g_1 (100)

Se presenta algunas veces asociada al microclino y a la albita y formando una textura apellidada pertita o micropertita.

Probablemente se debe esta asociación a una acción secundaria.

ALTERACIÓN.—Se altera fácilmente siendo el kaolín y la sericita los productos de descomposición provocados por la influencia del intemperismo y de acciones hidrotermales. En ese mismo proceso puede también formarse el cuarzo. Productos de alteración de la ortosa son también los zeolitos y la clorita.

EL MICROCLINO.—Sobre la composición química de este feldespato, la misma observación hecha relativamente a la ortosa. En él se presentan las maclas de la ortosa y además las propias polisintéticas del microclino combinadas con las de la albita y que se apellidan micropertita.

Propiedades ópticas.—El plano de los ejes ópticos y la bisectriz obtusa Z son casi normales al plano g_1 (010).

La bisectriz aguda X hace un ángulo de $+5^\circ$ en g_1 con el clivaje de p (001). Es de signo *negativo*. El ángulo $2V$ es igual a 83° más o menos.

Yacimiento.—Hállase en las mismas rocas e iguales condiciones que la ortosa; especialmente en la *pegmatita*. Es también de ciertas zonas tectónicas de dislocación en las que se han desarrollado las milonitas.

Alteración.—Las mismas observaciones que las hechas para la ortosa.

LA ANORTOSA.—S. triclinico. — $\alpha = 90^\circ 5'$; $\beta = 116^\circ 18'$; $\lambda = 90^\circ$ más o menos. — Desde el punto de vista químico, se acerca más a la albita que a la ortosa; aunque la forma cristalina de la una sea análoga a la de la otra. Tiene maclas de Carlsbad, de Baveno y de Manebach. Pero la Macla característica de la anortosa es la polisintética del microclino en forma de laminita de albita extremadamente finas, detalle que le distingue del microclino.

Propiedades ópticas.—El plano de los ejes ópticos es casi normal a g_1 . La bisectriz aguda X hace con el eje a en g_1 un ángulo de 6° a 12° . En p el ángulo de extinción es de $+1^\circ + 6^\circ$.

LOS FELDESPATOS PLAGIOCLASAS PROPIEDADES FÍSICAS Y ÓPTICAS

Se presentan los cristales generalmente en forma tabular paralelamente a g_1 (010) y también alargados según el eje cristalográfico a . El alargamiento es paralelo al eje c y afectan formas prismáticas, con las caras (110), (110) y (201) en rocas microlíticas de la familia de las Sienitas y que llevan el nombre de *pórfidos rómbicos*. Los clivajes claros y siempre presentes son los paralelos a (001) y (010). Aunque algunas veces pueden faltar las maclas de la albita, pero generalmente su presencia es de regla en esta clase de feldespatos. También hallaremos en ellos las de Carlsbad, de Baveno, de Manebach y de la periclina.

Como ya hemos indicado antes, la orientación del plano de los ejes ópticos X, Z varía en el paralelepípedo fundamental, de la albita a la anortita, (véanse figuras de la 294 a la 299) En los plagioclasas *sódicos* X es casi paralelo al eje cristalográfico a ; más en los plagioclasas *cálcicos* la posición de X varía considerablemente apartándose de la posición primera.

Aunque en las muestras macroscópicas el color de los plagioclasas puede ser gris, blanco, verduzco, rojizo, azulado, amarillento e incoloro, en las *secciones delgadas* se muestran siempre transparentes e incoloros.

Cuadro esquemático de las propiedades ópticas de los Feldespatos

Nombre del feldespato	Composición Química	Observaciones con luz natural			
		Refringencia			Birrefringencia $n_g - n_p$ $e > 0,02$ $e < 0,03$
		n_g	n_m	n_p	
Ortosa	$K_2O, Al_2O_3, 6 SiO_2$	1,536	1,524	1,518	0,008
Microclino	$K_2O, Al_2O_3, 6 SiO_2$	1,530	1,526	1,522	0,008
Anortosa	$(Na, K)_2O, Al_2O_3, 6 SiO_2$	1,531	1,529	1,523	0,008
Albita	$Na_2O, Al_2O_3, 6 SiO_2$	1,540	1,534	1,532	0,008
Oligoclasa	$Ab_{75} An_{25}$	1,547	1,543	1,539	0,008
Andesina	$Ab_{55} An_{45}$	1,557	1,553	1,550	0,007
Labrador	$Ab_{45} An_{55}$	1,568	1,563	1,559	0,009
Bitownita	$Ab_{25} An_{75}$	1,576	1,572	1,566	0,010
Anortita	$CaO, Al_2O_3, 2 SiO_2$	1,588	1,584	1,576	0,012

NOTA 1ª—El valor de los ángulos de extinción no es sino aproximado, entre ciertos límites. Casi no hay uniformidad de las cifras dadas por diversos autores. De aquí resulta la necesidad de admitir cierta latitud en los trabajos prácticos al hacer la lectura de los ángulos de extinción.

Yacimiento.—Los plagioclasas con desarrollo tabular según (010), idiomórficas, y con estructura zonal, casi de regla, se presentan en las andesitas ecuatorianas. En estas y en las dacitas del Quilotoa hay oligoclasas y andesinas hasta de centímetro y medio de largo. En las dioritas cuarcíferas, u otras variedades de las rocas de esta familia, del cerro de Licto, de las vertientes de la Cordillera del río de Chimbo, etc., los plagioclasas se hallan representados, por la albita con maclas de la periclina y de Carlsbad, por la oligoclasa y labrador, en forma ta-

dades ópticas de los Feldespatos

Observaciones con luz polarizada paralela, Ángulos de extinción en algunas secciones privilegiadas									Con luz polarizada convergente	
Sección a p Angulo X', g ₁)	Sección a g ₁ < X', p	Zona ⊥ a g ₁ < X', g ₁ máximo	Zona a a ángulo máximo de los microlitos	Sección ⊥ a a < X', g ₁	Sección ⊥ a X Angulo Z, p	Sección ⊥ a Y Angulo g ₁	Sección ⊥ a Z Angulo x, g ₁	Zona de alargamiento y signo de él p g ₁	Angulo 2 V	Signo óptico
de	de					de		5° (—)	de	
0°	+11°	0°	+5°	0°	0°	0°		± de 0° a 45°	0° a 70°	—
+10° a +75°	+5°	+19°	+16°	+4°	2°	15°			83°	—
+2°	+4° a 10°	+2°	+9°	+1°?	1°	+1° a 4°			32° a 54°	—
+4°	+20°	-20°	+17°	-15°	13°	+1°	+2°		74°	+
+1°	+4°	+6°	+5°	+70°	-9°	0°	-3°		86°	—
-4°	-12°	+25°	-27°	+25°	-31°	-8°	-22°		79°	+
-7°	-18°	+30°	-38°	+32°	-40°	-15°	-28°		82°	—
-17°	-31°	+42°	-47°	+40°	-55°	-28°	-40°		77°	—
-40°	-38°	+56°	-57°	+44°	-73°	-41°	-62°			

NOTA 2ª—Las cifras aquí apuntadas se refieren a los plagioclasas con las proporciones de Ab y An anotadas antes

NOTA 3ª—No olvidar que los clivajes en los feldespatos son paralelos a las caras p y g₁.

bular y cauliforme. El gabro de Saloya ofrece igualmente hermosas muestras de labrador. En los neises de la cordillera oriental, región extensa de metamorfismo, el microclino es un efecto de la transformación de la ortosa ocasionada por la deformación mecánica. La albita es el mineral esencial de los neises albiticos (*).

(*) Confer "Das Hochgebirge der Republik Ecuador", I, Petrographische Untersuchungen; *passim*—III, "Die älteren Gesteine der ecuatorianischen Ost-Cordillere", F. von Wolf p. 190 y siguientes.

absolutamente inútil, ya que la precisión por él ofrecida es superior a la que puede dar el estudio del fenómeno en la medida de los ángulos.

2.º El número V, dijimos que al poner las líneas de marca de la albita a 45° de distancia angular respecto de los hilos del retículo aparecían las trazas de las maclas como líneas finas de clivage (Véanse págs. 291 y 292).

Esta posición es evidentemente aproximada y puede ser $\pm 2^\circ$ de la distancia angular 45°. En este caso no se observará dos extinciones simétricas rigurosamente exactas con respecto a la línea o traza del plano de polarización paralelo al hilo polar del retículo. Se obtendrá un valor aceptable aproximado tomando de esas lecturas un promedio.

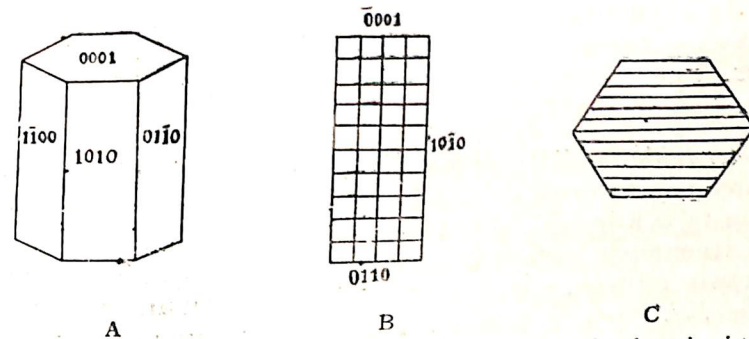
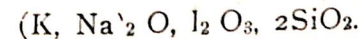
3.º Las proporciones de Ab y An determinadas en los feldespatos por los métodos descritos sufren un indecisión que puede traducirse en muchas unidades por ciento ya sea por carta de más o carta de menos.

CAPITULO VIGESIMO TERCERO

LOS FELDESPATOIDES

Tienen una composición análoga a la de los feldespatos. Son sílico-aluminatos que contienen Ca, K, Na. Se diferencian de los feldespatos por los siguientes caracteres: 1º por el sistema cristalino, pues el de los feldespatoides es rico en elementos de simetría; 2º por una proporción menor de sílice — lo cual es característico de las rocas básicas —; 3º por ser atacables por el ácido clorhídrico (HCl) en frío; 4º por no tener clivages fáciles.

I.—*La Nefelina*. Es un feldespatoide sódico potásico cuya fórmula es:



FIGS 311. A. El protoprisma del sistema hexagonal según el cual cristaliza la nefelina y la cancrinita. B, sección paralela a la faceta (1010). C, sección basal, paralela a (0001).

La nefelina es característica de las rocas sódicas; es del sistema hexagonal; y negativo. (*) (Figs. 311, A, B, C).

(Luz natural). — En las rocas eruptivas se presenta en forma tabular. Los clivages indiscernibles y difíciles son (1010) y

(*) Para reconocer el signo óptico, utilizar más bien la lámina T. S.

(0001): Siendo su refringencia débil ($n_g = 1,542$) no se muestra con relieve. Es incoloro o bien teñido por impurezas.

(Luz polarizada). — Su birrefringencia es débil. Va de 0 003 a 0,005 (n_o va de 1,536 a 1,549; y n_e de 1,532 a e.544) polariza, pues, en los tonos grises de la primera gama.

(Luz convergente). — En la luz convergente se debería ver la cruz negra; pero ésta no es clara. Se la reconoce más bien por exclusión: no muestra las hipérbolas. Y como éstas son características de los feldespatos, tal detalle valdrá para discernirle de éstos.

Observación. — Los cristales de nefelina contenidos en la misma roca madre varían considerablemente en sus propiedades ópticas. Por donde se comprenderá la dificultad de establecer una estricta relación entre estas y la composición química de los varios individuos de la nefelina.

Yacimiento. — La nefelina es característica de las rocas sódicas. En las rocas que la contienen la proporción de sílice es pequeña. Se encuentran tanto en rocas granosas como efusivas. En las últimas la nefelina se presenta en forma de prismas hexagonales o en la de varillas poco alargadas.

Se la encuentra también constituyendo grandes playas de rocas de aspecto resinoso y que por esta razón se les denomina *eleolitas*. Pueden encerrar feldespatos y minerales ferro-magnésicos.

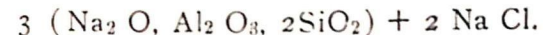
Alteración. — Esta tiene lugar de diversos modos. Puede cambiarse en una masa de *zeolitos fibrosos* (natrolita, alguna vez thomsonita o filipsita), o también en *anolcimo* o *sodalita*. Con mucha frecuencia pasa a la *cancrinita*, de la que se llenan las fracturas de clivage, y en la que puede transformarse totalmente. La *cancrinita* puede conservar la orientación primitiva de la nefelina.

Puede también dar origen por alteración a una mica blanca, variedad de la moscovita, cuyas láminas se hallarán paralelas al clivage basal del mineral primitivo. Puede también dar calcita, kaolinita y granate.

II. — La *Cancrinita*. S. hexagonal. Los raros cristales prismáticos muestran un clivage perfecto según 1010 (protoprisma).

Es uniáxica, negativa. — Se distingue de la nefelina por su elevada birrefringencia que va de 0,023 a 0,029. Polariza, pues, en los tonos vivos.

III. — La *Sodalita*. Su composición química es:



Es del sistema cúbico; tiene truncaduras b_1 (011). Posee una refringencia más débil que la nefelina $n = 1,4827$. — Secciones cuadradas o hexagonales.

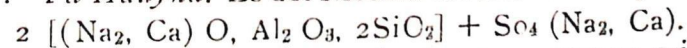
En la sodalita, — debe su nombre a la presencia de la soda —, el cloruro de sodio juega un papel análogo al del sulfato de sodio en la *Haiüyna*.

Se puede llegar a discernir la *sodalita* de la *haiüyna*, y a ésta de la *noseana* por el análisis microquímico. Reactivo, ácido nítrico. Se obtiene con la *sodalita* cristales de cloruro de sodio; con la *haiüyna*, cristales de yeso; con la *noseana*, añadido cloruro de calcio, cristales de ambos componentes.

En las preparaciones se dejan ver playas irregulares destañadas, incoloras, amarillas, azules, rojas.

Yacimiento. — La *sodalita* se presenta constantemente en las *sienitas eleolíticas*. Se la observa también en las traquitas y en las fonolitas.

IV. — La *Haiüyna*. Es del sistema cúbico. Su composición es:



La *haiüyna* se presenta en cristales o en granos cristalinos en gran número de rocas volcánicas; es notable por las inclusiones que encierra.

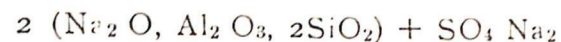
Propiedades ópticas. — Refringencia baja; n va de 1,496 a 1,51. El índice de refracción varía con el tenor de calcio. El color es casi siempre azul; puede ser también verde, amarilla o roja por alteración. En las preparaciones el color azul se presenta brillante. Las inclusiones pueden presentarse grises y hasta negras.

Alteración (de la *Haiüyna* y de la *Sodalita*). Se alteran fácilmente y dan una masa de zeolitos fibrosos de *natrolita* especialmente; o un agregado de laminillas de *sericita*, *hidrargilita*, *diásporo*, etc. La *cancrinita*, el granate; la calcita y la limonita pueden también provenir secundariamente de la alteración de estos feldespatoides.

En las laminillas delgadas, las secciones de haityna son cuadradas o hexagonales, rodeadas frecuentemente por una aureola o corona opaca de descomposición (la magnetita).

Yacimiento. — Se la encuentra exclusivamente en las *fonolitas y teralitas* en asocio de la nefelina y de la leucita.

V. — *La Noseana.* Es también del sistema *cúbico*. — Su composición:

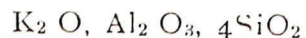


Propiedades ópticas. — La refringencia n va de 1,48 a 1,495. Incolora, blanca, gris, azul de alhucema o gris amarillenta, etc. En las preparaciones el color *azul* puede presentarse con aspecto brillante.

Sólo el análisis *microquímico*, ya enunciado, es una base para su discernimiento.

VI. — *La Leucita.* En temperatura ordinaria, pertenece al sistema *seudo-cúbico*; se acerca al trapezoedro. A la temperatura de 500° es cúbica, (véase figura 59).

Su composición es:



Es un feldespatoide potásico, $n_g = 1,509$; $n_p = 1,508$

$$n_g - n_p = 0,001.$$

Ofrece, aún en las preparaciones, complicadas series de maclas que se hacen visibles en el microscopio al intercalar una lámina auxiliar.

La *leucita* es muy rica en inclusiones de muchas sustancias, por ejemplo, vidrio, magnetita, microlitos de basalto, etc. Clivage muy imperfecto según (110).

Las secciones de la leucita en las preparaciones son octogonales o redondeadas. El tinte de polarización es casi negro; por lo cual pueden confundirse con los huecos de las laminillas. Se quitará esta ambigüedad por la interposición de una lámina de mica $\frac{1}{4}$ de onda, por ejemplo.

Yacimiento. — Existe en abundancia en ciertas lavas del Vesubio (leucitofras, leucotefritas) en las que se puede encontrar trapezoedros regulares. Los más grandes se los encuentra en Rocca Monfina, cerca de Nápoles.

VII. — *La Melilita.* La melilita forma todo un grupo de minerales. Son silicatos de calcio, de sodio acompañados de magnesio y aluminio y más raramente de hierro, manganeso y zinc. Cristalizan en el *sistema cuadrático*.

Los cristales se presentan en forma de cortos prismas con o sin las caras piramidales. Tienen los clivages no discernibles según h_1 (100) y p (001). Las maclas en forma de cruz son raras.

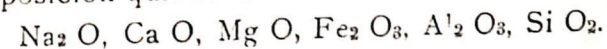
Propiedades ópticas. — Es incoloro. $n_g = 1,633$; $n_e = 1,629$

Su refringencia es, pues, algo saliente. Las secciones son en forma de varillas. El clivage paralelo al alargamiento de las varillas; tiene inclusiones características en forma de varillas.

Birrefringencia muy débil $n_o - n_e = 0,004$. Polariza en los tonos grises oscuros de la primera gama. Extinción recta. *Alargamiento positivo*. Pero el mineral es *negativo*.

Yacimiento. — No se le encuentra sino en los basaltos muy básicos *melilitíferos*; en las escorias.

Composición química:



CAPITULO VIGESIMO CUARTO
LAS MICAS.—LAS CLORITAS

LAS MICAS

Son silicatos de Al y K, Mg, Fe y Na. Contienen también Li. Todas las micas son del sistema *monoclínico*, pero se aproxima mucho el sistema cristalino de ellas, sea al romboédrico, sea al ortorrómbico. Aparecen en las preparaciones como hexagonales en virtud de una troncadura. Todas se caracterizan por su clivage **P** muy fácil y casi ilimitado, que les permite exfoliarse en láminas elásticas y flexibles casi indefinidamente.

Hay micas *negras* y micas *blancas*; las primeras son ferromagnéticas y las segundas potásicas.

Las *maclas* son frecuentes en ellas. El eje de macla es perpendicular a la cara 110 (**m**); y la cara de reunión puede ser **P** (001) o **m** (110).

Propiedades ópticas. Todas las secciones alargadas que muestran el clivage **P** tienen *extinción recta* con referencia a estas trazas del clivage. Refringencia superior a la del cuarzo.

El *alargamiento* es *positivo*.

La bisectriz aguda del ángulo $2V$ es X (**n_v**); es *casi normal*; (difiere sólo 2° de la perpendicular); por esta razón las láminas de clivage dan figuras de interferencia *casi centradas*; las otras dos **n_g** y **n_m** se hallan en la lámina de clivage **P**, (véase figura 312). Las micas son

Yacimiento.—Las micas son elementos primordiales de los granitos, de las esquistas metamórficas, de las rocas *pobres en cal*.

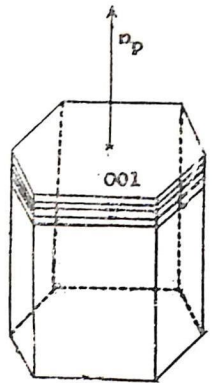


FIG. 312. Troncaduras *negativas*. **g¹** (oro) en el paralelepípedo monoclínico y según cuyo modelo cristalizan las micas.

He aquí una lista de las principales especies de micas:

- 1º — Moscovita, (mica blanca): potásica
(K₂ O, 3 Al₂ O₃, 6 Si O₂, 2 H₂ O).
- 2º — Damurita, Sericita: potásica
(K₂ O, 3 Al₂ O₃, 6 Si O₂, 2 H₂ O).
- 3 — Lepidolita (mica blanca): litífera
[Al₂ O₃, 3 Si O₂, 2 (K, Li) F].
- 4º — Biotita (mica negra): ferro-magnética:
[K₂ O, 4 (Mg, Fe) O, 2 (Al, Fe)₂ O₃, 6 Si O₂, H₂ O].
- 5º — Paragonita (*) (mica negra): sódica
(Na₂ O, 3 Al₂ O₃, 6 Si O₂, 2 H₂ O).
- 6º — Zinvaldita (mica negra): ferro-litífera
[Al₂ O₃, 3 Si O₂, 2 (K, Li) F, con 2 Fe O, Si O₂].
- 7º — Flogopita (mica negra): magnética
(K₂ O, 6 Mg O, Al₂ O₃, 6 Si O₂, 2 H₂ O).
- 8º — Lepidomelano (mica negra): en extremo férrica (biotita muy pobre en Mg).

MICAS NEGRAS

Puédeselas considerar prácticamente como hexagonales y uniáxicas. El plano de los ejes ópticos es **g₁** (010) y **n_v** es, como dijimos, casi perpendicular al plano de **P** de clivage. El relieve proveniente del índice de refracción puede ser notable o no, según las especies, (véase el cuadro); la birrefringencia es notable. Por lo demás en el cuadro se podrá comparar de un vistazo las propiedades ópticas, y otras, de las varias especies corrientes.

Los tonos de pleocroismo son:

- Z (**n_g**): moreno rojo.
- Y (**n_m**): moreno claro.
- X (**n_v**): moreno amarillo claro.

Si el nicol *polarizador* tiene su plano de sección principal perpendicular al hilo ecuatorial del retículo, la biotita presenta sus tonos *más claros* cuando las líneas del clivage son perpendiculares al plano de simetría del microscopio es decir, cuando es paralelo al hilo ecuatorial, (Fig. 313) y sus tonos más oscuros cuando las líneas del clivage son perpendiculares a este hilo del retículo. (Fig. 314).

(*) Se la encuentra en algunas esquistas metamórficas. Sirve de ganga en las esquistas del San-Gotardo, al *disteno* y a la *estaurólita*.

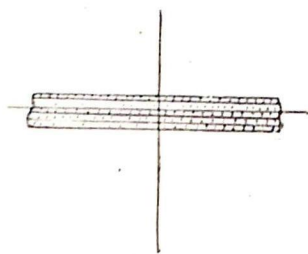


FIG. 313. Tonalidad clara de pleocroísmo de la biotita, cuando las líneas de clivaje son paralelas al hilo ecuatorial del retículo.

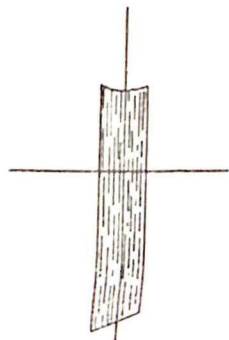


FIG. 314. Tonalidad oscura de pleocroísmo de la biotita, cuando sus líneas de clivaje son perpendiculares al hilo ecuatorial del retículo.

Notar cuidadosamente este detalle para distinguir la biotita de la *turmalina*, pues, este mineral ofrece un fenómeno contrario.

Debemos advertir que la intensidad de los colores pleocroicos están en razón directa de la proporción de hierro que contenga la mica negra.

En las preparaciones, las micas negras tienen un color moreno, moreno negro verdoso, o verde. En el último caso se puede asemejar a las anfíbolas.

En luz convergente: la cruz negra centrada; o hipérbolas permanecen en el campo.

La birrefringencia varía en conformidad con la proporción de hierro de 0,044 a 0,060.

NOTA.—A menudo en estas micas se observan inclusiones de cristales de zircón o apatita rodeados de aureolas policroicas. Se cree que tal fenómeno está en relación con la edad de las rocas, ya que en las rocas relativamente jóvenes tal policroísmo no es muy marcado.

ALTERACION.—Bajo el influjo tal vez de *agentes hidrotermales*, la biotita se altera fácilmente y da clorita, cambiando primero su color moreno en verde. Esta biotita verde es aún considerada como mica a causa de su fuerte birrefringencia.

Los minerales que pueden provenir de la biotita alterada son el *epidoto*, la *calcita*, el *cuarzo*, el *rutilo* y la *octaedrita*, (anatasio).

El intemperismo hace perder los álcalis a la biotita y la convierten en un mineral moreno, o de color amarillo áureo con lustre bronceo.

YACIMIENTO.—La flogopita, rara en rocas eruptivas, puedesela hallar en algunas dolomitas.

Señálase la presencia de una *mica magnésica* en *andesitas* anfibólicas y *dacitas* de la Provincia de Tulcán (río Chota); en fenocristales hasta de 3 milímetros de diámetro. Estos son de tonalidades morenas, o morenas rojizas, de aspecto no alterado. (*) Esta clase de micas se hallan en estrecha relación mineralógica con las horblendas.

LAS MICAS BLANCAS.

La especie típica de esta clase de micas es la *moscovita*.

En las preparaciones son totalmente incoloras. Son netamente *biáxicas*. $2V$, más o menos 45° .

La lámina auxiliar mica $\frac{1}{4}$ de onda es una preparación de moscovita tallada paralelamente a la cara *P*. (**)

Lo que se dijo en general sobre las propiedades ópticas de las micas, es aplicable totalmente a la moscovita.

Allegadas de la moscovita son la *sericita* y la *damurita*.

La *primera* es una *moscovita hidratada* en forma de laminillas sin forma geométrica. Constituye, como elemento esencial, las esquistas sericíticas.

La *segunda*, también hidratada, proviene de la alteración de los feldespatos, sobre todo de la ortosa. El *kaolín* es, a su vez, un producto de descomposición de la *damurita*.

La *lepidolita* es una mica blanca *litífera* que se encuentra en algunas pegmatitas de los yacimientos estanníferos.

La *margarita* es una mica *cálcica* y que, estrictamente hablando no puede clasificarse entre las micas. Se halla en las rocas metamórficas que llevan *corindón* y del cual puede provenir; como también en las esquistas micáceas junto con la *turmalina* y la *estaurolita*. La fórmula de la *margarita* es: CaO , $2\text{Al}_2\text{O}_3$, 2SiO_2 , H_2O .

En el cuadro adjunto sintetizamos todas las observaciones utilizables con el microscopio para la determinación e identificación de las diferentes especies de micas.

(*) Max Belowsky: "Petrographische Untersuchungen" I, (Das Hochgebirge der Rep. Ecuador) p. 46.

(**) Véase Capítulo Décimo séptimo, págs. 237 y 238.

Cuadro de las propiedades

Nombre y sistema cristalino monoclinico pseudo-hexagonal.	OBSERVACIONES CON LUZ NATURAL					
	Refringencia			Clivages	Color	Pleocroismo
	n_g	n_m	n_p			
Biotita	1,574	1,574	1,541	perfecto	moreno	n_g : moreno rojo n_m : " claro n_p : " amarillo claro
Lepidomelano	1,638	1,638	1,586	muy fino	moreno muy obscuro casi negro	Como en la biotita
Flogopita	1,606	1,606	1,562	paralelo a la cara p (001)	moreno claro	} n_g o n_m : amarillo negruzco n_p incoloro tonos análogos a los de la biotita
Zinvaldita	1,606	1,60	1,562		muy parecida a la biotita	
Moscuvita (damurita, sericita)	1,594	1,590	1,561		incolora	nada
Paragonita	1,594	1,60	1,561		"	"
Lepidolita	1,605	1,598	1,560		"	"

Yacimientos de las micas.—La moscuvita es el constituyente ordinario de muchas rocas de profundidad, especialmente del granito; de los neises y de las esquistas micáceas. En las pegmatitas se presentan con un desarrollo considerable en forma de grandes láminas. La alteración de los feldespatos, de la nefelina, de los escapolitos, de la cordierita, del disteno, etc. puede dar moscuvitas de origen secundario.

Con tonalidades oscuras, se presenta la biotita en las secciones o preparaciones de las porfiritas micáceas y anfibólicas de las rocas de la Provincia de Manabí. En ellas se encuentra fuertemente cloritizada. Así mismo, en las dioritas que, como cantos de arrastre se hallan en el río Toachi. En las de la Provincia del Chimborazo, los cristales de biotita sobrepasan en proporción a las hornblendas. Contiene inclusiones de apatita, hierro y zircón. (*)

LAS CLORITAS—El grupo de las cloritas comprende algún número de hidro-silicatos de aluminio y magnesio o hierro. Son

(*) Adolf Klautzsch, "Petrographische Untersuchungen" I, pag. 255 y otras. (En la obra "Das Hochgebirge der Rep. Ecuador").

Propiedades ópticas principales de las Micas

OBSERVACIONES CON LUZ POLARIZADA PARALELA				Con luz polarizada convergente	
Birefringencia		Birefringencia		Signo óptico	Angulo 2 V
Signo del alargamiento	Angulo máximo de extinción	$n_g - n_p$	Tinte de polarización (*)		
+	0°	0,033	Todo en la 2ª gama	—	de 0° a 50°
+	0°	0,052	Fin de " " " y toda la 3ª	—	de 0° a 40°
+	0°	0,044	De la mitad de la 2ª a la mitad de la tercera	—	de 0° a 35°
+	0°	0,03	Toda la 2ª gama	—	de 0° a 68°
+	0°	0,033	Toda la 2ª gama tintes muy puros	—	40°
+	de 0° a 2°	0,03	Toda la 2ª gama tintes muy puros	—	de 0° a 40°
+	1°	0,045	De la mitad de la 2ª a la mitad de la 3ª	—	40°

los términos finales de aquellos minerales que forman el grupo de la *Serpentina*. Todos constituyen una unidad siendo las variaciones de la composición de ellos no discontinuas.

Son del sistema monoclinico (?), pseudo-hexagonales; poseen un clivage p perfecto. Las láminas de ellas son flexibles pero no elásticas. Tienen maclas a la manera de las micas. Por último, son fácilmente atacables por los ácidos.

Michel-Levy ordena las cloritas en tres grupos, en los cuales vienen a refundirse las otras variedades. Estas son: *peninos clinocloros* y *delesitas*.

Las cloritas son casi siempre verdes — detalle del cual les viene el nombre — ; pero pueden también tener otro color.

	Refringencia de		
	n_g	n_m	n_p
Los Peninos	1,579	1,577	1,576
Los Clinocloros	1,595	1,586	1,585
Los Delesitas	...	1,619

(*) En el supuesto de que se tenga 0,02 mm. < e < 0,03 mm.

Birrefringencia muy débil

	$n_g - n_p$	
Los Peninos	0,003	: azul oscuro, violeta oscuro con tendencia a rojizo.
Los Clinocloros	0,011	: tonos grises y amarillo pálido de la primera gama.
Las Delesitas	0,014	: tonos vivos, amarillo, anaranjado y rojo de la primera gama.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a g_1 (010), la bisectriz aguda X, casi normal a p (001).

YACIMIENTO.—Se las encuentra en abundancia en casi todas las rocas. Son las componentes esenciales de las esquistas cloríticas. En las rocas eruptivas son productos de origen secundario; provienen más bien como efectos de agentes hidrotermales que del intemperismo. Los minerales primarios de los cuales provienen *las cloritas* son las micas, los piroxenos, anfíbolos, granates y olivinas.

Se las caracteriza por su color verde; por su pleocroísmo débil; su relieve poco notable, su débil birrefringencia. No conservan álcalis.

En obsequio de la brevedad omitimos la descripción de otras cloritas, p. ej., de la antigorita (bastita), producto de descomposición de los piroxenos ortorrómbicos.

La Otreлита (Sismondita).—Según Tschermak y Lacroix, se ha demostrado la identidad de la mica quebradiza apellidada *otrelita* con la *masonita*, *sismondita* y *cloritoide*. En nuestras esquistas otrelíticas se puede presentar en grandes cristales con el aspecto de laminillas fuertemente brillantes como espejuelos. El clivage según (001) es perfecto; un segundo clivage menos perfecto se desarrolla perpendicularmente al basal. Las otrelitas no siempre se presentan en formas cristalinas definidas. Agregados cristalinos en formas redondeadas tabulares, haciendo nidos, se ofrecen dentro del grafito; o también grupos de cristales en forma de gavillas.

El poder refractor es grande; el relieve de él es análogo al que tiene el *epidoto*; en cambio, la birrefringencia es notablemente débil, inferior al del cuarzo. El alargamiento es negativo. Posee maclas repetidas y múltiples; la línea de unión es paralela al clivage (001); obedece, pues, a la ley de macla de la

mica. La otreлита ordinaria tiene habitualmente un pleocroísmo intenso.

Las otrelitas se hallan en las esquistas filíticas grafiticas o carbonosas de la cordillera oriental cerca de la hacienda Guachalá, en Sara-Urcu, en el Cerro Hermoso de los Llanganati, etc. (*).

LA GLAUCONIA.

Silicato hidratado de óxido de hierro mezclado con potasa en proporciones variables.

Caracteres ópticos.—Es monoclinico; se presenta en reuniones de minerales verdes criptocristalinos a menudo redondeados. Los elementos constitutivos de esos agregados tienen una estructura análoga a las micas y a las cloritas; son de fácil clivage.

Refringencia según $n_m = 1,628$

Birrefringencia $n_g - n_p = 0,018$

Es biáxica y negativa.

Su composición es: $(Fe, K_2)O, (Fe_2, Al_2)O_3, 3SiO_2, nH_2O$.

LA KAOLINITA.

Silicato hidratado de alúmina. Monoclinico.—Incoloro; se presenta en forma de tablillas hexagonales. Clivage fácil como el de la mica.

Refringencia según $n_m = 1,565$

Birrefringencia $n_p - n_p = 0,006$

La bisectriz obtusa Z es normal a g_1 (010). La bisectriz X hace con la normal al clivage p un ángulo de cerca de 3° .

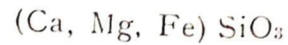
Composición: $Al_2O_3, 2S O_2, 2H_2O$.

(*) "Die aelteren Gesteine der Ecuatorianischen Ost-Cordillere.....etc." bearbeitet von, F. von Wolf pág. 249 y sig. Véase igualmente: Metamorphic and igneous rocks of eastern Ecuador by R. J. Colony and J. H. Sinclair, 1932, New York, p. 16.

CAPITULO VIGESIMO QUINTO

LOS PIROXENOS

La familia de los piróxenos y la de las anfíbolas constituyen un grupo muy homogéneo. Los minerales que le integran son esencialmente metasilicatos de Ca, Mg, Fe, y pueden representarse por la fórmula:



Pero muchos de ellos son más complicados pudiendo encerrar una proporción considerable de sesquióxidos y de álcalis.

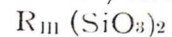
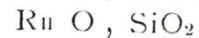
La forma cristalina de ellos puede presentarse en tres simetrías: ortorrómbica, monoclinica y triclínica. Pero, cualquiera que sea su simetría, todos se agrupan al rededor de dos tipos: el uno que corresponde a un prisma de 87° a 93° de ángulo; el otro en el cual el ángulo de clivage denuncia un prisma de 124° .

Al primero corresponde el género *piróxeno* y al segundo el género *anfíbola*.

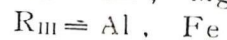
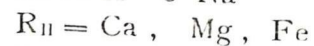
Una fórmula sintética puede abarcar dentro de su amplitud a unos y otros:



de la cual, concretando el significado de R, deduciremos estas otras tres



en las que el significado de R_I , R_{II} , R_{III} es:



El único distintivo de ambos grupos será sólo el clivage $m m$ (110, 110).

En los piróxenos este clivage forma un ángulo de 87° ; en las anfíbolas el de 124° (Figs. 315 y 316). En los piróxenos el clivage se presenta difícil, mientras que en las anfíbolas es fácil y regular.

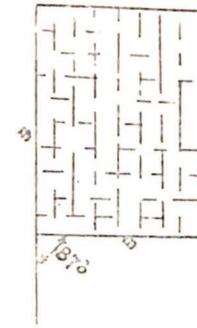


FIG. 315. Direcciones de los clivages m, m en los piróxenos.

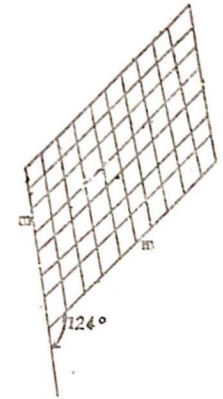


FIG. 316. Direcciones de los planos de clivage m, m en las anfíbolas.

Entramos ya en la descripción de cada especie en particular, anotando desde luego que si bien en nuestra clasificación se pasa *per saltum* de una especie a otra, no sucede así en la naturaleza, pues, en ella no hay discontinuidad. Y así como no hay saltos bruscos en el dominio de los *feldespatos*, tampoco los hay en el de los piróxenos.

Piróxenos ortorrómbicos { Enstatita : (Mg Fe) SiO_3 ; Fe < 5 %
 Broncita : " ; Fe de 5 a 14 %
 Hipersteno : " ; Fe > 14 %

Diópsido: (Ca, Mg) (Si O_3)₂; Al = 0.

Piróxenos monoclinicos

Augita m [Ca (Mh, Fe) (Si O_3)]
 Dialage + n [(Mg, Fe) (Al Fe) Si O_2] + p [(Na Al) (Si O_3)₂].
 Egirina: (Na, Fe) (Si O_2)₂ (de las rocas sódicas).
 Wolastonita: Si O_3 Ca (de las rocas calcáreas).

LA ENSTATITA

Es raro encontrar este piróxeno desprovisto de hierro. Convenciones estipuladas entre algunos petrógrafos son la razón

de llamar con esta denominación al piróxeno magnésico cuando en la composición de él entra hasta 5 % de Fe O. Si la proporción de Fe O llega hasta 15 % el piróxeno ortorrómbico se llamará *Broncita*; y si esa proporción excede el 14 % tendremos entonces el *Hipersteno*.

Originariamente se impuso el nombre de *broncita* a las variedades que contienen inclusiones que dan al piróxeno un lustre bronceo.

En general, y hablando de piróxenos ortorrómbicos, se reserva el nombre de *Estatita* a los tipos de signo *positivo*; y el de *Hipersteno* a los de signo *negativo*.

Caracteres físicos. — En estos son raras las formas prismáticas como también las maclas según e^4 (014) o según a' (101).

Propiedades ópticas. — Refringencia y birrefringencia $n_g = 1,658$; $n_m = 1,633$; $n_p = 1,650$; $n_g - n_p = 0,008$. Relieve notable; colores de polarización grises y blancos de la primera gama. — Incolora en las láminas delgadas.

Plano de los ejes ópticos paralelo a g_1 (010). Es de *signo positivo*, pues, la bisectriz aguda es n_k (Z); esta es perpendicular a p (001); $2V = 80^\circ$.

Tanto el valor del ángulo óptico como el de la refringencia y el de la birrefringencia aumentan con la proporción del hierro.

Inclusiones. — No sólo se encuentra en ella inclusiones líquidas y gaseosas orientadas paralelamente al eje vertical, sino que también hay inclusiones de magnetita, apatita, etc. La *broncita* debe a ellas su brillo bronceo.

Productos de alteración. — La *enstatita* se descompone fácilmente en clorita y en *bastita*, (véase página 324). Menos frecuentemente es la descomposición de este piróxeno en *uralita*.

Yacimiento. — Es un elemento integrante de muchas rocas básicas (*). Se halla también en la serpentina. Igualmente en las rocas metamórficas de contacto y en algunas esquistas cristalinas.

LA BRONCITA

Muy allegada de la enstatita. La refringencia media es $n_m = 1,605$. Incolora o apenas colorada en las preparaciones. Birrefringencia: $n_g - n_p = 0,012$; los colores de polarización

(*) Del gabro, las noritas, las peridotitas; de la lherzolita de los Pirineos.

son el blanco y el amarillo de la primera gama. Es de signo ya positivo, ya negativo. $2V$ se acerca a 90° .

EL HIPERSTENO

Cristales prismáticos alargados ligeramente en el sentido vertical, o en formas tabulares paralelas a h_1 (100) y a g_1 (010). Clivaje claro según m (110). Inclusiones negras aplasmadas según (figura 317).

Propiedades ópticas. — En las preparaciones tiene un color rojizo o verdoso, con un pleocroísmo discernible tanto más intenso cuanto mayor es la proporción de hierro.

Refringencia: $n_g = 1,705$; $n_m = 1,702$; $n_p = 1,692$.

Birrefringencia: $n_g - n_p = 0,013$; polariza en el blanco y el anaranjado de la primera gama.

Signo *negativo*: $2V = 72^\circ$.

El plano óptico es paralelo a 010 (g_1). La bisectriz aguda n_p es perpendicular a h_1 (100).

Yacimiento. — Algunas rocas básicas de profundidad, especialmente las noritas, contienen a este piróxeno junto con los feldespatos plagioclásicos. Abundante en algunas andesitas, es menos frecuente en las peridotitas y piroxenitas.



FIG. 317. Inclusiones negras aplanadas según g_1 en el *Hipersteno*.

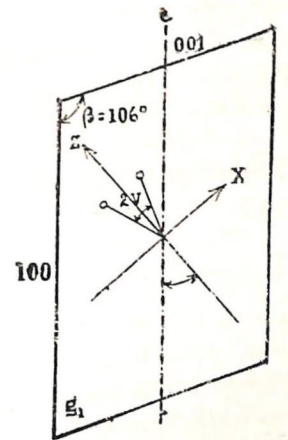


FIG. 318. Orientación del plano de los ejes ópticos en la cara g_1 del *Diópsido*.

LOS PIROXENOS MONOCLINICOS

Caracteres generales.— La mayor parte de los piróxenos se clivan según las caras $\{110\}$, $\{100\}$ del prisma; el *diálope* tiene otro clivage suplementario. Son características las secciones octogonales de los prismas.

Fuerte birrefringencia.— Esta ($n_g - n_p$) se halla comprendida entre 0,021 y 0,050; los tintes de polarización irán en vivas tonalidades del anaranjado de la primera gama a la mitad de la tercera.

Las extinciones.— Son oblicuas con respecto a las líneas de clivage $\{110\}$, formando ángulos característicos que los consignaremos en un diagrama.

Las secciones paralelas a la zona $\{110\}$, $\{100\}$ en todos los piróxenos monoclinicos, excepción hecha de la *Egirina*, tienen un *alargamiento positivo*.

Las maclas, según el plano de reunión $\{110\}$ y con rotación de 180° en torno del eje perpendicular a él, son bastante frecuentes. Son simples o polisintéticas.

El plano de los ejes ópticos es g_1 (010).

Aviso importante relativo a las medidas del ángulo de extinción. Es el que nos da L. Bertrand en su obra ya citada.

1º — No hay que utilizar sino las secciones paralelas a la zona $\{110\}$, $\{100\}$, es decir, las que muestran un solo clivage.

2º — Efectuar las medidas en muchas secciones y de todas ellas guardar el máximo del ángulo de extinción que es el característico de cada piróxeno, ya que, en esta zona hay secciones, como las paralelas a $\{110\}$ (100) en las cuales el ángulo de extinción es 0° , y hay las paralelas a g_1 en las que este ángulo tiene el valor α que es el característico.

EL DIÓPSIDO

Este piróxeno monoclinico y la *Hedenbergita* tienen entre sí muchas relaciones de parentesco químico y cristalográfico. La segunda proviene del primero debido a la substitución de la magnesia por el hierro.

Diópsido ($\text{Ca Mg Si}_2 \text{O}_6$); Hedenbergita ($\text{Ca Fe Si}_2 \text{O}_6$).— Macla según $\{110\}$ frecuente.

Propiedades ópticas.— Refringencia: en el diópsido, $n_g = 1,694$; $n_m = 1,6715$; $n_p = 1,664$.

Birrefringencia: $n_g - n_p = 0,030$ (tintes vivos del 1º y 2º orden). En las láminas delgadas aparece incoloro y sin pleocroismo en los minerales exentos de hierro.

Estas constantes son tomadas de un ejemplar que posee 18,5 % de Mg O y 0 % de Fe O.

Plano de los ejes ópticos.— Es paralelo a g_1 (010). La bisectriz aguda es Z (n_g) y hace con el eje c , eje vertical, un ángulo que varía de $38^\circ, 5$ (diópsido puro), a 48° (hedenbergita pura), (véanse figuras 318 y 319) en el ángulo obtuso β .

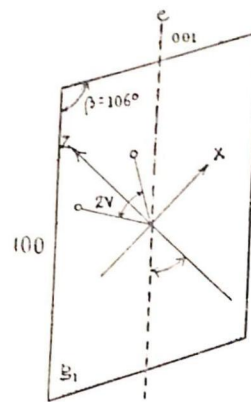


FIG. 319. Orientación del plano de los ejes ópticos en la Hedenbergita, cara g_1 .

En la *Hedenbergita* las constantes anotadas varían un tanto. Así la refringencia $n_g = 1,757$; $n_m = 1,745$; $n_p = 1,739$.

La birrefringencia ($n_g - n_p$) = 0,018; colores de polarización, anaranjado de la primera gama. Como se ve, tiene una birrefringencia menor que el diópsido puro. En cambio posee un franco pleocroismo: n_g : verde pálido; n_m : verde amarillento; n_p : verde oscuro.

En este ejemplar de Hedenbergita la proporción de Fe O es de 29,4 %.

Inclusiones.— Contiene gaseosas y líquidas y vitrosas distribuidas algunas veces en zonas.

Alteración. — Da un agregado de solo antigorita (clorita) o de antigorita y otras cloritas; en ese agregado pueden también hallarse calcita, cuarzo y granos de epidoto. También puede provenir la *actinolita* de la descomposición del diópsido. Otras alteraciones son traídas por Winchell, tomo II, pág. 227, obra citada.

Yacimiento. — Es un elemento importante de los granitos piroxénicos, de dioritas, sienitas, piroxenitas, etc.; de las zonas metamórficas de contacto; de algunas esquistas. La *Henderbergita* es rara. (1)

LA AUGITA

Se presenta en forma de prismas gruesos y cortos con las caras $h_1(100)$ y $g_1(010)$ y limitados por las facetas $d\frac{1}{2}(111)$ y $p(001)$.

Clivajes claros m, m a la distancia angular unos de otros de 87° .

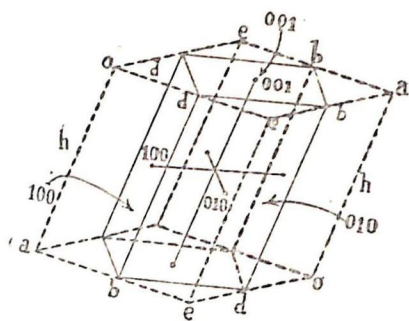


FIG. 320. Designación de las aristas del paralelepípedo fundamental según las notaciones de Levy h_1, g_1 .

Propiedades ópticas. — La *refringencia* de la *augita* oscila entre ciertos límites, en relación íntima siempre con el contenido del mineral en Fe, Ti y Al. Los óxidos de estos metales aumentan el valor de la birrefringencia.

n_g	: de	1,7105	a	1,724
n_m	: de	1,6917	a	1,706
n_p	: de	1,6859	a	1,700 (1).

(1) Las variedades de Diópsido son las siguientes: *Scheferita* manganesífera; la *Jeffersonita*, zincífera; la *Malacolita*; el *Diópsido crómico*; la *Onfácita*, aluminífera, etc.

Las maclas según $h_1(100)$ y los polisintéticas según $p(001)$ son muy frecuentes en la augita. También la macla particular apellidada *clepsidra*.

En las preparaciones, el *pleocroismo* es nulo o muy débil, cuando la augita es pobre en Fe y Ti; pero *poseen un pleocroismo* claro los ejemplares *ricos* en hierro y titanio.

Este se presenta en la siguiente forma:

AUGITA FERRIFERA

n_g : verdosa

n_m : morena, moreno-rojiza

n_p : verdosa

AUGITA TITANIFERA

amarillo-verdosa, rojiza o violeta

roja o violeta

amarillo-verdosa o rojiza.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a $g_1(010)$. La bisectriz aguda Z (n_g) hace un ángulo con el eje cristalográfico que varía de 38° a 54° (figura 322). No olvidar que la dirección del eje cristalográfico es el del *clivage* en las secciones verticales y que muestran un solo clivage.

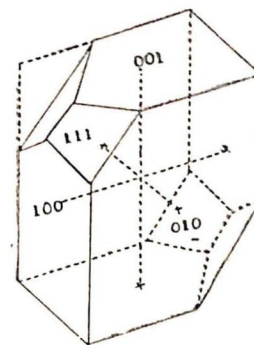


FIG. 321. La Augita

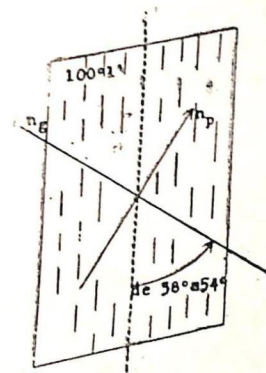


FIG. 322. Plano g_1 de la Augita y en el cual se hallan los ejes ópticos.

Inclusiones. — Gaseosas, líquidas o vitrosas repartidas irregularmente o en zonas.

La variedad de augita llamada *dialage* posee inclusiones completamente semejantes a las de la *broncita*.

Alteraciones. — La augita tiene muchos productos de alteración siendo el más común la *uralita* u horblenda secundaria, la que puede presentarse sola o bien en agregados fibrosos, acompañados alguna vez de feldespatos. La descomposición

puede iniciarse a lo largo de las líneas de clivage o en la periferia del cristal. La antigorita, la biotita y la clorita pueden también nacer como producto de alteración de la augita; en el último caso podrán acompañar la calcita, el cuarzo y el epidoto, de origen secundario.

Vamos ahora a anotar las siguientes *Variedades*:

a) *El dialage*. — No se diferencia de la augita sino por la existencia de un clivage suplementario según H_1 (100) muy fino, con inclusiones ferruginosas negruzcas, aplanadas según los planos del clivage. Los tintes vivos de polarización — son de la segunda gama — y el valor del ángulo de extinción para la zona m, m (secciones verticales) permitirá el reconocimiento de él.

b) *La augita titanífera*. — Tiene un color peculiar rojizo o violeta; su pleocroismo ha sido ya anotado antes. Sus propiedades ópticas son como las de la augita ferrífera.

c) *La augita egirínica*. — Maclas según H_1 (100); clivages claros m, m a 87° de distancia angular.

Refringencia en un ejemplar que tiene 42,5 % de (Na, Fe Si_2O_6), $n = 1,747$; $n_p = 1,720$.

En las preparaciones se presenta con un color verde e intenso pleocroismo, en la forma siguiente:

- según n_p , verde claro
- según n_m , amarillo verdoso
- según n_g , amarillo pálido.

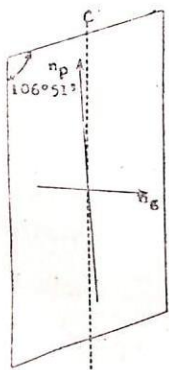


FIG. 323. Orientación del plano de los ejes ópticos en la cara g_1 de la *Egirina*

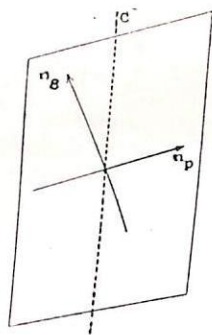


FIG. 324. Plano de los ejes ópticos en la cara g_1 de la *Jadeita*.

Propiedades ópticas. — La birrefringencia es intensa; el ángulo de n_g con c puede ir de 54° a 85° ; lo cual quiere decir que el ángulo de extinción puede variar entre 9° a 40° . El plano de los ejes ópticos es paralelo a g_1 (010). El fenómeno óptico llamado *dispersión*, que es muy fuerte en este piróxeno, puede ser causa de una extinción *incompleta*, en luz polarizada paralela.

LA EGIRINA

Cristales prismáticos largos, estriados en su sentido vertical. Maclas según H_1 (100).

Clivages perfectos según m, m ($< m, m = 88^\circ$).

Propiedades ópticas. — En un ejemplar que tiene el 62,8 % de $Na Fe Si_2 O_6$, la refringencia es:

$$n_g = 1,788; n_m = 1,768; n_p = 1,742.$$

La bisectriz aguda es aquí n_p que hace con c (rayas del clivage en g_1) un ángulo pequeño cerca de 5° . Por consiguiente el ángulo de n_g con c es de 95° .

En las preparaciones, el color de la egirina es negruzco o verde. Tiene fuerte pleocroismo. Para el ejemplar señalado arriba, este pleocroismo es:

- según n_p : negruzco intenso,
- según n_m : negruzco claro,
- según n_g : amarillento pálido.

La birrefringencia ($n_g - n_p$) = 0,045.

Si la sección es de 0,03 mm., los colores de polarización son de la mitad de la tercera gama.

Yacimiento. — Se presenta en las sienitas pegmatíticas y nefelíticas, en las fonolitas, etc.

LA JADEITA

Agregados de cristales fibrosos entrelazados. Clivage claro según m, m ($< m, m = 87^\circ$) clivage indistinto según H_1 (100).

Propiedades ópticas. — Tenemos en cuenta un ejemplar que posee 95,7 % de las moléculas (Na Al $Si_2 O_6$).

Refringencia $n_g = 1,667$; $n_m = 1,659$; $n_p = 1,655$.

Es incolora en las preparaciones. Carece de pleocroismo.

Colores de polarización: polariza en la primera gama o en la segunda, según los ejemplares. En el de arriba, siendo

$n_g - n_p = 0,012$, el color de polarización, (si la sección es 0,03 mm.), en el amarillo.

La bisectriz aguda es $n_g (Z)$ que hace con c el ángulo de 30° a 35° . El plano de los ejes ópticos es paralelo a $g_1 (010)$.

Yacimiento. — Se halla en algunas rocas metamórficas. Es rara.

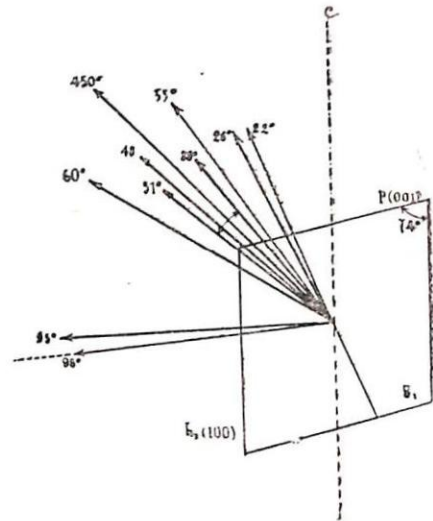


FIG. 325. Diagrama de los ángulos de extinción de los piróxenos monoclinicos:
 a 22° , la *Clinoenstatita*
 " 26° , el *Trifano* o *Espodumeno*
 " 35° , la *Jadeita*
 " 38° , el *Diópsido*
 De 38° a 54° , la *Augita*
 a 48° , la *Hedenbergita*
 De 54° a 85° la *Augita* egirínica
 a 95° (o 98°) la *Egirina*

ALTERACION DE LOS PIROXENOS

Los piróxenos *ortorrómbicos* se alteran a menudo y se transforman en serpentinas; y algunas veces de tal suerte que un solo individuo de serpentina cristalina viene a reemplazar al piróxeno tomando la orientación de éste. Ya dimos cuenta de este fenómeno, (véase página 323) antes de hoy.

Los piróxenos *monoclinicos* se transforman más generalmente en carbonato de cal o en talco. También y muy a menudo se muestran con un color verdusco en los bordes, y es debido a la transformación en una anfíbola de un verde pálido, por transparencia. Tal transformación o alteración es lo que se ha dado en llamar *uralitización* de los piróxenos, proveniente de la *uralita* nombre dado antes a esta variedad de anfíbola, (véase pág. 328).

Hay que advertir que la transformación de los piróxenos no es un efecto únicamente de los fenómenos de alteración posteriores a la consolidación de la roca; a menudo es el resultado de fenómenos contemporáneos a la misma consolidación definitiva de la roca.

YACIMIENTOS DE LOS PIROXENOS EN NUESTRAS ROCAS

La *augita* y el *hipersteno* toman parte muy principal en la constitución de las andesitas. La primera se presenta bajo el microscopio, como como umbrillas cortas delimitadas por las facetas (010), (110), (111). Tiene zonas; maclas en la forma característica de *clipsidra*; crece junto con el *hipersteno*, y así como hay en ella inclusiones laminares de este último, así también se presentan en el *hipersteno*, en torno de él, aureolas de *augita*. Así mismo, se la encuentra formando acervos de núcleos, sin regla alguna, los unos junto a los otros, constituyendo de este modo lo que se ha dado en llamar *ojos de augita*. El pleocroismo, con tonalidades rojizas y verdosas, no es importante.

Tan esencial en las andesitas, y quizá más abundante que la *augita*, es el piróxeno rómbico, el *hipersteno*. Llamamos la atención las inclusiones de magnetita tanto en el *hipersteno* como en la *augita*. No se observan maclas en él.

Ambos minerales, *augita* e *hipersteno*, se hallan asociados en todas las rocas; pudiendo afirmarse que es sólo obra de la casualidad el que el uno se halle presente sin el otro.

Ambos se hallan, así mismo, inalterados. Sólo en una andesita piroxénica de Cusín - Urcu (al N. E. del Mojanda), se ha convertido el mineral en una masa de *serpentina*, la que afecta, algunas veces, la forma de *esferolitos*. (*)

De la presencia del piróxeno como mineral secundario, debido a la descomposición de la *horblenda*, hablaremos en el capítulo de las *anfíbolas*.

El *dialage*, xenomorfo, verde claro o incoloro, con su *clivage* suplementario según H , (100), se encuentra en un *gabro* de la cordillera occidental, al Sur del Chimborazo entre la aldea Chillanes y el río Sicoto. (**)

(*) Petrographische Untersuchungen. — 2. Ost — Cordillere, by Ernst Esch, páginas 25 y 215. — Volumen II, de la obra "Die Hochgebirge der Rep. Ecuador".

(**) Ibidem, volumen I, página 250.

Principales propiedades ópticas

Nombre y s. cristalino	Observaciones con luz natural					
	Refringencia			Clivages	Color	Pleocroísmo
	n_g	n_m	n_p			
Enstatita: ortorrómbico	1,658	1,653	1,650	m, m y g	incolora	ninguno
Broncita "		1,685			colorada, un poco	insensible
Hipersteno "	1,705	1,702	1,692		verde-amarilla	n_g : de verde pálido a verde de botella n_m : amarillo negruzco claro n_p : amarillo rosado claro
Diópsido monoclinico	1,694	1,671	1,669	m, m solamente	incolore	ninguno
Augita "	1,723	1,704	1,698		amarillo muy pálido	ninguno
Augita egirínica "	1,709	1,687	1,680	"	verde amarillo	n_g : amarillo verdoso n_m : verde claro n_p : verde obscuro
Augita titanífera "	1,746	1,73	1,725	"	amarillo-rojo violeta	n_g : de amarillo rojizo a violeta n_m : rojo o violeta n_p : amarillo rojizo
Egirina "	1,813	1,799	1,763	"	verde	n_g : verde amarillo n_m : " oliva n_p : " obscuro
Egirina vanadífera "	1,782	1,770	1,745	"	amarillo-negruzco	n_g : amarillo-negruzco pálido n_m : negruzco claro n_p : negruzco obscuro
Jadeita "		1,654		"	incolora	ninguno
Trifano (espodumeno) (Kunzita) "	1,679	...	1,652	"	incolora o colorada	Pleocroísmo variable
Wollastonita "	1,631	1,629	1,616	"	incolora	ninguno
Rodonita, triclínico	1,737	1,730	1,726	"	"	ninguno

de los Piróxenos.

Signo del alargamiento	Angulo máximo de Z, C	Observaciones con luz polarizada paralela		Con luz polarizada convergente	
		$n_g - n_p$	Tono de la polarización mm. $0,02 < e < 0,03$	Signo óptico	Angulo 2 V
+	0°	0,008	gris blanco de la 1ª gama	+	80°
+	0°	0,012	Blanco amarillo de la 1ª gama	±	90°
+	0°	0,013	Amarillo blanco, anaranjado de la 1ª gama	-	72°
+	38°	0,025	de amarillo anaranjado de la 1ª gama, a verde de la 2ª gama	+	59°
±	de 38° a 54°	0,029	del primer tinte sensible a la mitad de la 2ª gama	+	60°
+	de 54° a 85°	0,021	amarillo, rojo, azul de la 1ª gama	+	33°
+	42°	0,050	2ª y 3ª gama	-	62°
-	de 95° a 98°	0,037	Toda la 2ª gama	-	69°
-	2°	0,029	Del 1º tinte sensible a la mitad de la 2ª gama	+	72°
+	35°	0,027		+	?
+	26°	0,015	Amarillo anaranjado de la 1ª gama	-	39°
		0,011	Amarillo de la 1ª gama	+	grande

del sistema monoclinico ofrecen, en el ángulo obtuso β , un ángulo del eje c (dirección del único clivage en g_1) con n_g (o Z) va de 0° a 25° ; hay, con todo, algunas excepciones.

ALTERACION DE LAS ANFIBOLAS

La transformación en clorita, biotita, antigorita, epidoto, calcita, talco, etc., es el efecto de un proceso gradual, que se inicia habitualmente a lo largo de los cantos y líneas de clivage de la anfíbola y que continúa hasta que del mineral primitivo no queda sino sólo la forma. Bajo la influencia de una intensa temperatura como la que experimentarán los fragmentos de anfíbolos conglobados por rocas eruptivas o volcánicas los minerales se redondean, sufren corrosión o también fusión más o menos parcial. Al enfriarse las anfíbolos no recristalizan ya y en lugar de ellas aparecen granos de magnetita o microlitos de piróxenos o un agregado de ambos.

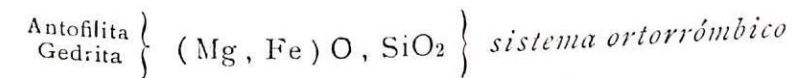
Para separar las anfíbolos de los piróxenos, observar los siguientes caracteres de unos y otros.

ANFÍBOLAS

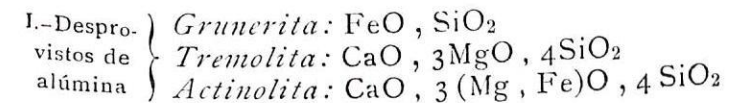
PIRÓXENOS

- | | |
|---|---|
| a) Ángulo de clivage más o menos de 124° ; | a) Ángulo de clivage de 93° más o menos; |
| b) Cristales prismáticos largos casi siempre; | b) Cristales prismáticos cortos generalmente; |
| c) Color y pleocroismo marcados casi siempre; | c) Color y pleocroismo débiles generalmente; |
| d) Ángulo máximo de extinción en la zona $III III$, de 0° a 25° (excepto en algunos individuos alcalinos); | d) Ángulo máximo de extinción en la misma zona de 30° a 54° (excepto en ciertos tipos alcalinos); |
| e) Casi todos son de signo negativo. | e) Casi todos son de signo positivo. |

COMPOSICION QUIMICA



Sistema monoclinico



CAPITULO VIGESIMO SEXTO

EL GRUPO DE LAS ANFIBOLAS Y DE LA OLIVINA

El grupo de las anfíbolos dice, de Lapparent, es notablemente simétrico al de los piróxenos (*). Como el de éstos, encierra el de aquéllos, especies ortorrómbicas, monoclinicas en mayor número, y una triclínica. De suerte análoga hay en la serie monoclinica especies desprovistas de alúmina, otras ricas en alúmina y hierro y otras que llevan soda. En todas las anfíbolos hay tanto magnesia como cal.

A menudo los cristales se muestran con elongación vertical; algunos están constituidos por fibras finas. Los clivages bien desarrollados y claros, forman un ángulo de 124° , más o menos, como ya se dijo antes (Véase fig. 316). Las maclas según $h_1(100)$ son frecuentes y pueden ser polisintéticas. La dureza de ellos va de 4 a 6, 5.

Propiedades ópticas. — El término medio de su refringencia es menor que el de los piróxenos; crece, en todo caso, con la proporción de hierro. En las preparaciones las anfíbolos son verdes, negruzcas, amarillas, azules o incoloras. Tienen comunmente un pleocroismo claro, el que se muestra intensamente en los ejemplares ricos en hierro.

La birrefringencia de las anfíbolos es menor que la de los piróxenos; también este fenómeno aumenta en intensidad con la proporción de hierro. En las especies comunes, $(n_g - n_p)$ va de 0.020 a 0.025, más o menos, pero en la Grunerita y Horblenda basáltica es mucho mayor.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a $g_1(010)$ en casi todas las anfíbolos excepto en algunos ejemplares alcalinos. Las

(*) Compárese, como ejemplo la composición del Diópsido; $(SiO_3)_2 (MgFe)Ca$ con la composición de las anfíbolos: $(SiO_3)_4 (MgFe)Ca$. Confer Cours de Minéralogie, obra ya antes citada, pág. 452.

- Horblenda verde $\left\{ \begin{array}{l} m [4\text{SiO}_3, (\text{Mg}, \text{Fe})_3 \text{Ca}] \\ + n [4\text{SiO}_3, (\text{Al}, \text{Fe})_2 \text{Na}_2] \\ + p [3\text{SiO}_4, (\text{Al}, \text{Fe})_2, (\text{Mg}, \text{Ca}, \text{Na}_2)_3] \end{array} \right.$
 y
 Horblenda negra
 Horblenda titanífera.—Tiene la misma composición que las otras, con la añadidura de un poco de TiO_2 .
 II.—Con alúmina. Barquevicita.—Composición intermedia entre la de la horblenda y la siguiente:
 Arfvedsonita.— $4\text{SiO}_2, 4(\text{Fe}, \text{Mg}, \text{Na}_2 \text{Ca}) \text{O} + 2\text{SiO}_2, 2(\text{Al}, \text{Fe})_2\text{O}_3, 2(\text{Mg}, \text{Fe}, \text{Ca})\text{O}$.
 Riebeckita.— $\text{Na}_2\text{O}, \text{Fe}_2\text{O}_3, \text{FeO}, 5\text{SiO}_2$
 Glaucofanio.— $\text{Na}_2\text{O}, 2(\text{Fe}, \text{Ca}, \text{Mg})\text{O}, \text{Al}_2\text{O}_3, 6\text{SiO}_2$
 Sistema triclínico

LA COSITERITA

(*Enigmatita*).—Mineral extremadamente raro. Es esencialmente un titanio-silicato de hierro y sodio pero que también contiene alúmina. No tiene importancia práctica. Apuntaremos que se encuentra cristales pequeños de esta anfíbola en las lavas *liparíticas* de Pantellaria.

LOS ORTORROMBICOS

LA ANTOFILITA

Los cristales son raros, habitualmente *fibrosos*. Clivages claros $m m$ a $125^\circ 37'$.
 Propiedades ópticas. En un ejemplar de California los índices de refringencia son:

$$n_g = 1,623 ; n_m = 1,613 ; n_p = 1,606$$

Es incolora.— $(n_g - n_p) = 0,017$; polariza en los tonos vivos de la primera gama: rojo y rojo anaranjado.
 Tiene extinción recta y alargamiento positivo.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a 010 en todas las variedades de antofilita, siendo $Z (n_g)$ paralelo al eje c del cristal; alargamiento +.—Biáxico +.

Yacimiento.—Se la encuentra en varias especies de esquistas y en las zonas de contacto. También como un mineral secundario en las rocas eruptivas.

LA GEDRITA

No se distingue de la antofilita sino por la orientación de los ejes ópticos. En la antofilita la bisectriz es n_g ; en la gedrita es n_p .

LOS MONOCLINICOS

LA GRUNERITA

Se presenta en masas fibrosas o laminares con perfecto clivage según $m m$ a 124° . Maclas polisintéticas, según $h_1 (100)$ frecuentes.

Propiedades ópticas.—Una grunerita que tiene las siguientes proporciones: 2,61% de MgO y 1,90% de CaO ofrece los siguientes índices: $n_g = 1,717$; $n_m = 1,697$; $n_p = 1,672$.

Es débilmente pleocroica según Z , amarillo pálido, que va o puede ir al moreno o al verde. De color moreno.

Birrefringencia: $[(n_g - n_p) = 0,045]$ muy alta.

Plano de los ejes ópticos paralelo a $g_1 (010)$. El ángulo de extinción se acerca a 10° , el cual aumenta con la proporción de magnesio.

Yacimiento.—Se lo encuentra en las esquistas micáceas y en algunos depósitos metalíferos de Europa y del Lago Superior.

LA TREMOLITA

Sus cristales se presentan en forma acicular y fibrosa o en la de láminas alargadas. Clivages perfectos de $m m$ a $124^\circ 11'$.

Propiedades ópticas.—Como es natural, la refringencia es también en esta anfíbola función de la proporción de Fe . En un ejemplar que posee moléculas de Fe en una proporción de 0,8%, los índices de refracción son:

$$n_g = 1,625 ; n_m = 1,613 ; n_p = 1,599$$

Es incolora.—La birrefringencia $n_g - n_p = 0,026$.

El ángulo máximo de *extinción* en las secciones de la zona $m m$ puede ir de 10° a 20° (ángulo Z, c).

El plano de los ejes ópticos es paralelo a $g_1 (010)$. Es biáxico; $2V$, de 81° a 88° . Signo óptico *negativo*.

Cuando se hidrata la *tremolita* y se altera viene a segmentarse en fibras flexibles de aspecto sedoso, hasta poder formar

con su enredamiento algo así como *tejidos minerales*. De esta especie es el *Asbesto*, con el cual los antiguos fabricaban mecheros para las lámparas encendidas perpetuamente en los templos. La variedad más flexible y más blanca es el amianto, así denominada (del griego *amiantos* = incorruptible) porque es incombustible y a él el fuego le restituye su pureza y blancura.

LA ACTINOLITA

Es una variación de la anfíbola anterior; en la actinolita la proporción de Fe es mucho más importante.

Su color va de verde pálido al oscuro. En las preparaciones es plocroica.

según n_g : verde

según n_m : verde pálido

según n_p : amarillo pálido

Yacimiento.—Se la encuentra en las esquistas cloríticas; la serpentina, los yacimientos de hierro de Suecia.

LAS HORBLENDAS

Se las encuentra en forma de prismas alargados; también en formas fibrosas.

Distinguimos tres clases de horblendas:

a) LA HORBLENDA VERDE

El índice medio n_m de refracción puede variar de 1,642 a 1,698. Los clivajes son finos y regulares según $m m$ haciendo un ángulo de 124° . Por lo cual es frecuente encontrar en las preparaciones secciones cuadrículadas en forma de rombos.

Tiene una coloración intensa y fuerte pleocroismo repartido del siguiente modo:

según n_g : verde oscuro

según n_m : verde

según n_p : verde amarillo pálido

La birrefringencia puede ir de 0,018 a 0,024. Los tonos de polarización irán desde el fin de la primera gama al principio de la segunda.

Maclas frecuentes según h_1 (100).

Angulo de extinción máximo en las secciones alargadas - zona $m m$ - de 15° a 25° .

Es biáxica y *negativa*. — $2V = 84^\circ$ más o menos.

b) LA HORBLENDA BASÁLTICA (*)

Es probable que proceda de la horblenda verde por oxidación del hierro — con pérdida de H — sin la destrucción de los cristales. Tal cambio ocurre en la naturaleza cuando la horblenda común sufre una temperatura de 800° más o menos, en condiciones de oxidación cual sucede en ciertas corrientes de lava. Más luego veremos las etapas de transformación en las horblendas ecuatorianas.

Propiedades ópticas. — Refringencia superior a la de la horblenda verde. Tomamos la de una horblenda de Ottawa:

$$n_g = 1,711 ; n_m = 1,697 ; n_p = 1,650$$

Clivajes $m m$ a 124° finos y regulares.

Coloración y pleocroísmos intensos análogos a los de la biotita^a,

según n_g : moreno oscuro

según n_m : moreno

según n_p : moreno pálido

Como es natural, la distribución de los colores pleocroicos según las direcciones de los ejes susodichos, depende del ejemplar que se tenga a la mano.

En las rocas efusivas, al igual de la biotita, la horblenda basáltica se halla rodeada de una franja negra de óxido de hierro (magnetita).

Birrefringencia variable de 0,072 a 0,094

Angulo de extinción máximo en las secciones alargadas de la zona $m m$ de 0° a 10° .

Las maclas simples o múltiples según h_1 son frecuentes. Es biáxica y *negativa*.

Separación de la horblenda y de la biotita.

Para ello notar los siguientes caracteres:

1º El clivaje de la biotita es más fino y más estrecho que el de la horblenda;

2º Hay secciones en la biotita — las paralelas a P — que no muestran ningún clivaje; mientras todas las de la horblenda tienen siempre al menos uno;

(*) Llamada por los autores americanos "oxy hornblend".
A. Winchell: Elements of Optical Mineralogy. Part II p. 252.

3º La biotita se extingue rigurosamente en dirección paralela al alargamiento; la horblenda, salvo en casos excepcionales, no se extingue en esta dirección;

4º Las secciones perpendiculares al eje cristalográfico de la biotita - secciones hexagonales - muestran una *crus negra* o hipérbolas pegadas; la horblenda, como es biáxica, en las secciones perpendiculares a X - bisectriz aguda, - ostenta hipérbolas bien separadas.

Yacimiento.— Es un mineral que se lo encuentra a menudo en muchas rocas eruptivas granosas o microlíticas. En la diorita, por ejemplo. Luego hablaremos del contenido de ella en nuestras rocas.

c) LA HORBLENDITA TITANÍFERA

Muy parecida a la basáltica, se diferencia de ella por su color moreno rojizo y por su pleocroismo.

n_p : moreno claro

n_m : moreno rojizo oscuro

n_g : moreno rojizo aún más oscuro.

A esta horblenda titanífera llaman los americanos también *Kaersutita*.

LA BARQUEVICITA

Es una *variedad* de la horblenda pero más rica en hierro y en álcalis. Su ángulo máximo de extinción es de 10º a 18º. La birrefringencia de ella es 0,021.

Pleocroismo: según n_g : moreno oscuro

según n_m : moreno rojizo

según n_p : de moreno claro a amarillo brillante.

Es biáxica y *negativa*. $2V$ de 31º a 52º.

Yacimiento.— Se la encuentra en las sienitas nefelínicas de Poursac; en las teralitas del Cretáceo.

LA ARFVEDSONITA

Propiedades ópticas.

Refringencia: $n_g = 1,008$; $n_m = 1,700$; $n_p = 1,687$.

Color y *pleocroismo* intensos en las tonalidades azules y verdes;

según n_g : verde amarillo

según n_m : azul de alhucema

según n_p : azul verdoso

Birrefringencia $n_g - n_p = 0,021$.

Angulo máximo de extinción de las secciones alargadas según n_m , $\alpha = 75^\circ$. El plano de los ejes ópticos y Z, son *normales* a g_1 (010).

Alargamiento *negativo*.

Es biáxica y *negativa*.

Yacimiento.— Se la encuentra en las rocas eruptivas *sódicas*, por ejemplo, en las sienitas nefelínicas.

LA RIEBEQUITA

En cristales prismáticos, estriados en el sentido vertical; perfectos clivajes n_m n_m con un ángulo de 124º. Las variedades fibrosas son apellidadas *crecidolita* o *asbesto azul*.

Propiedades ópticas:

Refringencia: $n_g = 1,697$; $n_m = 1,695$; $n_p = 1,693$

Color y pleocroismo intensos, creciente el último de X a Z (de n_p a n_g), y variable según los ejemplares. Por ejemplo una de ellas tiene el siguiente pleocroismo:

según n_g : gris oscuro

según n_m : amarillo negruzco

según n_p : azul índigo oscuro

La birrefringencia es muy débil:

$n_g - n_p = 0,004$, tonos de polarización en el gris negro.

Plano de los ejes normal a g_1 (010).

Angulo máximo de extinción 4º o 5º, casi extinción en sentido de la longitud.

Alargamiento *negativo*.

Biáxica de *signo variable*.— $2V$ muy grande.

Yacimiento.— Se la encuentra en las rocas eruptivas *sódicas* y en algunas metamórficas.

GLAUCOFANIO

Propiedades ópticas: $n_g = 1,639$; $n_m = 1,638$; $n_p = 1,621$

Color y pleocroísmo vivos en las tonalidades azules y amarillas. De un ejemplar el pleocroísmo es:

según n_g : azul oscuro

según n_m : azul violáceo

según n_p : amarillo pálido

Birrefringencia $n_g - n_p = 0,018$: color de polarización amarillo o anaranjado rojo de la primera gama.

Se extingue casi a lo largo: α de 4° a 6° .

Alargamiento positivo. — Maclas según m frecuentes.

Biáxico y negativo. — $2V = 45^\circ$ más o menos.

Yacimiento. — Se le encuentra solamente en las esquistas metamórficas y en otras rocas también de origen metamórfico.

LAS ANFIBOLAS EN NUESTRAS ROCAS

Las anfíbolas representadas particularmente por la horblenda, son elementos esenciales de las *andesitas* y *dacitas* ecuatorianas. La horblenda, con un hermoso clivage característico, se muestra en dimensiones hasta de 7 m m. de largo. Tienen una aureola manchosa negra sin límites bien definidos.

Hay diversas especies de horblenda, la verde, la basáltica o negra, y una tercera verde-morena, que se diferencian entre sí por la amplitud del ángulo de extinción. En las basálticas este ángulo, con respecto a las líneas de clivage, es hasta de 6° ; en las verdes de 16 a 18. Hay cristales que tienen un núcleo de horblenda más morena y márgenes de otra morena-verde. En este caso, el ángulo de extinción para el núcleo es de 11° y el de los bordes de 18° .

Max Belowsky cree que la horblenda morena proviene más bien de la verde; y que los bordes de tonalidad verde-morena son efecto de influencias secundarias. Es un fenómeno conocido, dice dicho autor, que al ser sometidos al fuego los minerales que contienen protóxido de hierro, toman un color rojo más o menos pronunciado y un pleocroísmo más fuerte. Desde luego, el cambio de propiedades ópticas comprobó que el calentamiento de la horblenda verde hizo adquirir a ésta caracteres de la horblenda basáltica. Más tarde, el análisis químico demostró que la intervención del fuego con vapor de agua en la horblenda basáltica; hacía pasar el protóxido de hierro al óxido de hierro en una pequeña proporción. (*)

(*) Max Belowsky: I, Tulcan bis Escaleras-Berge (Das Hochgebirge del Rep. Ecuador, I), pág. 36.

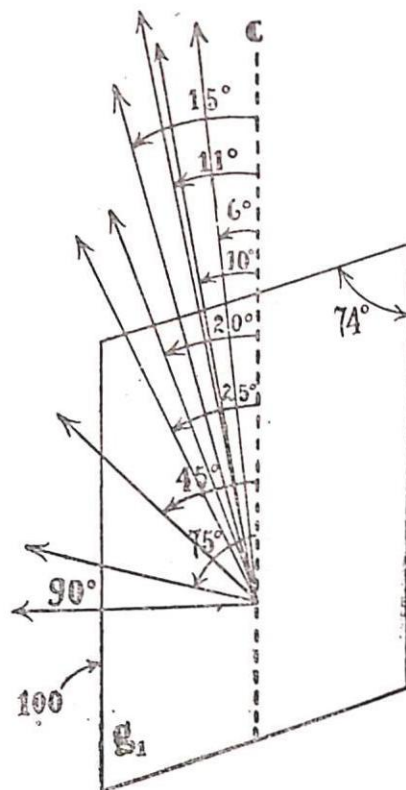


FIG. 326. Ángulos de extinción de las principales anfíbolas monoclinicas (ángulo C, Z)

El Glaucofanio de 4° a 6°	La Tremolita de 15° a 20°
La Horblenda basáltica de 6° a 10°	La Horblenda verde de 15° a 25°
La Grunerita de 11°	La Barquevicita de 10° a 18°
La Antinolia de 10° a 15°	La Arfvedsonita de 75° más o menos

En otras andesitas piroxénicas y dacitas ecuatorianas se presentan los cristales de horblenda hasta de un centímetro de longitud, como columnillas intensamente negras y brillantes. Bajo el microscopio aparecen tanto la verde como la basáltica, pero de las dos, la última predomina cuantitativamente sobre la primera.

Algunas veces ostenta la horblenda inclusiones de apatita, vidrio y también mica, esta última cuando es un elemento de la roca.

Ernst Esch (*) enumera hasta trece etapas características en la transformación de la horblenda en *opacita*, *augita* y *magnetita*. Resumimos las principales:

1.^a Las horblendas, intactas al interior, se hallan rodeadas de bordes más o menos gruesos de *opacita*.

2.^a La *opacita* no sólo rodea a la horblenda sino que invadiendo toda la sección, deja solo girones del primitivo mineral.

3.^a Desaparece completamente la horblenda y es sustituida por la *opacita*.

4.^a Hay secciones que contienen trozos de horblenda intactos pero en torno de ellos, y formando una especie de tejido en girones, una masa de *opacita* intensamente oscura. Se la observa a la luz natural no a la luz polarizada, ya que esa masa tiene propiedades de vidrio amorfo.

5.^a En las secciones de la primitiva horblenda, - de la cual pueden quedar restos -, el silicato vitroso se transforma en *augita*, en uno o muchos sitios, con un proceso lento o rápido, haciéndose poco a poco claro y transparente y entonces destacándose con alto relieve. Estas partículas de *augita*, de tonalidad un tanto verdosa, se iluminan algunas veces con tonos grises claros y amarillos, y pueden ofrecer colores de polarización hasta el azul oscuro de primer orden. Los nuevos cristales tienen un ángulo de extinción orientado según el alargamiento. Pueden ser *hiperstenos* algunos de ellos y *augitas* otros.

La Opacita. - Se puede reunir bajo el epígrafe de *opacita* dice H. Vogelsang citado por Esch, todos los elementos opacos que afectan formas de núcleos o escamillas, en tanto no se les haya identificado como *magnetita*, *titanita* u otro mineral. Para la determinación de la roca y la delimitación de los tipos, en tanto ofrecen interés aquellos elementos dudosos, en cuanto se los pueda identificar como productos de alteración de tal o cual mineral. Estos cuerpecitos, añade Zirkel citado por el mismo, pueden ser sustancias diferentes, silicatos terrosos, talvez análogos químicamente a las micas, óxidos amorfos de metales, óxidos de titano o manganeso, combinaciones negras de hierro, grafito, carbón, etc.

(*) Das Hochgebirge der Rep. Ecuador, II, Die Berge des Ibarra-Beckens und der Cayambe, pág. 26 y sig.

EL GRUPO DE LA OLIVINA

Los minerales del grupo de la olivina son ortosilicatos de bases bivalentes que cristalizan en el sistema ortorrómbico. Se presentan como granos o cortos cristales prismáticos terminados por pirámides o domos. Poseen alta refringencia e intensa birrefringencia con un ángulo muy abierto de los ejes ópticos.

LA OLIVINA (CRISOLITO)

Habitualmente los cristales son un tanto alargados y paralelos a *c*; con buen desarrollo de las caras *m* (110), *g*₁ (010), *e*^{1/2} (021), *h*₁ (100), *a*₁ (101) etc. Las maclas son raras. Clivage claro *g*₁ (010), menos distinto *h*₁ (100). - Es *ortorrómbica*.

Propiedades ópticas. La refringencia es variable. Los ejemplares muy ferríferos pueden tener:

$n_g =$ de 1,69 a 1,77 ; $n_m =$ 1,67 a 1,75 ; $n_p =$ de 1,65 a 1,72

Es *incolora* y *carece de pleocroísmo*. - Es fácilmente alterable y entonces los sitios de la alteración pueden teñirse de amarillo o rojo.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a *p* (001); la bisectriz X es normal al plano *g*₁ (010).

Birrefringencia: ($n_g - n_p$) va de 0,04 a 0,05; polariza en las tonalidades de la tercera gama ($\epsilon = 0,03$ mm.).

El mayor número de *olivinas* es de signo *positivo*. Cuando FeO en el mineral es de 13% más o menos el valor de 2V excepto de 90°. Si la proporción de FeO es mayor, el mineral es *negativo*.

Fórmula química. - La de la *olivina* es: 2 (Mg, Fe) O, SiO₂ en la cual la proporción de Mg es mayor que la de Fe.

Inclusiones. - Las de la *magnetita*, *espinela*, *apatita*, de sustancias vitrosas, líquidas o gaseosas son frecuentes en la *olivina*. También se observa en sus cavidades, de vez en cuando, burbujas de anhídrido carbónico (bióxido de carbono).

Alteración. - La *olivina* se altera con mucha facilidad. Cuando hasta el ácido acético la ataca. Por esta razón se la encuentra más frecuentemente alterada que fresca. Los productos más ordinarios de su alteración son los siguientes:



1º La *antigorita* (grupo de la serpentina). Cuando esto sucede, la olivina se transforma en un silicato hidratado de magnetita con la separación ordinaria de la magnetita o de la hematita. La antigorita principia por desarrollarse en forma de fibras o láminas a lo largo de las líneas de clivage y de las fracturas, hasta que finalmente se transforma toda la masa. También muy a menudo se convierte en otro mineral que contiene mucho hierro y con propiedades ópticas distintas y que probablemente es afín de la antigorita. Tal alteración puede traducirse en fibras o láminas o en un mineral compacto con la misma orientación que el primitivo cristal de olivina. El mineral resultante se llamará *bowlingita*, *xilotila*, *garnierita*.

La *antigorita* y el *crisotilo* se muestran en las preparaciones, sin color o teñidas de un verde pálido y dotadas de una birrefringencia débil.

La *bowlingita* y la *xilotila* son de un amarillo que puede ir al negro con pleocroísmo y fuerte birrefringencia, mientras la *garnierita* se muestra de un verde brillante.

2º Otra especie de alteración muy común en la olivina es la transformación en *hematita*, *limonita* o *goetita*. La alteración se desarrolla a lo largo de las líneas de clivage o de fracturas; aun cuando también puede esa alteración producirse en otros sitios.

3º La *antigorita*, carbonatos con *limonita* y *ópalo* pueden provenir de la olivina atacada por el intemperismo.

4º El metamorfismo regional puede también provocar una transformación de la olivina en anfíbol. Para que tenga lugar esta transformación es preciso que la olivina esté en contacto con los feldespatos; las anfíbolas aciculares, ya incoloras, ya de un verde pálido, formarán una zona entre la olivina y el feldespato.

Yacimiento.—Se la encuentra comunmente asociada a la augita, hipersteno, algún feldespato plagioclasa, magnetita, etc. en las rocas básicas eruptivas. No es raro hallarla también en calizas cristalinas y dolomitas, pero ejemplares pobres en hierro. Es también el constitutivo esencial de muchos meteoritos.

EN NUESTRAS ROCAS.—La *olivina* es un mineral muy abundante en algunas de nuestras andesitas y dacitas; se destaca, en particular, sobrepasando en número y magnitud de los cristales a los de la *augita*; en las andesitas piroxénicas de la Cordillera

de ANGOCHAGUA. En la mayoría de los casos, se presenta la olivina en formas rómbicas agudas, que se reducen a la forma (021); pero también en cortes rectangulares alargados, con las caras (010), (110).

A menudo no se conservan precisos los contornos de los cristales, sino más bien redondeados por la influencia del magma. Púedese observar en toda sección un agrietamiento tosco e irregular junto a un clivage claro según P (001). Contra toda expectativa, los colores de polarización de la olivina son bajos, pues se desarrollan entre el blanco y el amarillo de la primera gama; rara vez sobrepasan a los de la augita. De ordinario, la olivina es clara, no teñida; pero se observa en algunos ejemplares de la Cordillera de *Angochagua* un comienzo de separación marginal de limonita que va avanzando hacia el interior. Debido a ello, van tomando los cristales una tonalidad rojizo morena que crece lentamente en intensidad del núcleo hacia los bordes. Mas no por esto surge un manifiesto pleocroísmo una extinción cambio, con luz polarizada se pone de manifiesto una extinción ondulante que va en aumento del núcleo fresco hacia los bordes; algo semejante al fenómeno que presentan los feldespatos zonados. La orientación óptica del mineral cambia según la proporción del óxido de hierro. Es imposible decir si la *olivina* mediante esta alteración sufre un cambio químico profundo, o simplemente pasa al silicato vecino, la *forsterita*. Esta alteración de la olivina *no tiene* analogía con la serpentinización y con la consiguiente separación de la limonita. Independientemente del proceso de alteración descrito, ostenta la olivina a menudo una densa corona de granitos de augita. (*)

LA FAYALITA

Es *ortorrómbica* como la olivina.—Cristales en formas análogas a las de la última, o con desarrollo de h_1 (100). El clivage g_1 (010) es distinto, no así el de h_1 (100).

Propiedades ópticas.—Refringencia:

$$n_g = 1,886 ; n_m = 1,877 ; n_p = 1,835$$

Tiene un color amarillo verdusco pálido que puede hacerse moreno y hasta negro con la oxidación del hierro. En las preparaciones habitualmente es incolora; pero puede también

(*) Ernst Esch, obra antes citada, pág. 44.

Resumen de las propiedades ópticas (*)

Nombre	Singularia	Observaciones con luz natural					
		Refringencia			Clivages	Color	Pleocroismo
		n_g	n_m	n_p			
Antofilita	O	1,623	1,613	1,606		incolora	nada
Gedrita	O	1,644	1,636	1,623		incolora	nada
Grunerita	M	1,717	1,697	1,672		amarillo moreno	n_g : moreno amarillo pálido n_m, n_p : incoloro
Tremolita	M	1,625	1,613	1,599		incolora	nada
Actinolita	M	1,636	1,627	1,611	m, m	verde amarillenta	n_g : verde n_m : verde pálido n_p : amarillo pálido
Horblenda verde		1,653	1,642	1,629	a	verde	n_g : verde subido n_m : verde n_p : verde pálido
" basáltica	M	1,711	1,697	1,650	124°	morena	n_g : moreno subido n_m : moreno n_p : moreno pálido
" titanífera	M	1,708	1,694	1,676		moreno rojiza	n_g : moreno rojizo subido n_m : moreno rojizo n_p : moreno pálido
Barquevicita	M	1,708	1,707	1,687		morena	n_g : moreno subido n_m : moreno rojizo n_p : moreno claro
Arfvesonita	M	1,708	1,700	1,687		azul verdosa amarillenta	n_g : verde amarillo n_m : azul alhucema n_p : azul verde
Riebeckita	M	1,697	1,695	1,693		"	n_g : amarillo verde n_m : azul claro n_p : azul muy subido
Glaucofanio	M	1,639	1,638	1,621		azul amarillenta	n_g : azul subido n_m : azul violáceo n_p : amarillento pálido

(*) El espesor e de la preparación debe ser mayor que 0,02 mm y menor

de las Anfíbolas.

Signo del alargamiento	Angulo máximo de C, Z	Observaciones con luz polarizada paralela		Con luz polarizada convergente	
		BIRREFRINGENCIA		Signo óptico	Angulo 2 V
		$n_g - n_p$	Color de polarización		
+	0°	0,017	anaranjado de la 1ª gama a verde de la 2ª	+	80°
+	0°	0,021	amarillo de la 1ª gama a azul de la 2ª	-	78°
+	11°	0,045	amarillo de la 2ª gama a amarillo de la 3ª	-	82°
+	de 15° a 20°	0,026	anaranjado de la 1ª gama a verde amarillo de la 2ª	-	85°
+	de 10° a 15°	0,025	anaranjado de la 1ª gama a amarillo de la 2ª	-	78°
+	de 15° a 25°	0,024	lo mismo que la anterior	-	84°
+	de 0° a 10°	0,061	rosado del 3º. orden a gris claro verdoso del 4.º	-	80°
+	de 1° y ½	0,032	Toda la 2ª gama	-	80°
+	de 10° a 8°	0,021	amarillo de la 1ª gama a azul de la 2ª	-	54°
-	< C, X, 75°	0,021	lo mismo que la anterior	-	grande
-	< C, X, 0° a 5°	0,004	gris blanco de la 1ª gama a amarillo	±	grande
+	de 4° a 6°	0,018	anaranjado rojizo de la 1ª gama	-	45°

que 0,03 mm.

hallarse teñida de amarillo pálido. Entonces tiene colores pleocroicos.

según n_g y n_p amarillo verdusco
según n_m amarillo anaranjado.

Plano de los ejes ópticos, paralelo a $(001)P$.

La bisectriz aguda perpendicular a $g_1(010)$ es $n_p(X)$.— Birrefringencia 0,05 (no tomada de los índices anteriores). En los ejemplares en los que cerca del 6% es de Mn_2SiO_4 y el 25% es de Mg_2SiO_4 el ángulo $2V$ es 70° más o menos.

Alteración.— Análoga a la de la olivina, siendo en la fayalita los productos del hierro más abundantes.

Yacimiento.— Se lo encuentra en algunas rocas volcánicas, en las pegmatitas y en algunas rocas eruptivas ricas en hierro de la región del Lago Superior (EE. UU.). Pero en donde se la encuentra en abundancia es en muchas escorias metalúrgicas.

CAPITULO VIGESIMO SEPTIMO

LOS MINERALES O SILICATOS DE METAMORFISMO

Se denominan así, - silicatos de metamorfismo, - ciertos minerales silico-aluminosos que se encuentran de preferencia en las rocas de metamorfismo; aunque también no es raro encontrar algunos de ellos en las rocas eruptivas, así, por ejemplo, la cordierita en el granito.

Vamos a repartirlos en dos grupos: a) silicatos de alúmina anhidros; y b) silicatos de alúmina más complicados.

a) SILICATOS DE ALUMINA ANHIDROS

I. LA ANDALUSITA

Su fórmula química es Al_2O_3, SiO_2 , del sistema *ortorrómbico*.— Los cristales de ella forman prismas casi cuadrados con clivages $m\ m(110)$ que hacen un ángulo de $90^\circ 48'$.

Propiedades ópticas.—Refringencia. Tomamos un ejemplar del Brasil, (*)

$$n_g = 1,6440 ; n_m = 1,6390 ; n_p = 1,6326$$

En las preparaciones es incolora.

Lo característico de la *andalusita* es el contenido de inclusiones carbonosas; especialmente visibles en la variedad llamada *quiastolita*.

Birrefringencia $n_g - n_p = 0,0114$, es débil.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a $g_1(010)$. (Fig. 327).

La bisectriz aguda es X , normal a $P(001)$.

Es, pues, de signo *negativo*.

El alargamiento es también *negativo*.

Ángulo $2V = 84^\circ$.

(*) Winchell, II, p. 201, obra citada.

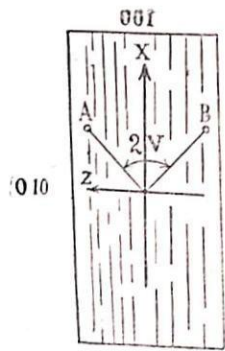


FIG. 327. Plano de los ejes ópticos de la Andalusita, paralelo a la cara g_1 (010)

Presenta en forma de prismas o agujas alargadas en haces o en forma de radios. Algunas veces fragmentos de ellas se hallan en la cordierita.

Propiedades ópticas.—Refringencia

$$n_g = 1,677 ; n_m = 1,658 ; n_p = 1,657$$

Incolora y muy límpida en las preparaciones; sin pleocroismo.

Birrefringencia $n_g - n_p = 0,020$; polariza en tintes más vivos que la andalusita; en todo caso es variable.

Plano de los ejes ópticos paralelo a g_1 (010), es decir, al plano de clivaje. La bisectriz del ángulo $2V$ es Z; es, pues, de signo *positivo*.

Las secciones alargadas tienen extinción recta. El *alargamiento* es *positivo*. $2V$, sólo 20° .

3.—EL DISTENO (*cianito*).

Es más raro que los minerales anteriores. Sistema *triclínico*.

Fórmula química *igual* a la de la andalusita.

Cristales alargados paralelamente a la arista $h_1 g_1$, o sea al eje c ; rara vez terminados.

Clivajes en dos sentidos: el uno fino y regular según h_1 (100), y el otro irregular paralelo a g_1 (010).

Yacimiento.—Es un mineral muy común en las esquistas y pizarras arcillosas que han sufrido el contacto de las intrusiones graníticas. Se la encuentra asociada a la silimanita, al granate, corindón y turmalina.

2.—LA SILIMANITA.—S. ortorrómbico.

Fórmula química. La misma que la de la andalusita. Cristales en forma de prismas casi cuadrados; estriados verticalmente.—Clivaje perfecto según g_1 (010).

En las laminillas delgadas, se presenta en forma de prismas o agujas alargadas en haces o en forma de radios. Algunas veces fragmentos de ellas se hallan en la cordierita.

Propiedades ópticas.—Refringencia:

$$n_g = 1,728 ; n_m = 1,722 ; n_p = 1,713$$

relieve muy acentuado.—*Incoloro* en las preparaciones.

Birrefringencia $n_g - n_p = 0,015$ moderada (amarillo anaranjado de la primera gama).

Angulo máximo de extinción de la zona $h_1 g_1$ —son secciones que muestran clivajes bien paralelos, $\alpha = 30^\circ$ (Fig. 328).

Las secciones de la zona $h_1 g_1$ tienen alargamiento *positivo*.

Hay muchas maclas; la más común es la que tiene g_1 como cara de asociación y el eje de rotación perpendicular.

La bisectriz aguda es X. Por lo tanto el disteno es *negativo*.

Valor de $2V = 82^\circ$.

Alteración.—Fácilmente se transforma en moscovita y también algunas veces en clorita.

Yacimiento.—Se presenta sólo en las esquistas y en las pegmatitas intrusivas de las esquistas.

b) SILICATOS MAS COMPLICADOS

4.—LA CORDIERITA.—Es *ortorrómbica*.

Su fórmula: $4(Mg ; Fe)O, 4Al_2O_3, 10SiO_2, H_2O$.

Es un mineral de *difícil reconocimiento*. Se presenta en formas prismáticas dotadas de una ancha base. Posee *maclas* según m (110), que le dan la apariencia pseudo-hexagonal; pueden ser polisintéticas semejantes a las de la albita.

Está dotada de clivajes distintos según g_1 (010) pero que no son visibles sino en la cordierita alterada.

Propiedades ópticas.—El valor de la refringencia *media* es $n_m = 1,567$, ligeramente superior a la del cuarzo.—Es *incolore* en las preparaciones.—Se muestra algunas veces con aureolas pleocroicas de color amarillo limón cuando tiene inclusiones de zirconio. Tiene también a menudo inclusiones numerosas de silimanita, espinela, estauroлита, zircón, apatita, etc.

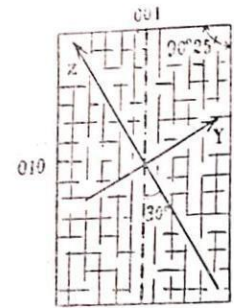


FIG. 328. Angulo α de extinción del disteno en las secciones de la zona $h_1 g_1$.

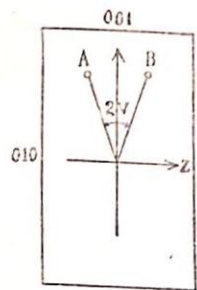


FIG 329

Cuando las secciones de la cordierita son isótropas con nicoles cruzados y se hallan en camino de descomposición, son entonces visibles las coronas de color amarillo limón que las rodean.

Birrefringencia: $n_g - n_p = 0,006$; tonalidades de polarización blancas y grises de la primera gama (las del cuarzo y feldspatos). (Figs. 329, 330 y 331).

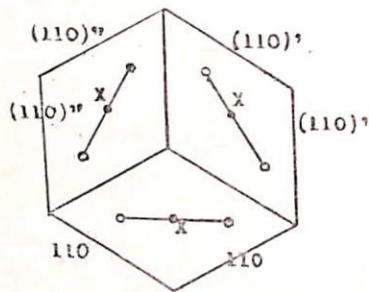


FIG. 330

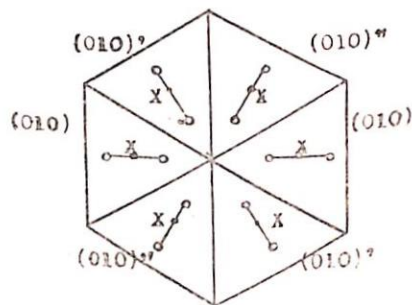


FIG. 331

Figs. 329, 330 y 331. Orientación del plano de los ejes ópticos X, Y, Z (n_p , n_m , n_g), respectivamente en un cristal simple y maclado de cordierita

Extinción recta para las secciones de la zona $h_1 g_1$. Alargamiento negativo.

Las secciones p (001) macladas muestran una extinción simétrica de 30° con respecto a la línea de macla, a un lado y otro de esta línea de referencia. No confundirlas con las secciones de labrador de la zona perpendicular a g_1 .

Alteración. — La cordierite se altera fácilmente. Los productos secundarios de esta alteración son la biotita, la moscovita, la clorita y algunas sustancias isótropas. Cuando la alteración es micácea, este producto se apellida *pinita*.

Es biáxica y negativa. — $2V$ puede ir de 40° a 80° .

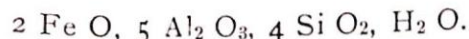
En resumen los caracteres salientes para la determinación de la cordierita, cuando faltan las formas definidas, son las siguientes:

- a) La asociación con la silimanita, estaurolita, etc.
- b) Las aureolas pleocroicas del zirconio en los bordes.
- c) La disposición especial de los productos de alteración.
- d) La macla y la extinción simétrica a 30° .

Yacimiento. — Se la encuentra en los *neises*, en las esquistas y pizarras modificados por la roca eruptiva, especialmente por el granito y como inclusiones en las rocas volcánicas. Se la halla también en las rocas eruptivas ricas en alúmina y magnesia, y con exceso de sílice. Se la encuentra asociada al cuarzo, a la ortosa, albita, turmalina, andalusita, silimanita, etc.

LA ESTAUROLITA

Es ortorrómbica. Su fórmula química es:



Cristales prismáticos cortos con las caras 001, 010. Las maclas en forma cruz. Las caras de reunión pueden ser tanto 032 como 232; en el primer caso tendremos una cruz rectangular, figura 232; en el segundo una cruz de San Andrés.

Los clivages distintos son g_1 (010)

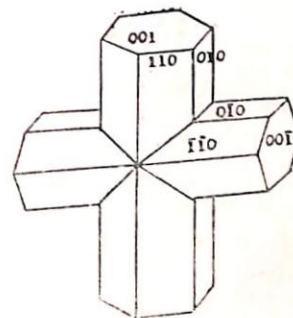


FIG. 332. Maclas de la estaurolita en forma de cruz rectangular

Propiedades ópticas. — Refringencia. Un ejemplar de San Gotardo nos ofrece: $n_g = 1,851$; $n_m = 1,745$; $n_p = 1,739$, gran relieve. En las preparaciones el pleocroismo es variable; es más intenso al rededor de las inclusiones; tendremos:

- según n_g : amarillo aureo,
- según n_m : amarillo pálido,
- según n_p : incolora.

Las inclusiones de cuarzo son abundantes. También se encuentran las de rutilo, de turmalina de granate. Algunas veces inclusiones carbonáceas sin ningún orden.

En las preparaciones, prismas *alargados* según la arista h_1 , g_1 ; el clivage g_1 , imperfecto.

Birrefringencia: $n_g - n_p = 0,012$, en los blancos y grises de la primera gama.

Las secciones alargadas tienen extinción recta y el *alargamiento* es *positivo*.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a H_1 (100). La bisectriz aguda Z es normal a P (001). El ángulo $2V$ varía de 80° a 90° . *Es positiva*.

Alteración. — Puede convertirse en mica verde de gran ángulo óptico, o en clorita.

Yacimiento. — En las esquistas, filitas, etc., junto con el granate, el disteno, andalusita, silimanita.

LA ANDALUSITA EN NUESTRAS ROCAS

Se la encuentra en una roca del río o quebrada Taricagua, camino de San Antonio, cordillera de Chimbo, identificada como cornubianita de *andalusita*. Al lado del cuarzo, biotita, feldspato y muscovita se encuentra la andalusita. Granos de este mineral, en número de tres o cuatro, que se aprietan estrechamente los unos a los otros, forman agregados más o menos redondos. Aquí y allá se topa con secciones transversales rómbicas en las que se hallan los planos de los ejes ópticos en la dirección de la braquidiagonal o diagonal más corta. Su pleocroismo es apenas sensible, entre una tonalidad incolora y verdosa. Contiene inclusiones carbosas y líquidas (*).

(*) Adolf Klautzsch, V. — Von den Ambato Bergen bis zum Azuay. — I, Das Hochgebirge der Republik Ecuador, página 264.

CAPITULO VIGESIMO OCTAVO

LOS MINERALES ACCESORIOS

Se ha dado el nombre de minerales accesorios a un número poco considerable de ellos cuya presencia en casi todas las rocas no constituye un índice del magma del cual provienen.

Los hay de dos clases: A) Minerales opacos; y B) Minerales transparentes.

A) MINERALES OPACOS O CASI OPACOS VISTOS A TRAVES DEL MICROSCOPIO

La técnica *general* de la identificación de ellos, es una rama aparte de la microscopía y se la denomina *Minerografía* (en alemán *Erzmikroskopie*). En ella la luz polarizada que se utiliza no es *tamizada* por los minerales, como en los trabajos de Petrografía, sino *reflejada*. A título de erudición citamos en la nota las dos obras principales de esta técnica micrográfica. (*)

I.—LA MAGNETITA

Es del *sistema cúbico*. Su fórmula química es Fe_3O_4 . — Este mineral se presenta en forma de octaedros, cubos y granos irregulares en toda clase de rocas eruptivas, pero más abundantemente en las básicas. También se encuentra en las de metamorfismo y sedimentarias. Tiene propiedades magnéticas.

2.—LA ILMENITA

Es un óxido doble de Fe y de Ti [$(Fe, Ti)_2O_3$]. Es del sistema romboédrico. Es un mineral accesorio especialmente de las *dioritas*, *gabros* y *diabasas*; también de las rocas de metamorfismo.

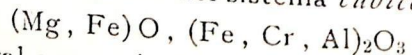
(*) H. Schneiderhohn und P. Ramdohr — Lehrbuch der Erzmikroskopie, 2 volúmenes. — Gebrüder Bornträger, Berlín. — 1.934.
Ch. Berthelot et J. Orcel. — *Les minerais*. — París 1.930.

Se presenta en formas tabulares hexagonales, o en la de granos. A menudo ofrecen una *alteración* en toda la superficie a lo largo de las líneas que se cruzan a 60° , siendo el producto de la alteración la *titanita*, apellidada, en este caso, *leucoceno* (*). Es de advertir que también puede provenir este *producto* de alteración, de la magnetita titanífera.

En algunos casos será difícil separar en el microscopio la *magnetita* del *grafito* y la *ilmenita*.

3.—LA PICOTITA

Es una *espinela* cromífera del sistema *cúbico*. Su fórmula es:



Es un mineral accesorio de las *peridotitas* y de otras rocas *básicas* eruptivas; también en las *serpentinias* derivadas de las *peridotitas*; rara vez en los *basaltos*. Es de un moreno verdoso que puede ir hasta un moreno amarillento, y así muéstrase en las *preparaciones*. Siendo del sistema *cúbico*, es claro que en éstas aparecerá opaco en L. P. Su índice medio de refracción es $n=2,05$.

4.—LA CROMITA

Su fórmula: $(\text{FeO}, \text{Cr}_2\text{O}_3)$. Su presencia es frecuente en las *peridotitas* y *serpentinias*. No es fácil la separación de ella, de la *magnetita* en el microscopio.

5.—LA HEMATITA

Cristaliza en el sistema *romboédrico*. Su fórmula es: Fe_2O_3 (*hierro oligisto*). De refringencia muy elevada ($n_c > 2,95$).

Se la encuentra en toda clase de rocas, ya sea como cristallitos hexagonales, — rara vez según esta forma en las rocas eruptivas —, ya como pseudo-mórficos de la *magnetita*, ya como bordes en torno de ésta, ya como producto de alteración de varios minerales ferromagnesianos, ya finalmente como manchas en las líneas o fracturas de *clivage*. En las rocas sedimentarias hay inmensos depósitos de ella.

6.—LA PIRITA

Es del sistema *cúbico*. Su fórmula es: FeS_2 .

(*) El *leucoceno* es un *esfeno* de origen secundario. Véanse los caracteres de este mineral en las páginas subsiguientes.

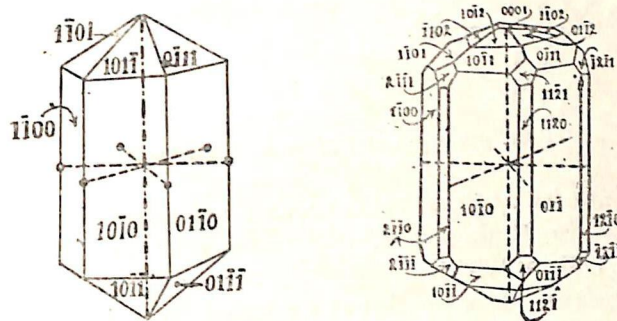
Su presencia en forma de granos irregulares es más o menos frecuente en las rocas eruptivas, con el carácter de un mineral primario, pero accesorio. Es abundante en las metamórficas y sedimentarias.

B) MINERALES TRANSPARENTES

7.—LA APATITA

Es del sistema *hexagonal* y se presenta en la forma de prismas pequeños hexagonales con contornos definidos.

Su fórmula: $9\text{CaO}, 3\text{P}_2\text{O}_5, \text{Ca}(\text{F}, \text{Cl})_2$ (Figs. 333 y 334).



Figs. 333 y 334. La Apatita.

Propiedades ópticas.—Refringencia: n_o , admite valores comprendidos entre 1,632 a 1,648; y n_e va de 1,630 a 1,643. Según estos valores la birrefringencia ($n_o - n_e$) irá de 0,002 a 0,005 menor o igual a la de la *ortosa*. Los tintes de polarización en el gris oscuro son arálogos a los de la *nefelina*. Las secciones hexagonales quedan siempre oscuras. Las secciones alargadas tienen extinción recta; y el *alargamiento* es *negativo*.

Es uniaxial y negativo.

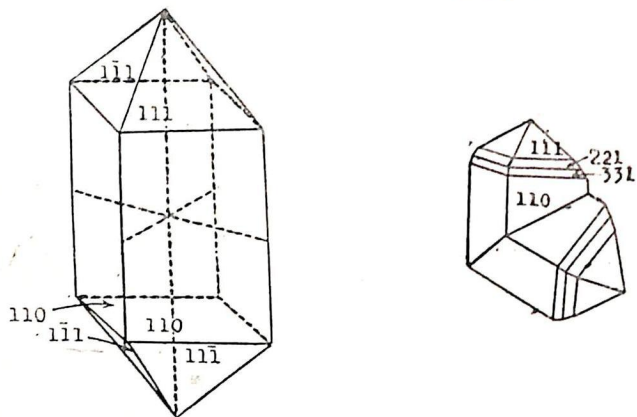
Yacimiento.—Es un mineral accesorio común de muchas rocas eruptivas. En forma y dimensión de cristales desarrollados, en las *pegmatitas*, *lamprofiros*, etc.

8.—EL ZIRCONIO

Es del sistema *cuadrático*. Su fórmula es: SiO_4Zr .

Se presenta en prismas bipiramidados. Siempre en formas cristalizadas. No son raras las maclas según $a^1(101)$.

Líneas de clivage raras (Figs. 335 y 336).



Figs. 335 y 336. El Zirconio y sus maclas

Propiedades ópticas.—Posee una refringencia muy fuerte. Un ejemplar de Madagascar, que tiene 10% de ZrO_2 nos da: $n_e = 1,985$; $n_o = 1,925$.

Es *incoloro*. Las secciones en forma de prismas diminutos cuadrados o alargados. También las hay, y esto es más frecuente, en forma de granitos redondeados con franjas muy negras, originadas éstas de la fuerte refringencia. El relieve de los cristales es muy notable.

Cuando se presenta en la forma de inclusiones en la biotita o en la cordierita, se halla rodeado de aureolas pleocroicas de un moreno obscuro en la primera y de un amarillo limón en la segunda.

La birrefringencia $n_e - n_o = 0,06$ es muy fuerte. En una preparación de 0,03 mm., polarizaría al principio de la cuarta gama.

Yacimiento.—Se halla en muchas rocas eruptivas como mineral accesorio; es común en las sienitas, granitos, sienitas nefelínicas y dioritas, pero escasos en el gabro, peridotita y teratita. También se le encuentra en las rocas de metamorfismo.

Es uno de los cristales que más pronto cristaliza en un magma, por lo cual se halla conglobado por otros minerales. Hemos visto ya que puede hallarse como inclusión en la biotita y cordierita y entonces rodeado de aureolas pleocroicas.

EL ESFENO

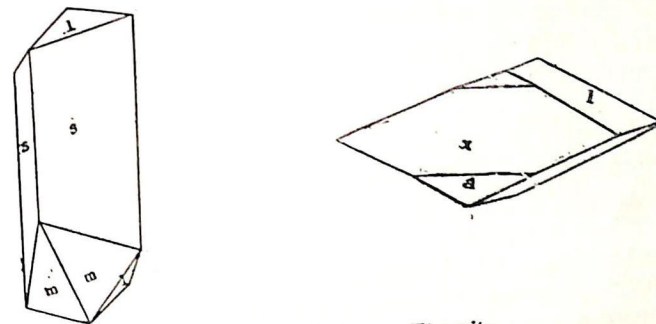
Se lo llama también *titanito*. Es del sistema *monoclínico*.

Su fórmula: SiO_2, CaO, TiO_2 .

Puede también contener de 1 a 20% de R_2O_3 , en el cual el símbolo R es Fe, Al, Ce.

En secciones de formas definidas tal cual lo muestra el dibujo, de techos o de cuñas (Figs. 337 y 338). El nombre griego se lo debe al hecho de presentarse en la última forma. La superficie de él ostenta rajaduras irregulares y entrecruzadas ligeramente teñida de amarillo rosáceo pálido.

Clivage bastante distinto: $\{110\}$.



Figs. 337 y 338. El Esfeno o Titanito

Propiedades ópticas.—Posee una refringencia sumamente elevada. Uno de los ejemplares tiene:

$$n_g = 2,021; n_m = 1,017; n_p = 1,910$$

El pleocroismo, cuando lo ostenta, es débil.

Birrefringencia $n_g - n_p = 0,111$ y aún mayor en otros ejemplares. Los colores de polarización pueden llegar a salir de la cuarta gama y pasar a gamas superiores.

Debido a las irregularidades de la superficie, ostenta irisciones múltiples y variaciones locales de tinte.

Se distingue el esfeno en las preparaciones por su relieve considerable, por sus secciones frecuentes en forma de rombos alargados, por los notables cambios de tonalidad cromática en la superficie causados por el mínimo cambio de espesor.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a $g_1(010)$ siendo Z (n_g), la bisectriz aguda, casi normal a la cara $O_2(102)$. Hace,

en el ángulo obtuso β , con las líneas de la cara h_1 (100), o sea del clivage imperfecto según esta dirección un ángulo de 51° , más o menos. (Fig. 339).

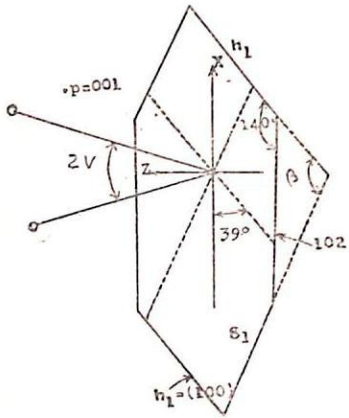


Fig. 339. Plano de los ejes ópticos del Esfeno.

Ángulo $2V$ de éstos: 27°

Es biáxico y *positivo*. $2V = 27^\circ$.

Yacimiento. — Se halla distribuido en toda clase de rocas, pero parcamente. Se le hallará regularmente en los granitos de hornblenda, en las sienitas y dioritas. De origen secundario, derivado de la alteración de la ilmenita o de la magnetita titanífera, es el *leucoceno* (que se le supone ser un *esfeno*), elemento común en la mayor parte de las rocas básicas. También se lo halla en las esquistas y neises.

10. — EL CORINDON

Sistema *romboédrico*. — Fórmula: Al_2O_3 . Los cristales se presentan a menudo hexagonales piramidados con terminaciones en forma de husos. Posee maclas y es la cara p (100) el plano de reunión. Algunas veces tiene maclas de compenetración y otras polisintéticas.

Propiedades ópticas. — Tiene refringencia fuerte:
 $n_o = 1,7681$ (incoloro); $1,6687$ (zafiro); $1,767$ (rubí),
 $n_e = 1,7599$ " " $1,7605$ " " $1,7594$
 La tonalidad en el *zafiro* es azul; en el *rubí* de rojo claro a rojo obscuro.
 El relieve del corindon es muy fuerte.
 Es *incoloro* o *teñido*; en el último caso el color puede ser variable; el azul es frecuente. En estas circunstancias es *pleocroico*.

Según n_o , azul; según n_e , incoloro.

Carece de clivage.

Birrefringencia: $n_o - n_e = 0,008$, débil; la del cuarzo y feldspatos.

Es uniaxial y *negativo*.

11 — LAS TURMALINAS

Las turmalinas forman un grupo de minerales compuestos por borosilicatos de aluminio y otras bases de composición muy variable. Cristaliza en el sistema *romboédrico*, en la meriedría anti-hemiédrica. (Véanse las Lecciones de Cristalografía p. 133).

La fórmula general de ellas podemos encerrar en el siguiente símbolo: $R_3 Al_4 B_2 Si_4 O_{20}$ en el cual R puede ser H, K, Na, Li, Mg, Fe, Mg, Ca, tomados aisladamente o en grupos de dos o más.

Los cristales se presentan en forma de prismas alargados, con facetas curvas, estriadas longitudinalmente. Las secciones con transversales muestran triángulos de lados encorvados. A menudo se presentan en forma de agujas en disposición de radios. *No tiene clivages* precisos sino resquebrajaduras irregulares.

Caracteres ópticos. — Su refringencia es mediana, variable, en todo caso, según los ejemplares. Apuntamos la de uno de ellos:

$$n_o = 1,668; n_e = 1,639.$$

Son teñidas y fuertemente pleocroicas. En un ejemplar, apellidado *Schorlita* ($H_8 Na_2 Fe_6 B_6 Al_{12} Si_{12} O_{62}$), las tonalidades pleocroicas son, ($e = 0,03$ mm.)

según X (n_x): pálido a amarillo oscuro.

según Z (n_z): moreno amarillento a negro. (*)

El tono más obscuro de polarización se obtiene cuando se orienta el cristal *alargado*, — el alargamiento de las turmalinas tiene lugar según n_o o X, — paralelamente al hilo ecuatorial del retículo.

Birrefringencia notable: $n_o - n_e = 0,029$.

Las secciones alargadas tienen extinción recta.

El *alargamiento* es *negativo*.

Es uniaxial y *negativo*.

Yacimiento. — Se le halla muy repartido en esquistas, neises, rocas pizarrosas, etc. Es causado por la acción fumaroliana y se lo encuentra en las *pegmatitas* y en los filones pegmatíticos.

12. — LOS GRANATES

Son todos del sistema *cúbico* y generalmente cristalizan en dodecaedros romboidales y trapezoedros (leucitoedros). Seis son las especies conocidas y comunes que las consignamos junto con sus fórmulas químicas y sus índices medios de refringencia:

(*) Es notable por las inclusiones de rutilo o de zirconio que desarrollan en torno de ellos halos pleocroicos muy intensos.

1.º	El Almandino	3 Fe O, Al ₂ O ₃ , 3 Si O ₂ ;	n de 1,778 a 1,830
2.º	El Grosulario	3 Ca O, Al ₂ O ₃ , 3 Si O ₂ ;	" 1,735
3.º	El Melanita (*)	3 Ca O, (Fe, Ti) ₂ O ₃ , 3 (Si, Ti) O ₂ ..	1,094
4.º	El Piropro	3 Mg O, Al ₂ O ₃ , 3 Si O ₂ ;	" 1,705
5.º	El Uvarovita	3 Ca O, Cr ₂ O ₃ , 3 Si O ₂	" 1,838
6.º	El Espesartita	3 (Mn, Fe) O, Al ₂ O ₃ , 3 Si O ₂	" 1,811

Propiedades ópticas. -- La refringencia n de ellos va de 1,70 a 1,90 la que, debido a su valor elevado, les destaca muy en relieve. El color de ellas es variable: rojo, moreno, amarillo, blanco, verde, etc.

Yacimiento. -- Se le encuentra habitualmente en las esquistas cristalinas, esquistas micáceas, cloríticas, horbléndicas y neises. No será extraordinario el encuentro de ellos también en rocas de profundidad. Les contienen igualmente las calizas modificadas por contacto metamórfico. Es abundante en las rocas metamórficas apellidadas *eclogitas*.

Sintetizamos en un cuadro algunas propiedades ópticas de los *granates*.

NOMBRE DEL GRANETE	INDICE DE REFRACCION	COLOR DE LA MASA MACROSCOPICA	COLOR DEL MINERAL EN LAS PREPARACIONES
Almandino ..	de 1,778 a 1,830	Rojizo, moreno	Incoloro o rosado.
Grosulario ..	1,735	Blanquizco, gris	Incoloro o apenas teñido.
Melanita	1,94	Bruno casi negro, bruno rojo obscuro	De bruno claro a incoloro
Piropro	1,705	Rojo, bruno, bruno verdes	Incoloro o apenas teñido.
Uvarovita ...	1,838	Verde esmeralda	Verde.
Espesartita ..	1,811	Bruno amarillo, bruno rojo bastante claro	Incoloro o teñido apenas.

13. — LAS WERNERITAS

El género *Wernerita* comprende cierto número de especies que tienen un prisma *cuadrático* como forma primitiva y propiedades ópticas casi idénticas. Dominan en ellas la sílice, la alúmina y la cal con una proporción variable de álcalis. Son de signo óptico negativo. La birrefringencia de ellas crece proporcionalmente al tenor de cal. Son generalmente prismáticas, razón por la cual se les ha dado también el nombre de *Escapolitas*, es decir piedras en forma de varillas. Casi todas las *werneritas* son productos de metamorfismos; muy a menudo se presentan al *contacto* de una roca granítica y de una caliza. Son, como dijimos, del sistema *cuadrático*.

(*) Se le conoce también con el nombre de *Anradita*.

Las *werneritas* son, según *Tschermak*, mezclas isomórficas de dos tipos extremos, la *Marialita* (*wernerita* sódica) y la *Meionita* (*wernerita* cálcica).

a) LA MARIALITA

Del sistema *cuadrático*. Cristales prismáticos largos estriados verticalmente. Muestran un clivage distinto según m (110).

Composición química. -- 3 Na Al Si₃ O₈. Na Cl.

Propiedades ópticas. -- La refringencia de un ejemplar que tiene 85% de *Marialita*, arroja los siguientes valores: $n_o = 1,546$; $n_e = 1,540$. Es incolora y, si teñida, lo es por impurezas en ella incluidas. *La Marialita pura es uniáxica y positiva*.

Birrefringencia: $n_o - n_e = 0,006$.

Yacimiento. -- En algunas rocas volcánicas de Italia.

b) EL DIPIRO

Del sistema *cuadrático*. Prismas como los de la *Marialita* y también en masas compactas.

Clivage distinto: n (100).

Propiedades ópticas. -- La refringencia n_o y n_e puede variar entre los siguientes valores:

n_o : de 1,55 a 1,57,

n_e : de 1,54 a 1,55.

En las preparaciones es incolora. La birrefringencia es, así mismo, variable: ($n_o - n_e$) de 0,008 a 0,025.

Composición química. -- Puede tener las siguientes proporciones de *marialita* y de *meionita* de $Ma_{80} Me_{20}$ a $Ma_{50} Me_{50}$.

Carácter particular. -- Es el de tener inclusiones abundantes. Si se halla el *dipiro* en las rocas calizas, las inclusiones pueden ser calcita y materias carbonosas. Se hallan también cuarzo, mica, granates, feldespatos, anfíbolos, etc, en él. Si el yacimiento del *dipiro* son esquistas micáceas las inclusiones serán comunmente mica, turmalina, rutilo actinolita, etc.

Yacimiento. -- Se halla en las esquistas cristalinas y en las zonas de contacto metamórfico. En los Pirineos franceses, es abundante en las ofitas, calizas metamórficas, etc.

c) LA MIZONITA

Su refringencia puede tener los siguientes valores: n_o de 1,57 a 1,60; n_e de 1,55 a 1,56.

Es uniaxica y *negativa*. Es *incolora* en las preparaciones. Es el tipo más común de las *escapolitas*.

Birrefringencia: ($n_o - n_e$) de 0,025 a 0,040.

Se la *encuentra* en las calizas modificadas por un metamorfismo de contacto, a menudo acompañada de diópsido, granate y esfeno.

d) LA MEIONITA

Debe su nombre a la circunstancia de tener un coronamiento piramidal *menss* agudo, ($\mu \mathcal{E} i \omega \nu = \text{menos}$). Son cristales prismáticos cortos.

Como *propiedades ópticas* apuntamos las siguientes:

Refringencia: n_o de 1,60 a 1,615; n_e de 1,56 a 1,57.

Es blanca o incolora en masa. Se la encuentra en los bloques calcáreos arrojados de la Somma, Vesubio.

Es *uniaxica y negativa*.

CAPITULO VIGESIMO NOVENO

LOS MINERALES DE ORIGEN SECUNDARIO

Los minerales con que nos vamos a ocupar en este capítulo, son, en su mayor parte, productos de alteración de los minerales primarios y que han sido objeto del estudio realizado en los capítulos anteriores. Lo cual *no quiere* decir que *sólo* tengan el carácter de secundarios; no. Pueden también ser, en uno u otro caso, el resultado de la cristalización del baño de fusión magmático y, en tal virtud, presentarse con el carácter de minerales de origen primario.

A.—LA SERPENTINA

Ya en páginas anteriores (v. pág. 322 de este curso) estudiamos tres grupos de las *cloritas* que forman la clase general de la *serpentina* de origen secundario.

Completamos ese estudio con los siguientes datos:

LOS PENINOS

En forma de láminas flexibles pero no elásticas con perfecto clivage \mathbf{p} (001). También según \mathbf{m} (110). Las maclas de los Peninos, al igual de las de las micas, tienen un eje perpendicular a la cara \mathbf{m} (110) y la cara de unión \mathbf{p} (001).

Se caracterizan por su color *verde pálido* y su débil pleocroísmo y su birrefringencia también débil.

El plano óptico es \mathbf{g}_1 (010) teniendo a la bisectriz aguda *sensiblemente normal* a \mathbf{p} (001). El *signo óptico es variable* en una misma preparación.

Refringencia: n_m de 1,57 a 1,60

Birrefringencia: ($n_g - n_v$) de 0,000 a 0,004.

LOS CLINOCLOSOS

Además de los caracteres de la clorita anterior, posee marcas polisintéticas. El plano óptico es $g_1(010)$ y la bisectriz aguda $n_g(Z)$ es sensiblemente perpendicular a $p(001)$. Es pues, de *signo óptico positivo*. El color de los clinocloros va del verde yerba al verde oliva. Tiene un alargamiento *negativo*; es perfectamente biáxico, carácter que le distingue de los *peninos*, pues, estos son sensiblemente *uniáxicos* ya que en ellos el ángulo de los ejes ópticos es casi nulo.

Refringencia: n_m de 1,57 a 1,59

Birrefringencia: $(n_g - n_p)$, de 0,004 a 0,01.

Los dos siguientes, la *Antigorita* y el *Crisotilo* son serpentinas cristalizadas de formas propias y no con caracteres *seudomórficos* como son las serpentinas de origen secundario.

LA ANTIGORITA.— $H_3Mg_3Si_2O_9$

Sistema monoclinico (?) *Seudocúbico*. Clivages $p(001)$ y $g_1(010)$.

Refringencia: $n_g = 1,571$; $n_m = 1,570$; $n_p = 1,560$

Es de color *verde* de muchos matices. En las preparaciones, verdoso pálido. El plano de los ejes ópticos es $g_1(010)$. La bisectriz aguda, *negativa*, es normal a $p_1(001)$. De alargamiento *positivo*. Esta serpentina puede también ser *seudomórfica*.

EL CRISOTILO

La misma fórmula química de la Antigorita, es decir, uno y otra obedecen a la ley del dimorfismo. El *crisotilo* es probablemente ortorrómbico. Sus formas habituales son las de *fibras sedosas* de color de *oro* o *verdosas* y que son apellidadas *asbesto*. $n_g = 1,555$; $n_p = 1,542$.

El plano de los ejes ópticos, paralelo a $g_1(010)$, y es $n_z(Z)$ la *bisectriz aguda* n_g es paralela a c .

El alargamiento de las fibras es según n_g . El color en las preparaciones es el verdoso pálido, o amarillento y también incoloro. $n_g - n_p = 0,014$.

Difiere de la antigorita en el signo del ángulo óptico. En la *antigorita* la bisectriz es $n_p(X)$, el ángulo es negativo; en el *crisotilo* la bisectriz es $n_g(Z)$ y el ángulo es positivo. Se le dis-

tinguirá también de la primera por su carácter fibroso, mientras el de la antigorita es más bien laminar.

Yacimiento.—Uno y otra se hallan en las serpentinas (rocas).

EL TALCO.

Fórmula química: $(OH)_2Mg_3Si_4O_{10}$.

Se le encuentra en masas foliáceas, con un clivage fácil y perfecto según $p(001)$; son láminas flexibles y un tanto elásticas. Es de clivage *micáceo*. Es del sistema *ortorrómbico* (*scudohexagonal*).

Propiedades ópticas.

Refringencia: n_g de 1,575 a 1,590; n_p de 1,538 a 1,545.

Es incoloro en las preparaciones. El plano de los ejes ópticos es $n_1(100)$. La bisectriz aguda es $n_p(X)$ que es normal o casi normal a $p(001)$. Es, pues, de signo negativo. $2V$ puede ser nulo, e ir hasta 30° ($n_g - n_p$), de 0,030 a 0,050.

Yacimiento.—Se le encuentra en las esquistas cristalinas en donde puede formar masas que llevarán el nombre de *esteatita* o *saponita*. En nuestras esquistas ecuatorianas se halla junto con la *actinolita*.

B.—LOS EPIDOTOS.

El grupo de los epidotos comprende un número de silicatos de aluminio, de magnesio, cerio, etc., y son los siguientes:

zoicita, clinozoicita, pistacita, piedmontita, hankoquita, alanita.

De estos, en lo que se refiere al sistema cristalino, la primera es ortorrómbica y los demás monoclinicos. He aquí la composición química de cada una de ellas.

Zoicita	$(OH)Ca_2(Si_3Al_3)O_{12}$	Ortorrómbica
(*) Clinozoicita	$(OH)Ca_2(Si_3Al_3)O_{12}$	Monoclinico
(**) Pistacita	$(OH)Ca_2[Si_3(Al, Fe)_3]O_{12}$	Monoclinico
Piedmontita	$(OH)Ca_2[Si_3(Al, Mn)_3]O_{12}$	Monoclinico
Hankoquita.	$(OH)Ca(Pb, Sr), [Si_3(Al, Fe, Mn)_3]O_{12}$	"	"
Alanita	$(OH)(Ca, Ce)_2Si_3[Al, Fe^{III}, Fe^{II}]_3O_{12}$		Monoclinico

(*) La zoicita y la clinozoicita son dos epidotos *dimórficos*. Obsérvese la igualdad de la composición química.

(**) Este es el epidoto común.

Vamos ahora a dar brevemente las notas características de cada una de ellas.

LA ZOICITA.

Prismas del sistema *ortorrómbico* con estriás notablemente marcadas en el sentido vertical. Posee el clivage $g_1(010)$ perfecto. (Figs. 340 y 341).

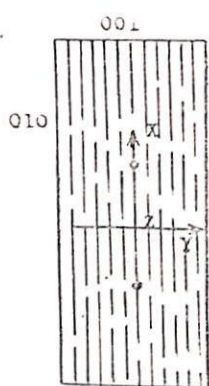


FIG. 340. La Zoicita: exenta de hierro

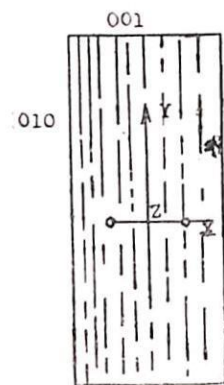


FIG. 341. La Zoicita: ferrífera

Es incolora en las preparaciones. La variedad apellidada *Thulita*, manganesífera, es pleocroica.

Posee una birrefringencia variable según la proporción de Fe_2O_3 . En un ejemplar que tiene 1,47% de este hierro oligisto, los índices son:

$$n_g = 1,7073 ; n_m = 1,7020 ; n_p = 1,7011$$

Una zoicita puede tener hasta 5% de Fe_2O_3 , y entonces los índices de refracción serán mayores.

Propiedades ópticas.—El plano de los ejes ópticos puede ser paralelo a $g_1(010)$ o a $p(001)$ según sea el ejemplar exento de hierro o tenga alguna proporción de él respectivamente. En uno y otro caso la bisectriz $n_g(Z)$ es normal a $h_1(100)$. La birrefringencia ($n_g - n_p$) es así mismo variable; puede ir de 0,005 a 0,018. $2V$ admite la latitud comprendida entre 30° y 60° .

LA CLINOZOICITA

Sistema *monoclínico*. Se reserva este nombre para los epidotos que contienen menos del 10% de Fe_2O_3 y que tienen sig-

no óptico positivo. Los cristales de clinozoicita son análogos a los del epidoto común (pistacita).

Propiedades ópticas.—Refringencia: en ejemplares que tengan cerca de 3% de Fe_2O_3 , los índices son,

$$n_g = 1,734 ; n_m = 1,729 ; n_p = 1,724.$$

Difiere de la *zoicita* en cuanto el ángulo de extinción no es recto sino oblicuo con las líneas de clivage.

El plano de los ejes ópticos es paralelo a $g_1(010)$. La dirección de $n_g(Z)$ hace con el clivage $p(001)$ un ángulo de 14° a 24° . Es biáxico y *positivo*. $2V = 85^\circ$.

LA PISTACITA O EPIDOTO (sensu stricto).

Prismas alargados en la dirección del eje b . (Véase fig. 342) y terminados solo al un extremo. Clivages $p(001)$ perfecto, $h_1(100)$ imperfecto, (figura 342).

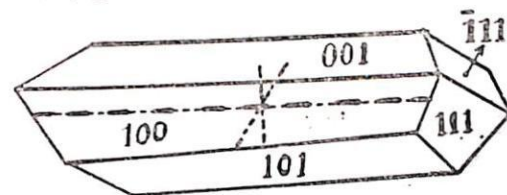


FIG. 342. El epidoto.

Propiedades ópticas.—Los índices de refracción aumentan con el tenor de Fe_2O_3 . Si la proporción de este es 14,3% el valor de ellas es: $n_g = 1,771$; $n_m = 1,759$; $n_p = 1,734$.

En las preparaciones el color va del amarillo pálido al anaranjado y ofrece fenómenos de pleocroismo; si la sección tiene 0,03 mm. de espesor, podremos observar:

según n_g , incoloro, verde amarillento, rosado,

según n_m azul pálido, amarillo verdoso,

según n_p , incoloro, amarillo cetrino, verde pálido.

La dirección de $n_p(X)$ hace con la del eje c un ángulo de 0° a 5° ; por tanto, n_g hace con la dirección del clivage $p(001)$ un ángulo de 25° a 30° . Como lo muestra la figura. Es biáxico y *negativo*. $2V$ puede ir de $73^\circ 39'$ a $69^\circ 33'$, (figura 343).

Yacimiento.—El epidoto es muy común particularmente en las zonas de contacto metamórfico y en las esquistas crista-

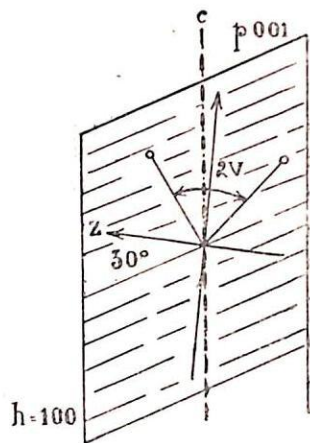


FIG. 343. Plano de los ejes ópticos paralelo a g_1 (010). La dirección Z hace con las líneas de clivaje p (001) un ángulo de 30° .

linas. Es también un producto de alteración de los minerales ferromagnesianos y de los feldespatos probablemente bajo influencias hidrotermales.

Nota. — Nada decimos de la *pedmontita* (*) ni de la *hankoquita* por ser minerales raros y para no cargar demasiado este curso.

LA ALANITA U ORTITA

Sistema *monoclínico*. Cristales en forma de planchetas según h_1 (100) o también de prismas aciculares paralelos a b ; también en masas. No posee un clivage perfecto.

Propiedades ópticas. — Estas no son uniformes para todos los casos; pero en muchos de ellos el plano de los ejes ópticos es paralelo a g_1 (010). Entonces el ángulo formado por el eje cristalográfico c y la dirección de n_p puede tomar valores comprendidos entre 30° y 40° . Cuando, en otros casos, el plano óptico es normal a g_1 (010) el ángulo de n_p (X) y c va de 22° a 41° .

(*) El pleocroismo intenso de la *pedmontita* permite distinguirla del epidoto: según n_g , rojo vivo; según n_m , violeta amatista; según n_p , de amarillo anaranjado a amarillo cetrino.

La birrefringencia ($n_g - n_p$) puede ir de 0,01 a 0,02.

La refringencia es alta $n_m = 1,74$.

Tiene un pleocroismo variable.

Yacimiento. — Es un elemento accesorio no común de las rocas alcalinas. Se lo encuentra en los neises, esquistas y minerales de hierro magnético.

C. — LOS ZEOLITOS

Son numerosos; no nos detendremos sino en la rápida descripción de los más comunes. Son silicatos de alúmina con Ca y Na o K, salvo la *apofilita*. Puede decirse que en la mayoría de los casos son minerales de origen secundario formados por la hidratación de los sódico-aluminatos de calcio, sodio, etc. Derivan tanto de los feldespatos como de los feldespatoides. Se los encuentra especialmente en cavidades amigdaloides, fracturas, etc., de rocas de muchas clases, basaltos, fonolitas, andesitas, etc. Al compararlos con otros silicatos, veremos que los zeolitos se hallan caracterizados por su refringencia baja, su dureza débil, bajo valor de su peso específico, birrefringencia débil que tiende hacia cero; falta de color, abundante tenor de agua, presencia de ellos con otros productos de origen secundario. Muchos zeolitos son fibrosos.

I. — LA ANALCIMA. (*Analcita*).

Fórmula química: $Na_2 O, Al_2 O_3, 4 Si O_2, 2 H_2 O$.

Es *seudo-cúbica*. Incolora; refringencia débil $n_g = 1,487$; $n_p = 1,486$. En secciones poligonales circulares u octogonales. Casi siempre obscura en luz polarizada. Macclas complicadas. Birrefringencia ($n_g - n_p = 0,001$) muy débil.

2 — LA APOFILITA.

Fórmula química: $K_2 O, 8 Ca O, 16 Si O_2, 16 H_2 O$.

Es *seudo-cuadrática*. Incolora.

Clivage perfecto según p (110).

Refringencia: $n_g = 1,537$; $n_p = 1,535$.

Birrefringencia muy débil: $n_g - n_p = 0,002$.

Nota: -- La *apofilita* ofrece anomalías ópticas, tanto por el signo óptico variable, como también por la monorrefringencia y birrefringencia que ostenta alternativamente. Se presenta comúnmente en los basallos y otras rocas de esta familia, como producto secundario.

3. — LA CABASITA.

Fórmula química: $(Ca, Na_2) O, Al_2 O_3, 4 Si O_2, 6 H_2 O$.

Sistema *monoclínico*, (pseudo-hexagonal).

Es incolora. Refringencia débil: $n_g = 1,480$; $n_p = 1,478$.

Birrefringencia muy débil $n_x - n_p = 0,002$; polariza en las tonalidades grises oscuras de la primera gama. Los romboedros se hallan constituidos por agrupamientos de elementos *triclínicos* o tal vez *monoclínicos*, razón por la cual se presentan fenómenos ópticos especiales. Los romboedros resultan de *maclas* de elementos asociados según *m m* (110, 110). Algunos cristales son estrictamente uniáxicos; otros uniáxicos en partes, y, en otros sitios, biáxicos. El ángulo $2V$ es variable, pero pequeño.

De igual suerte unos elementos son positivos, otros negativos.

4. — LA HEULANDITA.

Sistema *monoclínico*.

Fórmula química: $Ca O, Al_2 O_3, 6 Si O_2, 5 H_2 O$.

Es incolora.

Refringencia: $n_x = 1,505$; $n_m = 1,499$; $n_p = 1,498$.

Clivage fácil según g_1 (010); las laminillas son tabulares aplanadas según el clivage g_1 .

Plano óptico, normal a la cara g_1 (010).

Birrefringencia débil $n_x - n_p = 0,009$, colores de polarización, los grises claros y blancos de la primera gama. Es biáxico y positivo.

$2V = 34^\circ$.

5. — LA NATROLITA.

Fórmula química: $Na_2 O, Al_2 O_3, 3 Si O_2, 2 H_2 O$.

Sistema *ortorrómbico*. Presentación en forma de varillas alargadas o en la de esferulitos. Es incolora; de refringencia débil: $n_g = 1,493$; $n_m = 1,482$; $n_p = 1,480$.

Birrefringencia $n_g - n_p = 0,013$, tonos de polarización los del comienzo de la segunda gama.

Plano de los ejes ópticos, g_1 (010).

Clivage perfecto según *m* (110).

Extinción recta y alargamiento *positivo*.

Es biáxico *positivo*, $2V = 63^\circ$.

6. — LA PREHNITA.

Fórmula química: $2 Ca O, Al_2 O_3, 3 Si O_2, H_2 O$.

Sistema *ortorrómbico*. Se presenta en forma de esferulitos y en la de agregados radiantes.

Incolora. Fuerte refringencia:

$n_g = 1,649$; $n_m = 1,625$; $n_p = 2,616$.

Birrefringencia elevada característica: $n_g - n_p = 0,033$.

Alargamiento *negativo*. Biáxico y *positivo*.

$2V = 69^\circ$.

7. — LA ESCOLECITA.

Fórmula química: $Ca O, Al_2 O_3, 3 Si O_2, 3 H_2 O$.

Es del sistema *monoclínico*.

Cristales prismáticos delgados, rayados verticalmente, también en forma de masas fibrosas.

Maclas según (100); clivage casi perfecto según (110).

Es incolora.

Refringencia: $n_g = 1,519$; $n_m = 1,519$; $n_p = 1,512$.

Birrefringencia débil: $n_g - n_p = 0,007$. Tonos de polarización gris alhucema de la primera gama.

El plano óptico y *Z* son normales a g_1 (010).

El ángulo de extinción *c*, *X* va de 15° a 18° .

Alargamiento *negativo* según los cortes en la zona *m m*.

Extinción oblicua de las secciones alargadas.

Es biáxica y *negativa*. $2V = 36^\circ$.

CAPITULO TRIGESIMO

LOS CARBONATOS Y LOS SULFATOS

En este corto capítulo no vamos a hacer la descripción de todos los minerales que contienen C en su fórmula química, sino sólo de aquellos que integran á las rocas eruptivas, a las de metamorfismo y a las sedimentarias. Hacemos, por lo tanto, caso omiso de los carbonatos que se hallan de ordinario en los yacimientos metalíferos, tales como la rodocrocita, la smitsonita, la witerita, etc., las que hallarán su sitio propio en un tratado general de Mineralogía. (*)

1.—LA CALCITA.

Fórmula química: CO_3Ca .

Es del sistema *romboédrico*.

La cristalización de este cuerpo ofrece numerosas variedades romboédricas y escalenoédricas. Maclas según $a^1(111)$ y $b^1(110)$ ésta última polisintética. Clivage perfecto según $p(100)$.

Propiedades ópticas. — Refringencia media $n_o = 1,658$; $n_e = 1,486$.

Es incolora en las preparaciones. Ofrece algunas veces irizaciones paralelas a las trazas del clivage.

Birrefringencia intensa $n_o - n_e = 0,172$. Los tonos de polarización en las gamas superiores son de un color blanco irizado multicolor.

Uniaxica *negativa*.

(*) El estudiante que desee tener mayores datos sobre todos los minerales descritos ópticamente en toda esta segunda parte, podrá consultar provechosamente las dos siguientes obras:

a) Elements of Optical Mineralogy by Alexander N. Wichell, third edition. —New York, John Wiley & Sons. En tres volúmenes.

b) A Textbook of Mineralogy with an extended Treatise on Crystallography and Physical Mineralogy, by Edward Salisbury Dana and William E. Ford. New-York, John Wiley; grueso volumen de 851 páginas.

Yacimiento. — No solamente en las calizas de origen sedimentario e hidrotermal y en los mármoles metamórficos, sino también en todos los filones de menas y como producto de alteración en las rocas eruptivas.

2.—LA DOLOMITA.

Fórmula química: $\text{CaO}, \text{MgO}, 2\text{CO}_2$.

Sistema también *romboédrico*.

Formas de presentación análogas a las de la calcita.

Refringencia: $n_o = 1,681$; $n_e = 1,500$ un poco superiores a los índices de la calcita.

Es también incolora. Clivages netos según las caras del romboedro, cuyas secciones se muestran muy discernibles.

Su birrefringencia $n_o - n_e = 0,181$ es enorme.

Los tonos de polarización como para la calcita.

No ofrece maclas según $b^1(110)$ carácter que le diferencia de la calcita. Es uniaxica y *negativa*.

Yacimiento. — Es el principal elemento constitutivo de las *dolomitas*. Se le encuentra comunmente en las rocas calizas y como elemento secundario de las rocas eruptivas y otras.

3.—LA ARAGONITA.

Fórmula química: CO_3Ca .

Sistema *ortorrómbico*. Como se ve por la fórmula, es *dimórfica* de la calcita.

Refringencia: $n_g = 1,686$; $n_m = 1,682$; $n_p = 1,531$ un poco más elevada que la de la calcita. Clivage según $g^1(100)$.

Maclas repetidas según $m(110)$ que le dan un aspecto pseudo-hexagonal (Véanse las figuras 344 y 183 B). Es incolora en las preparaciones.

Caracteres ópticos. — Birrefringencia en extremo alta

$$n_g - n_p = 0,155.$$

Tal birrefringencia, que le da tonalidades de un blanco irizado de las últimas gamas, como en el caso de la calcita, es debido a las variaciones del espesor en la placa que, por débiles que sean, son suficientes para estas variaciones

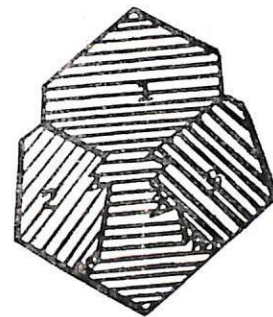


FIG. 344. La Aragonita y sus maclas.

de la interferencia. Es de elongación negativa. Es biáxica y negativa. $2V = 19^\circ$

Yacimiento.—Numerosas conchas están formadas de aragonita. Se la halla como producto de sedimentación en los lagos, como acompañante de los yacimientos metalíferos y en muchas rocas.

4. —LA MAGNESITA.— $Mg CO_3$

Sistema romboédrico.

Clivage perfecto según $p(100)$.

Como el hierro puede substituir al Mg en cualquier proporción, la refringencia y birrefringencia aumentarán en relación de la proporción de $Fe CO_3$. En todo caso la birrefringencia ($n_o - n_e$) no baja de 0,190.

Se la encuentra en algunas esquistas cloríticas o táquicas; en la serpentina y otras rocas. Se la distinguirá en el microscopio de la calcita, por la ausencia de maclas laminares.

LOS SULFATOS

Describimos solo dos de ellos: el sulfato de calcio y sus dos formas, la *anhidrita* y el *yeso*.

LA ANHIDRITA.

Fórmula química: $SO_4 Ca$.

Sistema *ortorrómbico*

Refringencia: $n_g = 1,614$; $n_m = 1,576$; $n_p = 1,571$

Es incolora. Clivages ortogonales según las direcciones $p(001)$, $g'(010)$ y $h_1(100)$ característicos.

Birrefringencia: $n_g - n_p = 0,043$, fuerte; polariza en las tonalidades vivas de la segunda y tercera gama.

Las secciones alargadas tienen extinción recta.

Es biáxica y positiva. $2V = 42^\circ$.

EL YESO.

Fórmula química: $SO_4 Ca, 2H_2O$,

Sistema *monoclínico*.

Refringencia: $n_g = 1,530$; $n_m = 1,523$; $n_p = 1,520$

Es incoloro. Clivage neto según $g_1(010)$; clivages menos distintos $p(001)$ y $h_1(100)$. Maclas comunes según $h_1(100)$ en forma de lanza. También las hay según $o'(101)$.

Caracteres ópticos.—La birrefringencia $n_g - n_p = 0,009$ es débil. Tonos de polarización en los blancos de la primera gama.

Extinción en $g_1(010)$ — plano paralelo al clivage perfecto — muy oblicuo con respecto a la arista mg' .

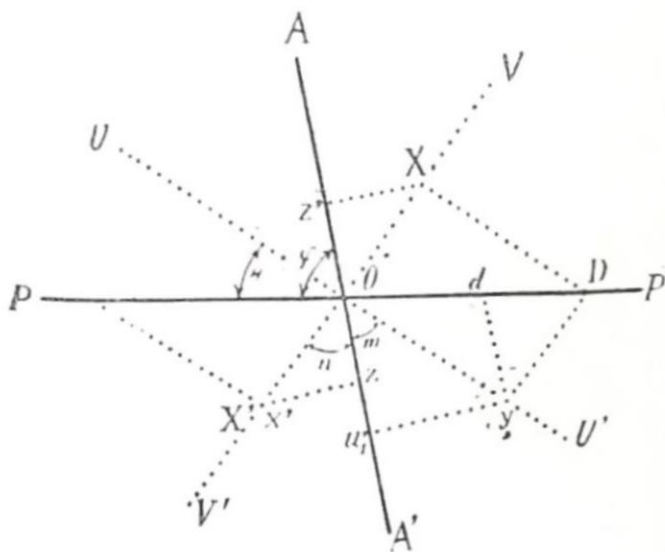
El plano de los ejes ópticos se halla en $g_1(010)$.

Es biáxico y positivo. $2V = 58^\circ$.

Yacimiento.—El yeso forma de vez en cuando extensos lechos en las rocas sedimentarias especialmente en las calizas. Se halla junto con la sal gema y la sal ordinaria, producto de la precipitación de las aguas marinas. Se le encuentra también cerca de los volcanes como efecto de la reacción de las fumarolas en la cal de las lavas o de otras rocas. Se forma gracias a la descomposición de los sulfuros, tales como la pirita, en presencia de la cal. Se halla casi siempre asociado a la anhidrita.

A P E N D I C E

1. — Reproducimos en la figura adjunta la 240 del texto, dándola mayores dimensiones a fin de facilitar el estudio de la intensidad I de la luz emergente.



2. — El sistema romboédrico es una meriedría del sistema hexagonal; (véanse las Lecciones de Cristalografía página 76) y como tal las diferentes formas del sistema romboédrico están caracterizadas por cuatro símbolos ($q r j s$) en la mayoría de los textos y manuales. Como nosotros hemos adoptado la notación de Bravais para el sistema romboédrico mediante la adop-

ción de tres ejes, o, lo que es lo mismo, de *tres símbolos (h k l)*, vamos a dar un doble grupo de fórmulas para pasar de la notación de un sistema a la del otro:

$$\begin{aligned} h &= 2q + r + s & q &= \frac{h - k}{3} \\ k &= r - q + s & r &= \frac{k - l}{3} \\ l &= -2r - q + s & j &= q + r \\ & & s &= \frac{h + k + l}{3} \end{aligned}$$

Tomemos, por ejemplo, la forma $(5 \ 1 \ \bar{2})$ de un escalenoedro directo según la notación triaxial de Bravais; esta misma forma en la notación de Miller, en el sistema hexagonal, será:

$$q = \frac{5 - 1}{3} = \frac{4}{3}; \quad r = \frac{1 + 2}{3} = \frac{3}{3}; \quad j = \frac{4}{3} + \frac{3}{3} = \frac{7}{3}$$

$$s = \frac{5 + 1 - 2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$(q \ r \ j \ s) = \left(\frac{4}{3} \ \frac{3}{3} \ \frac{7}{3} \ \frac{4}{3} \right) = (4 \ 3 \ \bar{7} \ 4)$$

INDICE ALFABETICO DE LAS MATERIAS TRATADAS EN ESTE LIBRO

A

Accesorios (minerales)	363
Acido tartárico	151
Actinolita (producto de alteración)	309, 322
Actinolita	341, 344
Agrupaciones cristalinas	154, 162
Alanita	275
Alargamiento y aplanamiento	244
Alargamiento positivo y negativo	244
Alargamiento de un feldespato	290
Albita	293, 294
Almandino	370
Alteración (de los feldespatos)	308
Alteración (de los feldespatoídes)	314, 316
Alteración (de las micas)	320, 325
Alteración (de los piróxenos)	328, 336
Alteración (de las anfíbolas)	341, 350
Alteración (de la olivina)	351, 356
Alteración (de los silicatos de metamorfismo)	359, 360
Analcita	379
Anaranjado (raya del cobre en el espectro)	229
Analizador	164
Andalusita	357
Andalusita (en nuestras rocas)	362
Andesina	393, 294
Andradita	370
Anfíbolas	340, 350
Anfíbolas (en nuestras rocas)	348, 350

Angochagua (cordillera de)	253
Angulas esféricas. Su proyección estereográfica	55
Angulos 2 V y 2 E	258, 259
Angulos de extinción	217
Angulos de extinción en luz polarizada paralela	241
Angulos de extinción del clivage 010 en 001	296
Angulos de extinción en las secciones paralelas a 010 ..	296
Angulos de extinción en las secciones normales al eje a ..	293
Angulos de extinción en las secciones de la zona normal a (010)	299
Angulos de extinción en la zona perpendicular a (010) ..	301
Angulos de extinción en las secciones normales a (010) con la doble macla de Carlsbad y de la Albita....	304
Angulos de extinción en las secciones normales a una bi- sectriz	304
Anhidrita	304
Anillos isocromáticos	258
Anillos de interferencia	247, 248
Anortita	153
Anortita. Posición de los ejes ópticos	293
Anortosa	307
Antigorita	374
Antihemiedría (condición general)	81
Antihemiedría senaria	112
Antihemiedría trigoédrica	113, 114
Antihemiedría del sistema ternario	133
Antihemiedría tetragonal	140, 141
Antihemiedría binaria	152
Antiparalela (sección)	53
Antitetartoedría trigoédrica	115
Antigorita	352
Antofilita	341, 342
Apatita	111, 244, 365
Apofilita	379
Aplanamiento	244, 290
Aragonita	156, 283
Arfvesonita	342, 346
Asimétrico (sistema)	152
Asimétrico. Elipsoide de los índices en este sistema	184
Augita	151, 160, 210, 332, 335
Atomos de cloro y sodio en un cristal de sal gema	277
Axinita	153
Azul (raya F del espectro)	229

B

Bajada de un matiz en la escala Newton	237
Barquevicita	342, 346
Bastita (producto de alteración)	328
Baveno (macla de) B	161, 291
Berilo. Proyección estereográfica	109
Biáxicos (cristales). Secciones normales a la bisectriz ob- tusa	259
Biáxicos (cristales). Secciones inclinadas	259
Biáxicos (cristales y luz convergente)	257, 266
Biáxicos (cristales). Figuras de interferencia en seccio- nes inclinadas	260
Biáxicos (cristales). Secciones normales a un eje óptico ..	260
Biáxicos (cristales). Determinación del carácter óptico ..	261
Bicromato potásico	153
Birrefringencias (diagrama de las)	234
Bitownita. Posición de los ejes ópticos	293
Birromboedro	129
Bowlingita	352
Braquidomo del sistema ortorrómbico	146
Braquipinacoide	147, 152
Braquidomos	152
Broncita	228

C

Cabasita	156, 389
Calcedonia	287
Calcita (mineral secundario, prod. de alteración)	309, 320, 332
Calcita (mineral primario)	382
Cálculo del ángulo 2V de los ejes ópticos	203
Cancrinita	214
Calcopirita	142, 159
Caracteres particulares de algunos feldespatos	304
Carbonatos y Sulfatos	382
Carlsbad (macla)	290
Centros y planos de simetría	17
Cerro Hermoso	325
Cianito	358
Círculos. Su proyección estereográfica	54
Círculos máximos. Su representación estereográfica	56, 58

Círculos y ejes de zona en perspectiva estereográfica ..	64
Clasificación de los sistemas reticulares	27
Clinocloros	323, 374
Clinodomas	151
Clinopinacoide	151
Clinozoicita	375
Cloritas (productos de alteración)	322, 309, 331
Cloritoide	324
Cobre (macla del cobre)	158
Color de interferencia más elevado	235
Combinaciones posibles de los índices de una faceta	84
Condiciones de máximo y de mínimo de luz en las lami- nillas	223, 227
Conoscopios	246
Compensación (posición de)	240
Compenetración (maclas de)	156
Compensación de movimientos oscilatorios	175
Composición química de las anfíbolos	241, 342
Consejos sobre las observaciones y medidas	243
Constantes dieléctricas (nota)	186
Cordierita. Susinclusiones	259
Corindón	268
Cositerita	342
Crisotilo	374
Cristal meriédrico. Su definición	76
Cristales positivos y negativos	181
Cristales uniáxicos y biáxicos	181
Crisotilo	184
Cristobalita	274
Cromita	288
Crocidolita	364
Cuadrático (sistema)	347
Cuadrático. Parámetro del sistema	134, 143
Cuadrático. Forma general oblicua del sistema	134
Cuadrático. Formas paralelas del sistema	135
Cuadrático. Formas normales del sistema	136
Cuadrático. Combinaciones del prisma y del octaedro ...	137
Cuadrático. Octaedro y prisma en el sistema	138
Cuadro esquemático de las propiedades ópticas de los fel- despatos	310, 311
Cuadro esquemático de las propiedades ópticas de las mi- cas	322, 323
Cuadro esquemático de las propiedades ópticas de los pi- róxenos	338, 339

Cuadro esquemático de las propiedades ópticas de las an- fíbolos	354, 355
Cuarzo y sus formas	286
Cuarzos dextrorsos y sinistrorsos	131
Cuarzos. Presencia de este mineral en las rocas	286, 287
Cuarzos. Producto de alteración	309, 320, 322
Cuarzos. Maclas	131
Cúbico. Formas normales en este sistema	87
Cúbico. Formas paralelas a los ejes cuaternarios y ter- narios	85
Cúbico. Elementos de simetría en el sistema	83
Cubo y dodecaedro	93
Cubo y hexoctaedro	90
Cubo y octaedro	92
Cubo y trioctaedro	92
Cubo y trapezoedro	91
Cubo y tetrahexaedro	91
Cuña de cuarzo	229, 240
Cuña de cuarzo y determinación del carácter óptico de un cristal biáxico	261
Curvas de intersección circulares y elípticas	188, 190
Curvas representativas de la variación del cuadrado de la elongación	229
Curvas isocromáticas	258
Cusín—Urcu	337

Ch

Chillanes	337
Chimbo (río de, cordillera de)	310, 362
Chimborazo (Provincia de)	332

D

Damurita	321
Decalage y fase	173
Delesitas	323
Deuteroisoceloedro	107
Deuteropirámide	138
Diagrama de los ángulos de extinción de los piróxenos ..	336
Diagrama de la birrefringencias	233, 234
Diagrama de las curvas de extinción de los plagioclasas .	303

Dialage	333, 334
Diásporo (producto de alteración)	315
Didodecaedro (proyección estereográfica)	105
Diesfenoedro	142
Diferencia de fase	174, 215
Diferencia de marcha de dos rayos incidentes en dos planos reticulares	269
Dioctaedro	135
Diópsido	330
Dioptasio	132
Dipiro. Sus inclusiones	308, 371
Diploedro	95
Direcciones de la vibración luminosa	197
Dislocación de los anillos de interferencia	251
Distancia d de dos planos reticulares inmediatos	273, 274
Disteno	358
Doble refracción	163
Dodcadiedro	95
Dodecaedro pentagonal	96
Dodecaedro pentagonal tetraédrico	98
Dodecaedro romboidal	88
Dodecaedro trapezoidal	97
Dolomita	132, 232

E

Egirina	335
Ejes. Su denominación	12
Ejes binarios. Angulo de dos ejes consecutivos	18
Eje de simetría perpendicular al plano de los ejes binarios	19
Ejes binarios de la misma especie y de diferente especie	20
Eje de zona. Su ecuación	44
Eje de zona. Ejemplos	86
Eje de macla	154
Ejes ópticos. Su ángulo $2V$	190
Ejes ópticos primarios	202
Eje óptico binormal	293
Ejes ópticos secundarios	205
Elementos de simetría en los diferentes sistemas reticulares	
Elementos de simetría en las meriedrías	28, 35
Elipsoide de los índices	79
	179, 185

Elipsoide de revolución. (Sistemas baxagonal, romboédrico y cuadrático)	181, 183
Elipsoide de los índices deducido de la superficie de los mismos	191
Elipsoide de los índices	193
Elongación	170
Enantiomorfas (figuras)	15, 80
Enstatita. Inclusiones en este piróxeno	327, 328
Epidoto secundario	309, 320, 332
Epidotos	375
Epsomita	147
Erzmicroscopie	363
Escala cromática de Newton	228
Escalenoedro	119
Escalenoedro. Perspectiva estereográfica	120
Escalenoedros directos e inversos	122
Escalenoedro tetragonal	142
Escapolitas	270
Escolécita	152, 281
Esfeno (titanito)	367
Esfenoedro rómbico	147
Espinelas	158
Espesor e de la placa	215, 228, 233
Espesor de la placa de mica cuarto de onda	238
Espesor de la placa de mica cuarto de onda	249
Espesor de la placa tinte sensible	370
Espesartita	161, 361
Estaurolita	163
Experiencia de Huyghens	268
Experiencia de Friedrich y Knipping	241
Extinción paralela y oblicua	

F

Facetas de un cristal. Símbolos cristalográficos	43, 51
Fase y decalage	173
Fayalita	253
Feldespatos. Caracteres comunes	289
Feldespatos. Caracteres ópticos	292
Feldespatos zonados	294
Feldespatos. Su composición química	294
Feldespatos. Angulos de extinción	295
Feldespatos y mezclas eutécticas	295
Feldespatoides	313, 317

Fenaquita	132
Filas. Ecuación de ellas	5, 6, 7
Filas que pasan por un nudo	7
Figuras de interferencia en secciones inclinadas	255
Filipsita	161
Fluorita	90, 156
Forma cristalina	73
Formas holoédricas y hemiédricas	78
Formas bipiramidadas	129
Formas hemimórficas del sistema tetragonal	140
Fórmula del aumento	207
Forsterita	353
Franja de Becke	209, 211
Frecuencia	177
Frente de onda	196
Fumaroliana (influencia)	369

G

Galena	158
Gamas de la escala de Newton	223
Gedrita	341, 343
Génesis de la superficie de los índices	290
Glaucofanio	342, 347
Glauconia	325
Grafito	364
Granate secundario	309, 315
Granates	369
Greenoquita	112
Grosulario	370
Grunerita	341, 343
Guachalá	325

H

Halos pleocróicos	369
Haüyna (o haüynita)	158, 315
Hankoquita	275
Hemi-hexoctaedro	94
Hemiedría holoáxica cúbica	93
Hemiedría holoáxica del sistema cuaternario	138
Hemiedría holoáxica del sistema Senario	110

Hemiedría holoáxica del sistema ternario	131
Hemiedría holoáxica del sistema binario	152
Hemiedría holoáxica del sistema asimétrico	153
Hedenbergita	330
Hematita	364
Heulandita	380
Hidrargita (prod. de alteración)	309
Hipersteno	329
Holoaxica (hemiedría)	79
Homólogos (puntos)	2
Horblendas	342, 345, 346
Hexágono gauso	125, 131
Hexagonal. Ejes de referencia en el sistema	99
Hexagonal (Singonía)	99
Hextetraedro	97
Hexaedro	88
Hexoctaedro	84

I

Icositetraedro	87
Ilmenita	132, 363
Indicatriz óptica	181
Índices principales	186
Intensidad de la vibración	177
Intensidad de la luz emergente	219, 227
Interferencias de la luz polarizada	215
Investigaciones con luz paralela polarizada	213, 227
Investigación de la dirección Z de la placa de mica (nota)	238
Inversión (centros de)	16
Iodrita	112
Isosceloedro	123
Isogiros (formación de los)	258

J

Jadeita	335
---------------	-----

K

Kaolinita	308
-----------------	-----

L

Lámina auxiliar de mica cuarto de onda	237
Lámina tinte sensible	229
Labrador. Posición de los ejes ópticos	293
Lauegramas y su interpretación	274
Ley de d'Haüy y de las zonas	30
Ley de Weiss	38
Ley de las Maclas	154
Lepidolita	321
Leucitoedro	86
Leucita	316
Leucoceno	364
Licto	310
Limonita	309, 352
Loja	305
Longitud de onda de los rayos X	276
Lutecita	287

LI

Llanganati	325
------------------	-----

M

Maclas	154, 162
Maclas de la periclina	291
Maclas de los feldspatos	290, 292
Macrodomo del sistema ortorrómbico	146
Macropinacoide	147, 152
Macrodomos	152
Malacolita	332
Malla reticular	3, 4
Malla del sistema ortorrómbico	161
Manebach (macla de)	291
Manabi	291
Magnesita	322
Margarita	363, 394
Marialita	321
Masonita	371
Materia cristalina	324
	1

Máximo de caras de un sistema	73, 75
Máximo o mínimo de luz con nicoles paralelos	216, 217
Máximo o mínimo de luz con nicoles cruzados	217
Máximo o mínimo de luz a través del microscopio	223, 227
Máximo de birrefringencia de algunos minerales no- tables	233
	370
Melanita	257
Melatopos	317
Melilita	309
Metamorfismo regional, agente de alteración	357, 362
Metamorfismo (silicatos de)	140, 372
Meionita	77
Meriedría. Diversos órdenes de	79
Meriedría. Sus elementos de simetría	130
Meriedrías del sistema ternario	138
Meriedrías del sistema cuaternario	147, 148
Meriedrías del sistema ortorrómbico	152
Meriedrías del sistema binario	318, 322
Micas	252
Mica cuarto de onda. Algunos de sus efectos	238
Mica cuarto de onda. Encuentro de la dirección Z	319
Micas negras	319
Micas. Principales especies. Composición química	320
Micas. Alteración	321
Micas blancas	220
Micas. Pleocroismo	206
Microscopio polarizante	306, 307
Microclino	160
Mimetismo (maclas de)	363
Miheragrafía	249
Minerales positivos y negativos	250
Minerales positivos y negativos. Separación de ellos me- diante la mica cuarto de onda	283
	267
Minerales de las rocas	372
Mirada retrospectiva	337
Mizonita	149
Mojanda	148
Monoclínico. Forma general del sistema	148
Monoclínico. Malla del sistema	149
Monoclínico. Núcleo del sistema	149
Monoclínico. Paralelepípedo fundamental	149
Monoclínico. El octaedro irregular	149
Monoclínico. Símbolos de Levy del paralelepípedo funda- mental	149

Monoclínico. Formas particulares	150
Monoclínico. Elipsoide de los índices en este sistema ...	184
Movimiento vibratorio (elementos del)	167
Movimiento circular uniforme	168

N

Natrolita	320
Nefelina	313, 314
Nicoles	164, 166
Noseana	316
Núcleos posibles del sistema cúbico	92
Núcleos posibles del sistema ortorrómbico	144
Núcleo estructural del cristal	278
Nudos (sistema reticular)	4

O

Observaciones con luz natural	209
Observaciones con luz convergente en cristales uniaxiales	246, 256
Observación importante	265
Octaedro	98
Octaedro cuadrático	134
Octaedrita (prod. de alteración)	320
Ogdoedría	79
Oligisto	264
Oligoclase. Posición de los ejes ópticos	293
Olivina	351
Olivinas	351, 356
Olivinas en nuestras rocas	352
Onfacita	332
Orientación del elipsoide de los índices	181
Opalo	288, 352
Opacita	350
Ortita	378
Ortodomas	151
Ortopinacoide	151
Ortosa. Su alteración	151, 161, 305, 306
Ortorrómbico (sistema)	143, 148
Ortorrómbico. Forma general oblicua de este sistema	144
Ortorrómbico. Formas paralelas del sistema	145
Ortorrómbico. Domas del sistema	146
Ortorrómbico. Formas normales del sistema	146

Ortorrómbico. Hemiedría holoáxica	147
Ortorrómbico. Antihemiedría en el sistema	184
Ortorrómbico. Elipsoide de los índices en este sistema ..	324
Otreilita	197, 203
Ovalo	

P

Parahemiedría (condición general)	111
Parahemiedría senaria	110
Parahemiedría hexagonal	132
Parahemiedría en el sistema ternario	139, 140
Parahemiedría tetraédrica	86
Paralelismo de una cara a un eje binario	40, 42
Parámetros de Weiss y de Miller	323
Peninos	373
Peninos	162
Periclina (maclas de la)	292
Periclina. Diagrama de las maclas de la periclina en los Plagioclasas	3
Planos reticulares	9
Planos reticulares. Su ecuación	154
Plano de macla	155
Plano de compensación	167
Planos de oscilación de los rayos e y o	193, 195
Plano de onda	211
Pleocroismo (colores de)	364
Picotita	305
Pichincha (Provincia de)	375
Piedmontita	12
Pinacoides	152
Pinacoide basal	133
Pirargita	364
Pirita	190
Pirita arsenical	96
Piritoedro	370
Piropo	326, 339
Piróxenos	330
Piróxenos monoclinicos	332, 336
Piróxenos. Su alteración	327
Piróxenos en nuestras rocas	375
Pistacita	
Plagioclasas. Propiedades físicas y ópticas	



Polarizador (nicol)	164
Polisintéticas (maclas)	156
Posiciones de la preparación para el máximo o mínimo de luz	218, 219
Posiciones de extinción	242
Prisma dodecagonal	108, 127
Prisma hexagonal	127
Prisma bipiramidado	130
Prismas cuadráticos	133
Proceso luminoso en los cristales biáxicos	193
Propiedades ópticas de los piróxenos	338, 339
Protoisoscloedro	107
Proyección estereográfica. La esfera de referencia	52
Proyección estereográfica de algunas formas cúbicas	39
Proyección estereográfica del didodecaedro	105
Proyección estereográfica del berilo	109
Prehenita	381
Proustita	133
Pirrotita	159

R

Rayos ordinarios y extraordinarios	164
Red de difracción de dos dimensiones	269
Red de difracción de tres dimensiones	271
Refringencia	269
Regla primera para separar los minerales positivos de los negativos	253
Regla segunda para separar los minerales positivos de los negativos	254
Relación racional	10
Relaciones entre los índices principales y las direcciones de vibración X, Y, Z	102
Relación entre la intensidad I de la luz y la amplitud de la vibración	223
Relaciones recíprocas entre los índices principales del elipsoide y las direcciones X, Y, Z de la vibración	205
Resultados que se obtiene con la luz convergente	246
Resultante de varias filas	9
Resumen de las formas del sistema cúbico	89
Resumen de los procesos para la identificación de los feldspatos	309, 312
Retardo de marcha de los rayos luminosos	214

Retardo en dos laminillas sobrepuestas	235, 237
Reticular (malla)	1, 2, 3, 4
Riebeckita	342, 347
Río Blanco	305
Río del Volcán	305
Río de la Moya	306
Río Toachi	222
Rodonita	338
Romboedro. Su proyección	118, 120
Romboedros directos e inversos	125
Romboedros y escaleoedros	123
Rubí	363
Rutilo	159, 244, 320, 309
Rutilo. Inclusiones en las turmalinas	369

Q

Quilotoa	310
----------------	-----

S

Sal gema. Su Lauegrama	275
Saloya	311
San Antonio	362
Sanidina	205
Sausuritización (prod. de)	309
Sara-Urcu	325
Scheelita	140
Scheferita	332
Schorlita	339
Sección principal de un espato	163
Sección de un mineral positivo	262
Sección de un mineral negativo	263
Secciones paralelas al eje óptico de los cristales uniáxicos	249
Sección basal y color de interferencia	256
Senario. Forma general en este sistema	100
Senario. Forma oblicua	102
Senario. Cara parametral y eje senario	103
Senario. Cara parametral y ejes binarios	103
Senario. Hemiedría holoáxica	110
Separación de las anfíbolos y de los piróxenos	341
Separación de los minerales positivos de los negativos	253

Sericita	308, 321
Serpentina	323, 373
Seudo-simetría	157, 161
Seudo-hexagonal	159
Sicoto (río)	337
Signo de las secciones inclinadas	263
Sílice	285
Silimanita	358
Silicatos de Metamorfismo	357, 362
Simetría (ejes de)	14
Simetría (centros de)	14
Simetría (planos de)	14
Simetría (operaciones de)	15
Simetría en los sistemas reticulares	21
Simetría del cristal y del sistema	75
Singonías cristalinas	13
Síntesis de las observaciones con el microscopio	264, 265
Sinusoide representativa	167
Sinusoide real	171
Sinusoide amortiguada	172
Sinusoide resultante	172
Sismondita	324
Sistema hexagonal	99
Sodalita	158, 315
Solución gráfica de algunos problemas	58, 72
Subida de un matiz en la escala de Newton	236
Sulfatos	384
Superficie de los índices	186, 205
Superficie y planos de onda	193

T

Talco	375
Taricagua (quebrada de)	362
Teoremas fundamentales de Geometría Analítica	270
Teoría ondulatoria de la luz	165
Teorías físicas sobre los fenómenos luminosos	157
Teoría electromagnética de la luz	186
Teoría de Schönflies	267
Ternario (núcleo reticular del sistema)	116
Ternario. Forma general	117
Ternario. Formas particulares del sistema	124
Tetartoedría	78
Tetartoedría cúbica	98

Tetartoedría senaria	113
Tetartoedría ternaria	133
Tetartoedría tetragonal	141
Tetartoedría esferoédrica del sistema tetragonal	142
Tetrahexaedro	85
Tetraedro cúbico	98
Tetraedrita	156
Thulita	231, 239, 240
Tinte sensible	244
Tinte sensible y ángulos de extinción	367
Titanito	193
Transformación por radios vectores recíprocos	110
Trapezoedro hexagonal	131
Trapezoedro trigonal	139
Trapezoedro cuadrático	341, 343
Tremolita	152
Triclínico (sistema)	285, 287
Tridimita	238
Trifano	87
Trioctaedro	97
Tritetraedro	126, 129
Troncaduras en el romboedro	133, 369
Turmalinas	

U

Unidad Angstrón	172
Uralita (producto de alteración)	328, 333
Uvarovita	370

V

Vector n en el espacio	168
Velocidad del rayo e en un cristal uniaxial	194
Velocidad de la onda luminosa	195
Verde (raya D del espectro)	229
Vibraciones sincronas	194
Vibraciones de luz en los nicols	213, 216, 217
Violeta (raya K del espectro)	229
Violeta tinte sensible	231
Visión distinta	208
Vocabulario de los movimientos pendulares	177

W

Werneritas	370
Wolastonita	323
Wulfenita	141
Wurtzita	112

X

Xilotila	352
----------------	-----

Y

Yeso	161, 171, 384
Yeso tinte sensible	239

Z

Zafiro	268
Zeolitos	379
Zeolitos fibrosos (prod. de alteración)	314, 315
Zincita	112
Zirconio	320, 365, 369
Zoicita	375
Zonas (ley de las)	28

FIN

Principales Erratas

- Pág. 147, línea 7, léase:
MERIEDRÍAS DEL SISTEMA ORTORRÓMBICO.
- Pág. 220, La figura 240 se halla reproducida más claramente
en el "Apéndice", pág. 387.
- Pág. 244, línea última, léase: se dice entonces que el *alarga-
miento es negativo*.
- Pág. 245, línea 4, léase: el alargamiento *es positivo*.
- Pág. 309, El RESUMEN, concluye en la pág. 312.

